

# 应变局部化带追踪模拟的复合单元方法与应用

陈胜宏, 秦卫星, 徐青

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 利用复合单元技术考虑应变局部化带的影响, 提出一种新的追踪应变局部化带发展的算法。通过直接降低材料参数来体现应变局部化带内软化的影响, 对所有可能发生的应变局部化带的位置和方向进行记录与模拟; 借用节理裂隙的统计方法拟合局部化带, 得到破坏通道; 然后重新对该破坏通道和原有网格信息进行复合单元的拓扑信息生成, 并在此基础上重新进行计算, 对局部化带发展追踪过程进行复核。该算法不要求追踪路径的连续性, 并可充分考虑各局部化带间的相互影响。边坡算例证实所提出方法的可行性和可靠性, 宝珠寺大坝的数值计算与模型试验的对比分析则说明提出的方法已具备解决实际工程问题的能力。

**关键词:** 边坡工程; 应变局部化; 追踪; 复合单元方法; 边坡; 大坝

**中图分类号:** P 642.22

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2007)06 - 1116 - 07

## COMPOSITE ELEMENT METHOD AND APPLICATION OF TRACE SIMULATION FOR STRAIN LOCALIZATION BANDS

CHEN Shenghong, QIN Weixing, XU Qing

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

**Abstract:** The composite element method (CEM) is used to simulate the effects of strain localization bands, based on which a new trace algorithm of the propagation of strain localization bands is proposed. The softening effects within the strain localization bands are illustrated as the decrease of the material parameters, the locations and directions of all the potential strain localization bands are logged and simulated. With the rock fracture statistics technology, the failure passage can be fitted; the messages of this failure passage together with the messages of the initial grid are then used to generate the topology messages of composite elements, based on which the calculation is repeated to check the trace procedure of the strain localization propagation. The trace algorithm proposed does not request the continuity of strain localization propagation paths, and the interaction among localization band segments can be taken into account. The feasibility and reliability of the algorithm are verified by a slope example. The expectation of the algorithm in engineering practices is shown by the comparative study of the Baozhushi gravity dam project.

**Key words:** slope engineering; strain localization; trace; composite element method; slope; dam

## 1 引言

局部化是岩土材料失稳的一个重要特征<sup>[1~4]</sup>,

学术界基本上倾向于采用分叉理论来进行研究。分叉理论认为, 材料或者结构的破坏是由于局部区域材料弱化而出现材料性质分叉, 分叉伴随着塑性膨胀和材料软化行为, 其实质是局部化张量

**收稿日期:** 2006 - 09 - 18; **修回日期:** 2006 - 11 - 06

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50679066, 50379039)

**作者简介:** 陈胜宏(1957 - ), 男, 博士, 1982年毕业于武汉水利电力学院水利水电工程建筑专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事水工结构及岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: chensh@whu.edu.cn

奇异的问题<sup>[5, 6]</sup>。目前, 主要采取以下 3 种方法引入分叉: (1) 在模型中引入材料或几何上的微小缺陷, 激发不连续分叉。该法的缺点是应变局部化出现的部位严重依赖预先给定缺陷的位置。(2) 采用数值方法通过对局部化张量进行特征值分析以确定分叉点<sup>[7]</sup>。该法的缺点是计算量较大, 而且求得的结果为极值。(3) 采用解析方法确定应变局部化发生的条件和方向, 如确定分叉时临界硬化模量、方向等参数<sup>[8, 9]</sup>。

当应变局部化出现后, 材料的力学行为描述理论又可以分为两类: (1) 适合于小尺度范畴的模型。主要有 Cosserat 连续体模型<sup>[10]</sup>、非局部化模型<sup>[11]</sup>、各种改进的应变梯度模型<sup>[12]</sup>等。(2) 适合于较大尺度范畴的模型, 主要有复合体理论<sup>[13, 14]</sup>和内嵌不连续带模型<sup>[15]</sup>等。

应变局部化发生后, 岩土材料的连续性被破坏, 力学性能被弱化, 从而导致能量逸散。如何合理模拟不连续变形特性并对应变局部化的扩展进行追踪, 是岩土应变局部化研究的关键问题。目前, 研究存在的主要难点有: (1) 常采用的单元首尾相接逐一扩展方法, 最终得到的局部化区域或者是以单元为单位的一个局部化单元集合, 或者是一个无厚度的局部化折线段, 和实际的应变局部化现象均有较大的差距。由于计算涉及所有单元相邻拓扑信息, 因此每次都需进行大量繁琐的判断, 效率很低。(2) 通常会遇到应变局部化模拟结果对网格尺度的依赖性与网格锁定等情况。(3) 在当前计算机硬件水平与软件水平的条件下, 很多研究方法还只能以实验室试件为研究对象, 很难应用于大尺度的工程结构应变局部化研究。

笔者通过前期研究, 推导了岩土材料在平面应变情况下不连续分叉条件及分叉方向的解析解, 并将其作为应变局部化发生发展的判据, 从而建立了应变局部化发生发展的准则<sup>[16]</sup>。另外, 笔者在前期研究中, 还提出了可考虑不连续变形的复合单元法<sup>[17]</sup>。复合单元中含有材料性质不同且变形不连续的子域, 称为子单元。每个子单元都有一套与常规有限单元对应的节点, 子单元的节点位移由复合单元的节点位移插值得到, 插值函数为常规有限单元的形函数。每个子单元上的荷载转化为复合单元的相应节点荷载, 根据虚功原理建立平衡方程, 求解方程即可得到复合单元的节点位移, 并可由此得到子单元的节点位移、应力和应变。复合单元法

的主要优点在于将复杂不连续域的前处理工作转移给了计算机, 取消了复杂岩体不连续面对网格生成的限制。

在这些前期研究工作的基础上, 本文采用复合单元法研究应变局部化带的模拟与追踪问题。希望能发展出一套实用的分析方法, 使其在应变局部化带模拟与追踪过程中, 在不改变网格的同时, 又能模拟由于应变局部化带引起的不连续变形。

## 2 应变局部化追踪模拟的关键技术

### 2.1 局部化带内软化特性模拟

应变局部化常常促使材料或结构产生软化行为。局部化带内的软化行为可以有多种模拟手段。因此, 可以借鉴 Owen 模拟硬化行为的思想, 考虑软化模量与等效塑性应变对屈服函数的贡献来模拟软化行为; 也可以通过直接降低材料参数来体现应变局部化带内软化的影响。本文采用后者。

### 2.2 破坏通道拟合

在应变局部化的扩展模拟中, 为保证破坏路径的连续性, 必须采用合适的追踪算法。应用比较广泛的是单元首尾相接逐一扩展追踪方法<sup>[18]</sup>。该方法把单元分为 3 类: 已破坏单元、未破坏单元和可能破坏单元。不满足局部化准则的单元称为未破坏单元; 满足局部化准则的单元称为已破坏单元; 和主局部化带相邻的单元称为可能破坏单元。利用上述定义的单元类型, 逐一进行扩展追踪模拟。把那些虽然满足局部化准则, 但与主破坏带不相邻的单元, 归为未破坏单元。显然, 该方法抓住了问题的主要矛盾, 具有简单、直观的特点。

但单元逐一扩展追踪方法未能真实反映实际的破坏机制: 应变局部化和裂纹的扩展是微观、细观和宏观共同作用的结果, 在实际破坏过程中, 往往是众多裂纹萌生, 然后裂纹贯通, 形成几条大的破坏带和较多较小的破坏带。按照一般单元逐一扩展追踪技术, 只能追踪一条破坏带, 并且会忽略其他可能破坏带间的相互作用与影响。同时, 追踪结果严重依赖第一个局部化单元, 如果第一个局部化单元确定有误, 整个追踪过程都可能因此而失败。

在本文的研究中, 对所有可能发生的应变局部化带的位置和方向都进行记录与模拟, 对所有这些可能的局部化带进行拟合, 最终获得最有可能的破坏带, 称为破坏通道。该技术的采用不仅有利于克

服传统追踪技术完全依赖上一条应变局部化带出现位置的弊端，而且能充分考虑各条局部化带间的相互作用和影响，还会得到和实际现象更吻合的有一定厚度的应变局部化带。

在应变局部化带追踪模拟过程中，当某一个单元中出现一条应变局部化带时，可以视为岩体中出现了一条有特定长度和方向的裂隙。经计算，得到多组有一定长度和方向的“裂隙组”。对这些“裂隙组”进行分析统计<sup>[19, 20]</sup>，剔除并过滤一些“杂音”，得到一组拟合用的“裂隙组”样本。最后对这些样本中所有“裂隙”的中心位置及方向进行拟合，得到破坏通道。需要指出的是，如果考虑实际“裂隙组”样本的分布，该破坏通道可以有一定的厚度。

按上述方法得到破坏通道后，重新对该破坏通道和原有单元信息进行复合单元的拓扑信息生成，并在此基础上重新进行计算，对局部化带发展追踪过程进行复核。在该重新计算和复核过程中，不再考虑破坏通道以外单元的局部化行为。

### 3 边坡算例研究

本文考察了一个边坡算例，如图 1 所示，其物理力学参数如表 1 所示。边坡右侧边界为发向固定约束，底边为双向固定约束。边坡除受自重  $G$  作用外，还在坡顶承受一个铅直向下的位移  $u$  作用， $F$  为垫板承受的反力。为保证坡顶施加位移的均匀性，在坡顶放一块刚度很大的薄垫板。考虑到应变局部化后可能出现的软化效应，采用位移驱动机制来施加荷载。自重  $G$  的作用通过初始应力场体现，其产生的位移不计入铅直向下的位移  $u$  中。

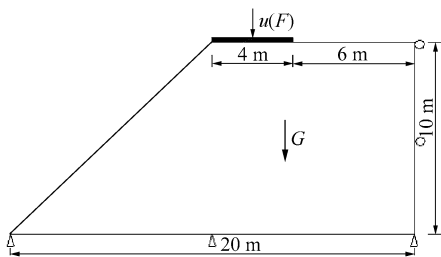


图 1 边坡算例示意图

Fig.1 Schematic diagram of slope example

表 1 坡体物理力学参数

Table 1 Physico-mechanical parameters of slope

弹性模量 $E/\text{MPa}$	泊松比 $\mu$	黏聚力 $c/\text{MPa}$	内摩擦角 $\phi/(\text{°})$	剪胀角 $\phi/(\text{°})$	容重 $\gamma/(\text{MN} \cdot \text{m}^{-3})$	抗拉强度 $\alpha/\text{MPa}$
10	0.40	0.02	30.00	0.00	0.02	0.01

边坡计算网格如图 2 所示，包括 934 个单元，1 004 个节点。

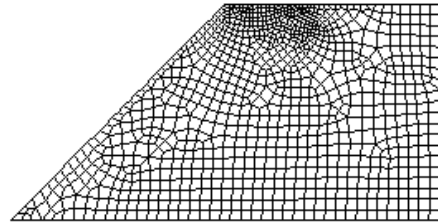
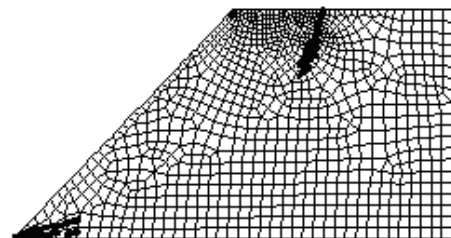


图 2 边坡计算网格

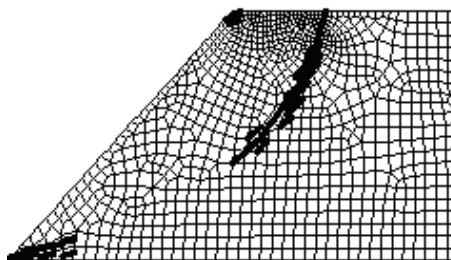
Fig.2 Calculation mesh of slope

### 3.1 应变局部化带模拟与扩展追踪

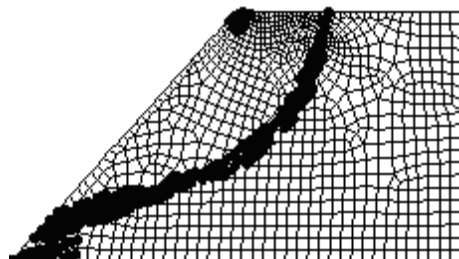
应变局部化带的扩展过程如图 3 所示。针对该边坡，R. A. Regueiro<sup>[21]</sup>采用强不连续方法得到的最终应变局部化带如图 4 所示。加载过程中，垫板反力  $F$  与铅直位移  $u$  的关系曲线如图 5 所示。对比本文与 R. A. Regueiro 的研究结果可以发现，两者非常接近，一些差异可能是由于网格密度和考虑软化的方式不同等因素引起的。



(a)  $u = 0.03 \text{ m}$



(b)  $u = 0.05 \text{ m}$



(c) 最终局部化带

图 3 边坡应变局部化带的扩展

Fig.3 Propagation of strain localization band in slope

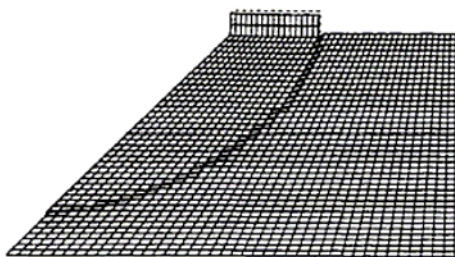


图 4 R. A. Regueiro 得到的最终应变局部化带<sup>[21]</sup>

Fig.4 Final strain localization band by R. A. Regueiro<sup>[21]</sup>

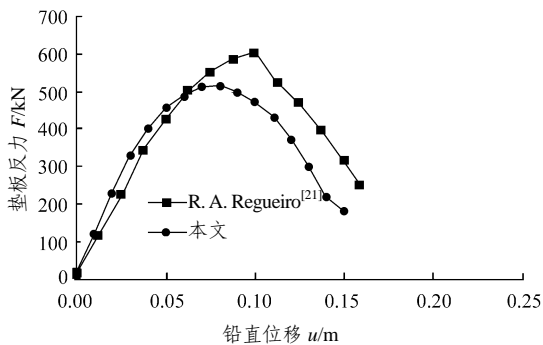


图 5 垫板反力  $F$  与铅直位移  $u$  的关系(I)

Fig.5 Relationship of reaction force  $F$  vs. vertical displacement  $u$  of base plate(I)

### 3.2 破坏通道拟合与局部化带发展追踪过程复核

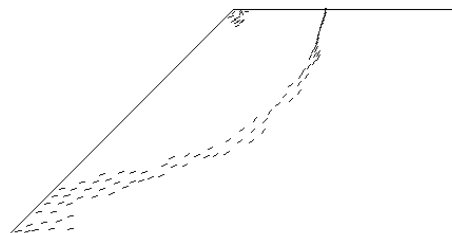
计算获得的局部化带呈线段集合的形式, 其放大图如图 6(a)所示。过滤掉坡顶外侧和坡底由于边界约束引起的一些“杂音”, 得到一组拟合用的“裂隙组”样本(见图 6(b))。最后对这些样本中所有“裂隙”的中心位置及方向进行拟合, 得到图 6(c)所示的破坏通道, 破坏通道的宽度为从坡顶的 0.007 m 渐变至坡底的 0.2 m。该破坏通道的位置与宽度是采取针对性的工程处理措施的依据之一。

用拟合的破坏通道和网格拓扑信息重新生成复合单元, 并重新对整个应变局部化带模拟追踪过程进行计算。这是一个复核过程。复核过程中不再考虑破坏通道外的应变局部化, 只是激活满足应变局部化条件的位于破坏通道内的复合单元。原追踪模拟计算得到的垫板反力  $F$  与铅直位移  $u$  的关系如图 7 中的第一曲线所示, 通过复核模拟得到的垫板反力  $F$  与铅直位移  $u$  的关系如图 7 中的第二曲线所示, 可以看出, 两次计算模拟获得的垫板反力 - 铅直位移规律基本一致, 但复核时垫板反力略小。

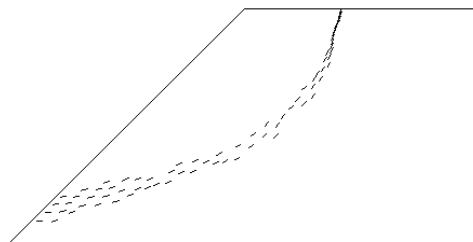
## 4 宝珠寺大坝工程应用与验证

### 4.1 试验与计算条件

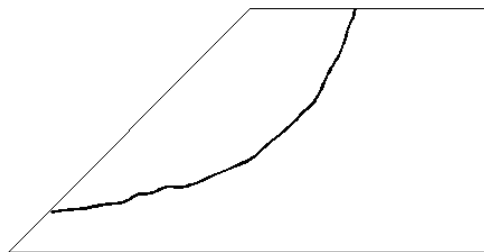
宝珠寺大坝最大坝高为 132 m, 基础为奥陶系



(a) 应变局部化带形成的初始“裂隙组”样本



(b) 过滤后的“裂隙组”样本



(c) 拟合的破坏通道

图 6 破坏通道拟合全过程

Fig.6 Fitted procedures of failure passage

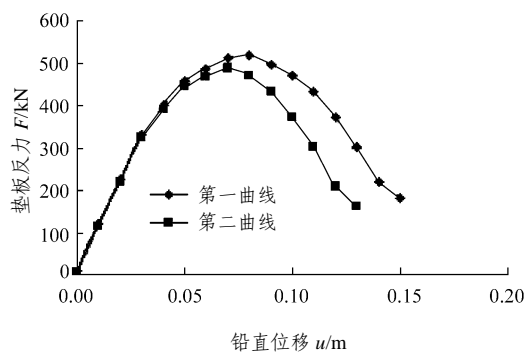


图 7 垫板反力  $F$  与铅直位移  $u$  关系(II)

Fig.7 Relationship of reaction force  $F$  vs. vertical displacement  $u$  of the base plate(II)

条带状粉砂岩, 下游为志留系页岩(S<sub>1</sub>), 主要地质构造有 F<sub>4</sub>, F<sub>2</sub> 断层和 D<sub>5</sub>, D<sub>6</sub>, D<sub>7, 8</sub>, D<sub>1</sub>, D<sub>3</sub> 等主要泥化夹层。宝珠寺大坝的 17 坝段断面及位移测点如图 8 所示。

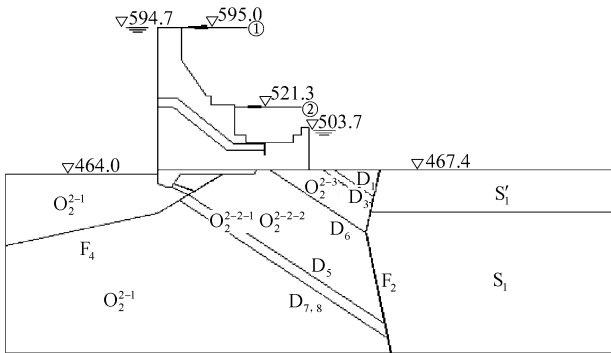


图 8 宝珠寺大坝断面及位移测点示意图(单位: m)  
Fig.8 Profile and displacement measurement points of Baozhushi dam(unit: m)

为了分析厂坝联合作用下大坝 - 基础系统的应力、变位与安全度, 进行了地质力学模型试验。本文研究取坝顶下游侧顶点和下游坝面高程为 521.3 m 的点作为两个位移特征点来比较数值分析与模型试验的结果。

在破坏试验中, 仅考虑了建筑物与基岩的自重、作用于上游面的静水压力以及作用于厂房下游的尾水压力。在模型试验中, 当超载系数达到 1.99 时, 坝体出现裂纹。

数值分析网格如图 9 所示, 包含 4 736 个单元、4 898 个节点。断层及泥化夹层采用有厚度的节理单元模拟。

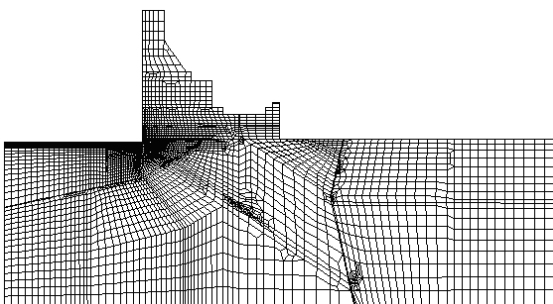


图 9 数值分析网格  
Fig.9 Mesh for numerical analysis

### 4.2 试验与计算结果对比

在模型试验中, 当上游水位为 659.5 m(超载系数达到 1.990)时, 坝体靠近上游面高程 534.0 m 附近(引水钢管的起始端部位)出现第一条裂缝, 稍微再加高上游水位, 裂缝开始扩展。裂纹向坝体内扩展到一定深度后, 坝体破坏。裂缝的起始端基本呈水平, 延伸一段后几乎以平行于引水钢管的方向向

下延伸, 裂缝的形状与第一主应力轨迹线相似, 如图 10 所示。

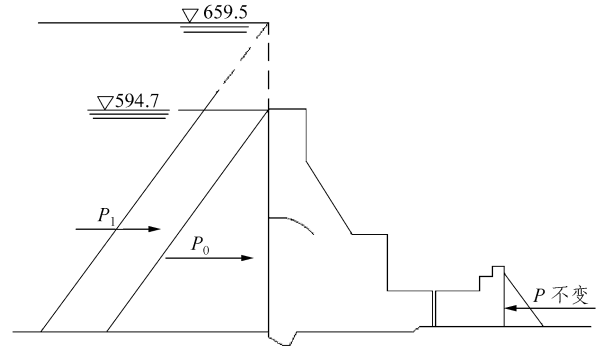
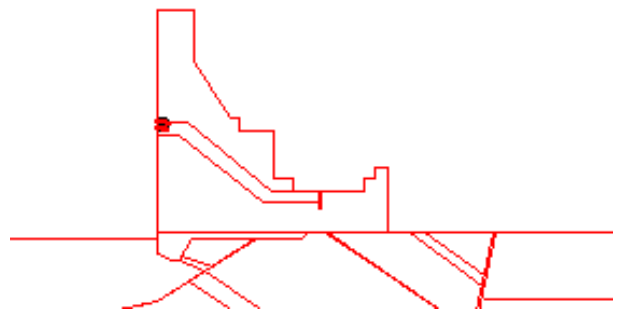
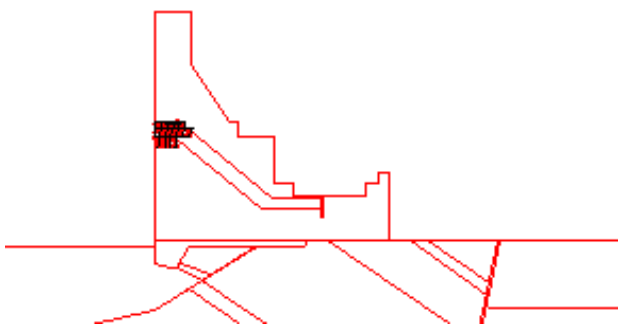


图 10 模型试验中的开裂水位和裂纹轨迹(单位: m)  
Fig.10 Reservoir level and crack passage by model test(unit: m)

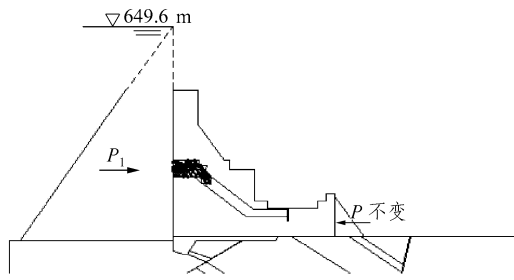
对坝体进行超载破坏数值模拟。当上游水位为 648.3 m(超载系数达到 1.820)时, 坝体靠近上游面高程 530.0 m 附近出现第一条局部化带。继续超载, 局部化带开始扩展, 并出现新的局部化带, 有些局部化带贯通。当上游水位为 649.6 m(超载系数达到 1.840)时, 坝体破坏, 计算不收敛。局部化带缝的起始端略向下偏离水平方向, 延伸一段以后几乎以平行于下游坡的方向向下延伸, 其扩展轨迹如图 11 所示。



(a) 最初应变局部化区域( $K_p = 1.820$ )



(b) 应变局部化区域发展( $K_p = 1.835$ )



(c) 最终超载水位时的局部化区域( $K_p = 1.840$ )

图 11 大坝应变局部化带的扩展

Fig.11 Propagation of strain localization band in dam

## 5 结 论

本文研究了追踪模拟应变局部化带的复合单元方法, 并以复合单元法模拟了应变局部化带的行为(不连续变形与软化), 捕捉破坏的发生与发展。

本文提出的应变局部化带的追踪-破坏通道拟合方法, 是一种新的思路。该追踪方法不要求追踪路径的连续性, 先任由局部化带发生, 以充分考虑各局部化带间的相互影响, 然后借用岩体裂隙统计方法拟合局部化带, 从而得到最终破坏通道。该破坏通道可以有一定的厚度, 更接近实际情况。

本文提出的方法还有另一个重要优点, 即在应变局部化带的发生与发展过程中, 计算网格可以保持不变, 从而使计算大为简化。

边坡算例证实了本文方法的可行性和可靠性。宝珠寺大坝的数值分析与模型试验对比分析则说明了本文提出的方法已初步具备了解决实际工程问题的能力。

### 参考文献(References):

- [1] 潘一山, 杨小彬, 马少鹏, 等. 岩土材料变形局部化的试验研究[J]. 煤炭学报, 2002, 27(3): 281 - 284.(PAN Yishan, YANG Xiaobin, MA Shaopeng, et al. Experimental study on the deformation localization of rock soil material[J]. Journal of China Coal Society, 2002, 27(3): 281 - 284.(in Chinese))
- [2] 王学滨, 潘一山, 盛 谦, 等. 平面应变岩样局部化变形场数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(4): 521 - 524.(WANG Xuebin, PAN Yishan, SHENG Qian, et al. Numerical simulation of localized deformation field for rock in plane strain state[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(4): 521 - 524.(in Chinese))
- [3] 张 平, 李 宁, 贺若兰. 含裂隙类岩石材料的局部化渐进破坏模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(10): 2 043 - 2 050.(ZHANG Ping, LI Ning, HE Ruolan. Research on localized progressive damage model for fractured rocklike materials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(10): 2 043 - 2 050.(in Chinese))
- [4] 周小平, 张永兴, 朱可善. 压应力状态下断续节理岩体全过程应力-应变关系及其变形局部化分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 217 - 221.(ZHOU Xiaoping, ZHANG Yongxing, ZHU Keshan. Analysis of the complete stress-strain relation and deformation localization for intermittent crack-weakened rock mass under compressive stresses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(2): 217 - 221.(in Chinese))
- [5] RICE J R, RUDNICKI J W. A note on some features of the theory of localization of deformation[J]. International Journal of Solids and Structures, 1980, 16(7): 598 - 605.
- [6] 张永强, 宋 俐, 俞茂宏. 平面应变问题非连续分叉统一解[J]. 土木工程学报, 2004, 37(4): 54 - 59.(ZHANG Yongqiang, SONG Li, YU Maohong. Unified solution of discontinuous bifurcation for plane strain problems[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(4): 54 - 59.(in Chinese))
- [7] ORTIZ M, LEROY Y, NEEDLEMAN A. A finite element method for localized failure analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1987, 61(2): 189 - 214.
- [8] 杨 强, 陈 新, 周维垣. 岩石类材料的分叉分析及其工程应用[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 403 - 406.(YANG Qiang, CHEN Xin, ZHOU Weiyuan. The analysis of discontinuous bifurcation of rock like materials and its engineering application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4): 403 - 406.(in Chinese))
- [9] 赵吉东, 周维垣, 黄岩松, 等. 岩石混凝土材料损伤局部化分叉研究及应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(1): 80 - 83.(ZHAO Jidong, ZHOU Weiyuan, HUANG Yansong, et al. A damage localization bifurcation for rock-concrete-like materials and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(1): 80 - 83.(in Chinese))
- [10] 李锡夔, CESCOTTO S. 梯度塑性的有限元分析及应变局部化模拟[J]. 力学学报, 1996, 28(5): 575 - 584.(LI Xikui, CESCOTTO

- S. Finite element analysis of gradient plasticity and modeling of strain localization[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1996, 28(5): 575 - 584.(in Chinese))
- [11] BAZANT Z P, PIAUDIER-CABOT G. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence[J]. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, 1988, 55(2): 287 - 293.
- [12] 陈刚. 煤岩体后破坏的理论研究及预测[博士学位论文][D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2003. (CHEN Gang. Theoretical study and forecasting on postfailure of coal and rock[Ph. D. Thesis][D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2003.(in Chinese))
- [13] PIETRUSZCZAK S T, MROZ Z. Finite element analysis of deformation of strain-softening materials[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1981, 17(3): 327 - 334.
- [14] 黄茂松, 钱建固, 吴世明. 饱和土体应变局部化的复合体理论[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(1): 21 - 25.(HUANG Maosong, QIAN Jiangu, WU Shiming. A homogenization approach to localized deformation in saturated soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(1): 21 - 25.(in Chinese))
- [15] ORTIZ M, LEROY Y, NEEDLEMAN A. A finite element method for localized failure analysis[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1987, 61(2): 189 - 214.
- [16] 秦卫星, 陈胜宏, 刘金龙. 不连续化分叉条件及其在边坡稳定分析中的应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(增1): 4 912 - 4 916. (QIN Weixing, CHEN Shenghong, LIU Jinlong. Discontinuous bifurcation condition and its application to slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(Supp.1): 4 912 - 4 916.(in Chinese))
- [17] CHEN S H, QIANG S. Composite element model for discontinuous rock masses[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004, 41(5): 865 - 870.
- [18] 陈胜宏, 汪卫明, 徐明毅, 等. 小湾高拱坝坝踵开裂的有限单元法分析[J]. *水利学报*, 2003, (1): 66 - 71.(CHEN Shenghong, WANG Weiming, XU Mingyi, et al. Finite element method of the crack propagation in high arch dam heel of Xiaowan project[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, (1): 66 - 71.(in Chinese))
- [19] HUDSON J A, PRIEST S D. Discontinuity frequency in rock masses[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1983, 20(1): 73 - 89.
- [20] BAECHE G B, LANNEY N A, EINSTEIN H H. Statistical description of rock properties and sampling[C]// Proc. 18th US Symp. Rock Mechanics. [S. l.]: [s. n.], 1978: 1 - 8.
- [21] REGUEIRO R A. Finite element analysis of strain localization in geomaterials taking a strong discontinuity approach[Ph. D. Thesis][D]. Stanford: Stanford University, 1998.