

岩样直剪应力 - 应变全程曲线研究

范海军, 郝艳广, 肖盛燮

(重庆交通大学 防灾减灾工程研究所, 重庆 400074)

摘要: 基于直剪试验机 - 岩样系统加载过程中各组成部件不同受力特点, 运用功能原理, 建立联合作用下的一维剪切实测应力 - 应变曲线全过程的参数方程, 推导岩样失稳破坏判据和系统回跳条件, 指出试验机 - 岩样系统弹性区段的存在是造成实测剪应力 - 剪应变曲线与岩样真实直剪本构曲线不一致和产生岩样失稳破坏、系统回跳现象的主要原因。通过算例分析剪切带宽度和试件高度对实测直剪应力 - 应变全程曲线的影响关系。分析结果表明, 加载系统弹性受力区段越长, 局部化剪切带宽度越小, 实测软化段曲线就越陡, 加载系统就越不稳定, 越容易出现系统回跳现象, 且在加载过程中岩样就会越早发生脆性破坏。

关键词: 岩石力学; 剪应力 - 应变曲线; 本构关系; 失稳判据; 回跳条件; 剪切带宽度

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2006)增 1 - 2612 - 06

STUDY ON COMPLETE STRESS-STRAIN CURVE OF ROCK SPECIMEN UNDER DIRECT SHEAR TEST

FAN Haijun, HAO Yanguang, XIAO Shengxie

(Research Institute of Disaster Protection and Mitigation Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: Based on mechanical behavior of the different parts of testing machine-specimen system and using the energy conservation principle, a parametric equation of the complete stress-strain curve in direct shear is deduced. A criterion of instability and a critical condition of snap-back of testing machine-specimen system are put forward. The research work shows that the elastic parts of testing machine-specimen system are the origin of the failure or the snap-back of testing machine-specimen system. It leads to the discrecional results of complete stress-strain curve in direct shear, which differ from shear stress-strain constitutive relation. The analysis of the relationship between the shear stress-strain curve and the shear band thickness shows that the thicker the shear band thickness is, the less brittle the material becomes and the earlier failure the specimen happens during loading. The analysis of the relationship between the shear stress-strain curve and the elastic parts length shows that the longer the elastic parts length is, the more brittle the material becomes and the earlier failure the specimen happens during loading.

Key words: rock mechanics; shear stress-strain curve; constitutive relation; criterion of instability; critical condition of snap-back; shear band thickness

1 引言

利用试验机对一定尺度、形状的岩样进行直剪,

得到荷载与变形之间的关系即剪应力 - 剪应变曲线, 是揭示岩土材料力学特性的重要方法。但由于剪切带宽度在试验中无法确定^[1~3], 直剪试验不能直接测得岩样的应变, 从而实测关系曲线成为试验

收稿日期: 2005 - 11 - 08; **修回日期:** 2005 - 12 - 06

基金项目: 国家科技攻关计划“西部开发科技行动”重大项目(2004BA901A02)

作者简介: 范海军(1981 -), 男, 2003 年毕业于重庆交通学院桥梁与隧道工程专业, 现为硕士研究生, 主要从事防灾减灾及防护工程方面的研究工作。E-mail: fhjq@sina.com

机 - 岩样系统联合作用的响应结果。联合作用的响应行为表现为岩样失稳破坏、系统回跳以及同样材料的实测关系曲线离散等现象。至今，人们通过试验^[1~6]、数值模拟^[7, 8]和理论分析^[9~14]等方法对直剪试验机 - 岩样联合作用下岩样失稳回跳现象和力学响应全过程进行了解释，但很少涉及研究岩样真实直剪本构曲线与实测剪应力 - 剪应变曲线的关系以及与岩样失稳破坏和系统回跳现象的关系。

本文首先在前人研究的基础上，从试验机 - 岩样系统加载过程中内各结构部分不同受力特点出发，运用功能原理，建立了联合作用下的实测直剪应力 - 应变曲线全过程的参数方程，揭示了岩样真实直剪本构曲线与实测直剪应力 - 应变曲线以及试验响应现象的内在关系；然后从理论上进一步研究了岩样失稳破坏判据和系统回跳现象，并与前人的有关结论对比验证了本文结果的正确性；最后通过算例分析了局部化剪切带宽度和试件高度对实测直剪应力 - 应变全程曲线的影响。

2 理论模型

由于岩石材料的非均质性，加载前岩石岩样内部原始损伤就已经客观存在，加载是实现岩样从原始损伤(微裂缝)的随机空间分布(无序)到出现变形局部化，直到贯穿断裂(有序)的过程。因此，应变局部化使得剪切带局部化，以致直剪试验机 - 岩样系统分成了两类不同的受力过程部分，从而得到离散的实测剪应力 - 剪应变曲线和产生复杂的响应现象。

2.1 平衡方程

忽略加载过程中岩样声发射、端部摩擦等消耗的能量，外力功全部转化为岩样的应变能，图1给出了直剪试验机 - 岩样系统变形简图^[12]。

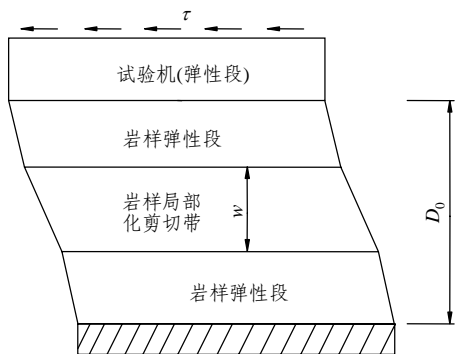


图1 试验机 - 岩样系统变形简图^[12]

Fig.1 Model of testing machine-specimen system^[12]

假设当局部化剪切带进入弹塑性阶段达到应力峰值时，非局部化剪切区段是线弹性的。根据能量守恒原理，加载系统的局部形态可以通过系统势能增量描述：加载系统进行准静态变化时，岩样局部化剪切带应变能增量 dU_1 、各弹性区段应变能增量 dU_2 和外力功增量 dW 满足能量增量平衡方程，即

$$dU_1 + dU_2 - dW = 0 \tag{1}$$

根据以上分析，局部化剪切带的力学行为实际上是岩样真实直剪本构关系的反映，假设岩样真实直剪本构关系为 $\tau(\bar{\gamma})$ ，则有

$$dU_1 = \tau(\bar{\gamma})Adu = \tau(\bar{\gamma})Awd\bar{\gamma} \tag{2}$$

式中： w 为局部化剪切带宽度，与岩样内部长度有关； A 为局部化剪切带的有效剪切面面积。

无论是刚性试验机还是伺服式试验机，系统的应变能不仅包括岩样的应变能，还含有试验机附加刚性主件的应变能。附加刚性主件的变形在加载初期影响不大，但接近峰值及峰值之后的影响将会被放大。因此，在研究岩样与试验机的联合作用时，主要是考虑试验机这部分结构的影响，不妨与岩样视为一个加载系统。设加载系统共有 n 段弹性区段(含岩样的弹性部分)，则弹性区段应变增量为

$$dU_2 = \sum_{i=1}^n Qdu_i = \sum_{i=1}^n Q \int_0^{D_i} \frac{dQ}{G_i A_i(D_i)} dD_i \tag{3}$$

式中： G_i ， $A_i(D_i)$ ， D_i 分别为第 i 段弹性材料的剪切模量、剪切有效面积(长度的函数)和长度； Q 为试验机施加的剪力。外力功增量可表示为

$$dW = Qdu_p = QD_0d\gamma_p \tag{4}$$

式中： u_p ， γ_p 分别为试验机实测总位移量和剪应变； D_0 为岩样长度。能量增量方程为

$$f(\bar{\gamma})du + \sum_{i=1}^n Qdu_i - Qdu_p = 0 \tag{5}$$

$$\tau(\bar{\gamma})Awd\bar{\gamma} + \sum_{i=1}^n Q \int_0^{D_i} \frac{dQ}{G_i A_i(D_i)} dD_i - QD_0d\gamma_p = 0 \tag{6}$$

根据剪切面上剪力相等条件和局部化剪切带与弹性区段交界面上力平衡关系可得

$$\left. \begin{aligned} A &= cA_0 \\ Q &= cA_0\tau(\bar{\gamma}) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

则

$$dQ = cA_0 \tau'(\bar{\gamma}) d\bar{\gamma} \quad (8)$$

式中： A_0 为岩样剪切面面积。

将式(7)，(8)代入式(6)可得

$$\tau(\bar{\gamma})cA_0 w d\bar{\gamma} + \tau(\bar{\gamma})\tau'(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n (cA_0)^2 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} d\bar{\gamma} - cA_0 \tau(\bar{\gamma}) D_0 d\gamma_p = 0 \quad (9)$$

设 $\tau(\bar{\gamma}) \neq 0$ ，则式(9)变为

$$w d\bar{\gamma} + \tau'(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} d\bar{\gamma} - D_0 d\gamma_p = 0 \quad (10)$$

式中： c 为与岩样局部化剪切带相对的初始损伤系数($c \leq 1$)； $\int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)}$ 为弹性区段长度方向的变刚度，即长度方向不均匀性的尺寸效应。

式(10)即为试验机 - 岩样系统加载过程的准静态能量增量平衡方程，是以岩样真实直剪本构关系描述的试验机 - 岩样系统加载全过程。

2.2 直剪应力 - 应变曲线参数方程

在峰值之前，岩样不会出现应变能释放现象，其剪切应变能整体处于增加状态。进入软化段后，试验机 - 岩样系统出现两部分不同的变形特征，应变局部化区段塑性应变增加而弹性区段卸载释放剪切应变能，并且局部化剪切带塑性功等于弹性区段释放的剪切应变能和外部输入功之和。由式(10)可得

$$d\gamma_p = \frac{1}{D_0} \left(w + \tau'(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} \right) d\bar{\gamma}$$

$$\gamma_p = \int_0^{\bar{\gamma}} \frac{1}{D_0} \left(w + \tau'(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} \right) d\bar{\gamma} = \frac{1}{D_0} \left(w\bar{\gamma} + \tau(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} \right)$$

故剪切应力 - 应变曲线参数方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} \tau_p &= c\tau(\bar{\gamma}) \\ \gamma_p &= \frac{1}{D_0} \left(w\bar{\gamma} + \tau(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

应力 - 应变曲线的斜率可表示为

$$\frac{d\tau_p}{d\gamma_p} = \frac{D_0 c \tau'(\bar{\gamma})}{w + \tau'(\bar{\gamma}) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)}} \quad (12)$$

从式(11)中可以看出，当弹性受力区段不存在，即 $w = D_0$ 时，实测剪应力 - 剪应变关系曲线与真实直剪本构曲线是一致的。曲线进入软化段后，试验机 - 岩样系统内部出现了一对受力矛盾体，即剪切带应变能增加，而弹性段应变能释放。弹性段应变能释放导致了真实剪应力 - 剪应变关系发生了改变，以致实测应力 - 应变曲线偏离真实直剪本构曲线走向。因此，弹性受力体的存在是实测应力 - 应变曲线与岩样真实直剪本构关系曲线不一致的主要原因。

2.3 峰值剪应力、剪应变

当局部化剪切带 $\tau(\bar{\gamma})$ 达到峰值剪应力 $\tau(\bar{\gamma}_0)$ 、剪应变 $\bar{\gamma}_0$ 时，岩样亦达到了极限承载能力，由式(9)可得

$$\left. \begin{aligned} \tau_{p0} &= c\tau(\bar{\gamma}_0) \\ \gamma_{p0} &= \frac{1}{D_0} \left(w\bar{\gamma}_0 + \tau(\bar{\gamma}_0) \sum_{i=1}^n cA_0 \int_0^{D_i} \frac{dD_i}{G_i A_i(D_i)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

至此就建立了以局部化剪切带力学行为表示的系统实测剪切应力 - 应变全过程曲线的参数方程，即具有非线性性质和能考虑结构响应影响的实测剪应力 - 剪应变曲线模型。

3 岩样变形失稳破坏判据

进入软化段之后，试验机 - 岩样系统出现两部分不同的变形特征，应变局部化区段塑性应变增加和弹性区段卸载释放剪切应变能，而且应变局部化区段塑性功吸收弹性区段释放的应变能和外力功。当岩样应变局部化带的应变能增量 dU_1 与弹性区段释放的应变能增量 dU_2 之和小于 0 时，加载系统必须对外做功释放应变能才能维持准静态和稳定，否则系统失去准静态或岩样发生脆性破坏。由式(1)可得系统失去准静态或岩样发生脆性破坏的条件为

$$dW = dU_1 + dU_2 < 0 \quad (14)$$

即

$$dW = \tau(\bar{\gamma})cA_0 w d\bar{\gamma} +$$

$$\tau(\bar{\gamma})\tau'(\bar{\gamma})\sum_{i=1}^n(cA_0)^2\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}d\bar{\gamma}<0 \quad (15) \quad \text{令}$$

式(13)可等价为

$$\frac{dW}{d\bar{\gamma}}=cA_0\tau(\bar{\gamma})\left(w+\tau'(\bar{\gamma})\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}\right)<0 \quad (16)$$

由于 $cA_0\tau(\bar{\gamma})>0$ ，则加载系统失去准静态或岩样发生脆性破坏的判据为

$$w+\tau'(\bar{\gamma})\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}<0 \quad (17)$$

由式(17)可得加载系统失去准静态或岩样发生脆性破坏的临界条件为

$$w+\tau'(\bar{\gamma})\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}=0 \quad (18)$$

即当试验机 - 岩样系统加载至 $\tau(\bar{\gamma})$ ，满足式(18)时，系统将在荷载 $\tau(\bar{\gamma})$ 点发生失稳破坏或失去准静态。

容易验证，在双线性岩样真实直剪本构关系假设条件下，忽略岩样相对初始损伤的影响，由式(17)化简可以得到与王学滨等^[11]式(31)一样的结果。

4 试验机 - 岩样系统回跳条件

试验机 - 岩样系统回跳现象在应力 - 应变全程曲线上呈现为 II 类变形行为，试验机 - 岩样系统回跳条件即为 II 类岩石变形行为条件。根据 II 类岩石变形曲线特征，其变形行为存在的条件为应力 - 应变曲线软化段的斜率存在大于 0 的部分，由式(12)可得

$$\frac{d\tau_p}{d\gamma_p}=\frac{D_0c\tau'(\bar{\gamma})}{\left[w+\tau'(\bar{\gamma})\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}\right]}>0 \quad (19)$$

由于 $\tau'(\bar{\gamma})<0$ ($\bar{\gamma}>\bar{\gamma}_0$)，则 II 类岩石变形行为的存在条件为

$$w+\tau'(\bar{\gamma})\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}<0 \quad (20)$$

化简可得

$$\tau'(\bar{\gamma})<-\frac{w}{\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}} \quad (21)$$

$$K=-\frac{w}{\sum_{i=1}^ncA_0\int_0^{D_i}\frac{dD_i}{G_iA_i(D_i)}}$$

若存在剪应变 $\bar{\gamma}(\bar{\gamma}>\bar{\gamma}_0)$ 满足 $\tau'(\bar{\gamma})<K$ ，在试验机 - 岩样系统联合作用下，岩样将出现 II 类岩石变形行为，即系统出现回跳现象。容易验证，若假设岩样真实直剪本构关系为双线性，忽略岩样相对初始损伤的影响，则可以得到与王学滨等^[12]式(15)和王学滨等^[13]式(6)一致的条件。

5 算例分析

下面通过一个剪切带局部化破坏失稳的算例，分析加载系统与岩石变形行为的影响特征，以验证参数方程的正确性。本文采用假定材料微元强度分布服从 Weibull 分布，根据损伤理论，通过试验确定的岩样真实直剪本构关系为

$$\tau=G_0\bar{\gamma}\exp(-\bar{\gamma}/\bar{\gamma}_0) \quad (22)$$

式中： G_0 为岩样剪切模量， $\bar{\gamma}_0$ 为试件峰值应力对应的应变。

计算参数假设为：岩样材料剪切模量 $G_0=10$ GPa， $\bar{\gamma}_0=3\times 10^{-3}$ ；试验机材料剪切模量 $G_1=79$ GPa， $D_0=100$ mm。岩样材料真实直剪应力 - 剪应变本构关系如图 2 所示，将上面计算参数和岩样真实直剪本构关系式(22)代入式(11)中分别计算得到试件长度和剪切带宽度对岩石变形行为的影响(见图 3, 4)。

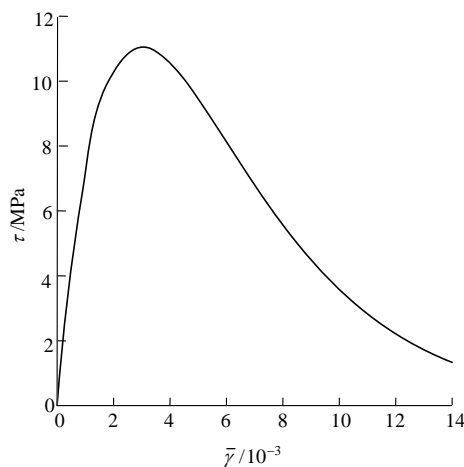


图2 剪应力 - 剪应变本构关系

Fig.2 Shear stress-shear strain constitutive relation

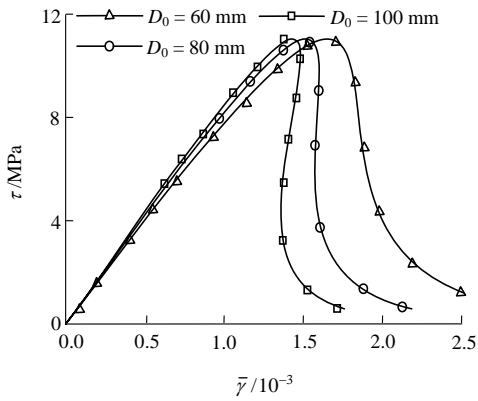


图3 试件长度对岩石变形行为的影响

Fig.3 Influence of the specimen height on rock mechanical behavior

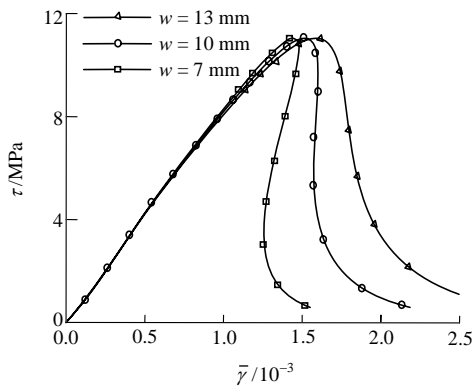


图4 局部化剪切带宽度对岩石变形行为的影响

Fig.4 Influence of the shear band thickness on rock mechanical behavior

由图3可见：当岩样长度较短时，软化段表现为I类曲线；随着岩样长度的增加，软化段曲线走势越陡，逐渐向II类曲线过渡，且在峰值应力附近应变值随着尺寸的增加而减小。由此可知，在试验机-岩样系统联合作用之下，岩石变形的尺寸效应不但在软化段表现明显，而且硬化段也存在，尤其体现在峰值剪应力对应的应变，这与一些单轴压缩试验结果^[15, 16]是相符合的，而剪切情况硬化段曲线的尺寸效应问题有待于进一步证实和研究。

由图4可见：岩样局部化剪切带宽度较大时，变形行为表现为I类曲线，随着宽度的减小，曲线变得越陡，逐渐呈现出II类曲线行为，且在峰值应力附近应变值随着尺寸的增加而减小。可见，剪切带宽度变化会影响实测岩样剪应力-剪应变全过程曲线，尤其体现在曲线的峰值附近和软化段。

比较式(16), (19)发现，系统失去准静态或岩样

发生脆性破坏判据和试验机-岩样系统回跳条件是相同的，这就从理论上证明了II类变形行为的破坏(断裂)是自持续的或是不稳定的。由以上算例分析可知，岩样的弹性区段越长，局部化剪切带宽度越小，系统就越不稳定，在加载过程中岩样就越早发生脆性破坏，越容易出现系统回跳现象。

6 结论

(1) 直剪试验机-岩样系统弹性区段的存在，是造成实测应力-应变曲线与岩样真实直剪本构关系不一致和引起岩样失稳破坏、系统回跳现象的主要原因。

(2) 加载系统弹性受力区段越长，局部化剪切带宽度越小，系统就越不稳定，软化段曲线就越陡，在加载过程中岩样就越早发生脆性破坏，越容易出现系统回跳现象。

(3) 以上理论研究表明，在试验过程中，由于岩样不均质，同样的岩样会产生弹性区段长度和局部化剪切带宽度的不同，而导致离散的实测剪应力-应变曲线和复杂的破坏失稳响应行为。

参考文献(References):

- [1] 刘斯宏, 徐永福. 粒状体直剪试验的数值模拟与微观考察[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(3): 288 - 292. (Liu Sihong, Xu Yongfu. Numerical simulation for a direct box shear test on granular material and microscopic consideration[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(3): 288 - 292. (in Chinese))
- [2] Muhlhaus H B, Vardoulakis I. The thickness of shear bands in granular materials[J]. Geotechnique, 1987, 37(3): 271 - 283.
- [3] 施斌, 姜洪涛. 在外力作用下土体内部裂隙发育过程的CT研究[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(15): 537 - 541. (Shi Bin, Jiang Hongtao. A study on the development of failures inside soil under the external force using CT technique[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(15): 537 - 541. (in Chinese))
- [4] Shibuya S, Mitachi T, Tamate S. Interpretation of direct shear box testing of sands as quasi-simple shear[J]. Geotechnique, 1997, 47(6): 769 - 790.
- [5] Jewell R A. Direct shear tests on sand[J]. Geotechnique, 1989, 39(2): 309 - 322.
- [6] Jewell R A, Wroth C P. Direct shear tests on reinforced sand[J]. Geotechnique, 1987, 37(1): 51 - 68.
- [7] Cividini A, Gioda G. A finite element analysis of direct shear tests on

- stiff clays[J]. *Int. J. Num. Anal. Method Geomech.*, 1992, 16: 869 - 886.
- [8] Potts D M, Dounias G T, Vaughan P R. Finite element analysis of the direct shear box test[J]. *Geotechnique*, 1987, 37(1): 11 - 23.
- [9] 曾亚武, 陶振宇, 邬爱清. 用能量准则分析试验机 - 岩样系统的稳定性[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(增): 863 - 867.(Zeng Yawu, Tao Zhenyu, Wu Aiqing. Analysis of the stability of test machine and rock sample system[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(Supp.): 863 - 867.(in Chinese))
- [10] 王学滨, 潘一山, 马 瑾. 剪切带 - 弹性岩体系统的稳定及失稳滑动理论研究[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(3): 360 - 362.(Wang Xuebin, Pan Yishan, Ma Jin. Theoretical analysis of stability and unstable sliding of the system composed shear band and elastic rock[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(3): 360 - 362.(in Chinese))
- [11] 王学滨, 潘一山, 马 瑾. 剪切带内部应变(率)分析及基于能量准则的失稳判据[J]. *工程力学*, 2003, 23(2): 111 - 115.(Wang Xuebin, Pan Yishan, Ma Jin. Analysis of strain and strain rate in shear band and its instability based on energy criterion[J]. *Engineering Mechanics*, 2003, 23(2): 111 - 115.(in Chinese))
- [12] 王学滨, 王 梅, 赵扬峰, 等. 岩样失稳回跳与直剪试验机 - 岩样系统失稳回跳关系研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(3): 379 - 382.(Wang Xuebin, Wang Mei, Zhao Yangfeng, et al. Analysis of relation between snap-back specimen and snap-back of system composed of direct shear testing machine and specimen[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(3): 379 - 382.(in Chinese))
- [13] 王学滨, 海 龙, 宋维源, 等. 断层岩爆是应变局部化导致的系统失稳回跳[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(18): 3 102 - 3 105.(Wang Xuebin, Hai Long, Song Weiyuan, et al. Fault rockburst is snap-back due to shear strain localization[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(18): 3 102 - 3 105.(in Chinese))
- [14] Wang X B, Tang J P, Zhang Z H, et al. Analysis of size effect, shear deformation and dilation in direct shear test based on gradient-dependent plasticity[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(7): 1 095 - 1 099.
- [15] 杨圣奇, 苏承东, 徐卫亚. 岩石材料尺寸效应的试验和理论研究[J]. *工程力学*, 2005, 25(4): 112 - 118.(Yang Shengqi, Su Chengdong, Xu Weiya. Experimental and theoretical study of size effect of rock material[J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 25(4): 112 - 118.(in Chinese))
- [16] 潘一山, 魏建明. 岩石材料应变软化尺寸效应的试验和理论研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(2): 215 - 218.(Pan Yishan, Wei Jianming. Experimental and theoretical study on size effect on strain softening of rock material[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(2): 215 - 218.(in Chinese))