

大型地下工程三维弹塑性并行有限元分析

茹忠亮¹, 冯夏庭^{1,2}, 李洪东¹, 张友良², 姜谟男¹

(1. 东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

摘要: 有限单元法是岩土工程中最常用的一种数值计算方法, 但是面对大型岩土工程, 地质条件复杂、分析范围大, 其计算精度往往不够, 为了提高计算精度而细化计算网格, 增加单元的数量, 又会造成计算量大, 单机计算能力不足的矛盾。针对以上问题, 在区域分解和共轭梯度算法的基础上, 采用 Visual C++ 6.0 开发基于 Windows 平台的三维弹塑性并行有限元程序 ParallelGeoFEM^{3D}, 并在分布式网络环境中调试通过。对水布垭电站尾水洞阶段洞室的开挖过程进行详细的模拟, 单元数量达到 100×10^4 个, 开挖步为 20 步。计算结果表明, 该程序可以对大型岩土工程施工方案进行快速准确的分析计算。

关键词: 岩石力学; 三维弹塑性; 并行有限元; 施工过程; 数值模拟

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2006)06 - 1141 - 06

3D ELASTOPLASTIC PARALLEL FINITE ELEMENT ANALYSIS OF LARGE-SCALE UNDERGROUND ENGINEERING

RU Zhongliang¹, FENG Xiating^{1,2}, LI Hongdong¹, ZHANG Youliang², JIANG Annan¹

(1. School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110004, China;

2. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

Abstract: FEM is a numerical simulation method commonly used in geotechnical engineering. But for the large-scale problem with complex strata and large-scale region in geotechnical engineering, the calculation precision is not good enough. Refinement of finite element mesh causes element number increase greatly; and single PC computing capacity will be insufficient to accomplish the huge computing task. Based on the domain decomposition and precondition conjugate gradient methods, a ParallelGeoFEM^{3D} program is developed and implemented on cow cluster of workstation(COW). The construction sequence of the tail-tunnel excavation of Shuibuya Project is simulated with 100×10^4 elements and 20 excavation steps successfully showing the ParallelGeoFEM^{3D} can analyze construction options fast and accurately.

Key words: rock mechanics; 3D elastoplasticity; parallel finite element; construction process; numerical simulation

1 引言

我国土木工程正处在一个蓬勃发展的建设阶

段, 新建了一大批地铁、隧道、水电站等大型工程, 就水电站来说除了现在已经建成或正在兴建的大型水利枢纽工程如三峡、龙滩、水布垭等工程外, 预计今后 10 a 之内还将有相当多的大型水力发电

收稿日期: 2004 - 10 - 16; **修回日期:** 2005 - 03 - 08

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412708); 国家自然科学基金重点项目(50325414, 50334060)

作者简介: 茹忠亮(1977 -), 男, 1999年毕业于东北大学资源与土木工程学院建筑工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩土工程并行有限元计算方面的研究工作。E-mail: ruzhongliang@hpu.edu.cn

工程和蓄能电站计划兴建。越来越多的大型工程建设给岩土力学工作者带来了巨大挑战^[1]。有限元法是岩土工程中最常用的设计分析方法,然而对以上这些大型工程进行模拟计算时,传统的基于单机的串行有限元程序日益显露出它的缺陷与不足:计算规模小,精度低,速度慢。并行有限元于1975年提出后^[2],随着计算机技术的发展,产生了很多的算法,就有限元方程组的求解来说,C. Farhat 和 E. Willion^[3]介绍了按列高存储的 LDLT 并行分解算法, D. R. Kincard 和 J. C. Oppe^[4]对 LU 并行分解进行了讨论,为了避免直接解法中繁琐的同步操作控制步骤,各种迭代格式的解法日益受到重视,最具代表性的就是共轭梯度法(PCG)^[5]。就有限元的并行策略而言,主要有:

(1) 基于 EBE(element by element)策略的 PCG 并行有限元求解^[6]。该方法不需要组集总体刚度矩阵和荷载向量,运算主要在单元一级,为大量的矩阵和矩阵、向量和矩阵之间的运算,在共享内存的向量机、并行机上算法比较简单,程序实现较容易,但是在分布式存储的并行机上应用较困难。刘耀儒等^[7]采用 EBE 方法对二滩和锦屏拱坝进行了并行有限元分析,计算单元数为 30 万,采用 16 个 CPU 并行效率达到 60%。

(2) 基于区域分解(domain decomposition)方法的并行有限元求解^[8, 9],进行有限元计算前首先将计算区域划分为若干个子区域,各个子区域分别映射在一台计算机上,随后每台计算机分别对映射于自己的子区域进行有限元计算,计算机之间通过相互连接的网络进行数据通讯,采用 PCG 方法并行地求解有限元方程组。该方法属于粗粒度级(coarse granularity)的算法,适用于分布式存储的并行机及工作站集群系统(cow cluster of workstation, COW),COW 是一种通过高速网络将多台计算机连接起来的网络计算系统,它提供了一种不同于大型并行机的高性能计算系统。主要的优点有:构造简单、易维护,可以根据用户需要选择、更换硬件设备;软件开发方便,用户根据需要可以在不同的操作系统(Windows, Linux)、不同的编译环境(MSC, GNU)下共同开发,投资少,可扩展性好。

中国科学院武汉岩土力学研究所于 2000 年 6 月组建了一个 Windows 操作系统的 PC 集群网络并行计算系统,经过一次系统升级后,节点机 CPU 已经由 PIII600MHz, PIII800 升级至 PIV1.7GHz, PIV2.4GHz。在此平台上先后完成了一批重点科研

课题的高性能并行计算^[10]。X. T. Feng 等^[11]采用并行遗传规划对边坡稳定性进行了研究,安红刚等^[12, 13]采用并行进化神经网络对地下洞室群的开挖顺序、锚杆布置和支护方案进行了优化, Y. L. Zhang 和 X. T. Feng^[14]采用 C++ 语言编制了三维弹性并行有限元计算程序,用 6 个 CPU 对水布垭地下厂房进行了并行有限元分析,加速比达到 4.89,并行效率达 81%。本文在此程序的基础上开发了弹塑性求解模块,完成了 N-R 及 M-N-R 等非线性求解器,增加了 Mohr-Coulomb, Drucker-Prager 等岩土材料屈服准则;引入锚杆与岩体组合单元,对地下工程的锚杆支护效果进行了并行计算分析^[15];考虑工程开挖效果,增加了针对工程不同开挖顺序的快速计算模块。本文用此程序对水布垭尾水洞阶段的百万单元模型进行了 20 个开挖步的三维弹塑性并行有限元计算。

2 基于区域分解的并行有限元算法

区域分解算法最原始的思想可追溯到 1870 年德国数学家 H. A. Schwarz 提出的 Schwarz 交替法^[16],但当初并未引起计算数学家的注意。近年来,随着并行计算机和并行算法的发展,区域分解算法愈来愈受到人们的重视,已经成为计算数学领域的一个热点。简而言之,区域分解算法是将计算区域 Ω 分解为若干个子区域: $\Omega = \bigcup_{m=1}^N \Omega_m$,于是原问题的求解就转化为在各个子区域上求解。这样就可以把大问题转化为若干个小问题,缩小计算规模,在每个子区域内,计算过程独立进行,可见此算法具有高度的并行性。

有限元计算中网格离散化后总体控制方程为

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (1)$$

采用区域分解算法后,每个子区域的控制方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ib} \\ \mathbf{K}_{bi} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix}_m \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{x}_b \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_b \end{Bmatrix}_m \quad (2)$$

式中: m 为子区域号, i 为子区域内部节点自由度, b 为子区域边界节点自由度。如图 1 所示,子区域之间通过共用的边界节点建立联系。

整个有限元求解区域的控制方程以式(2)的形式分布式地存储在网络各台节点机上,国内外很多学者给出了此类方程的并行求解方法^[8, 9],其中预处理共轭梯度法以其良好的并行性、收敛性得到广

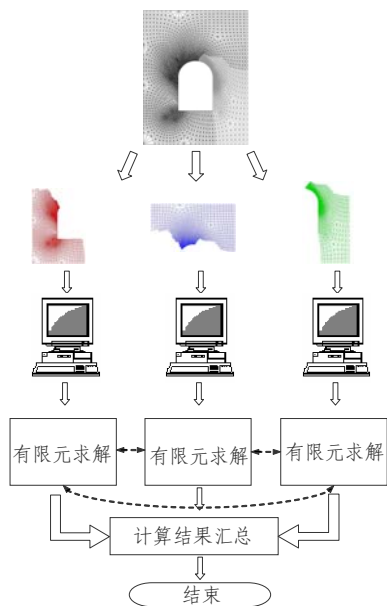


图 1 并行有限元计算示意图

Fig.1 Sketch of parallel finite element process

泛的应用。本文采用 MPI(message passing interface) 接口, 用 C++实现了方程组的 PCG 并行求解, 子区域间交换更新数据, 可采用 MPI 函数库中提供的 MPI_Send, MPI_Recv 等函数方便地实现。

3 施工过程的并行有限元模拟

3.1 锚固组合单元的并行计算

锚杆作为一种支承结构广泛应用于隧道支护、路基加固和边坡稳定等岩土工程中, 通过黏结剂与围岩结合, 提高了围岩抗弯、抗拉和抗剪切能力, 从而改善围岩的受力条件, 提高围岩的稳定性。考虑到并行计算对计算网格的区域分解时, 有可能将一根锚杆分解为位于几个不同的区域的锚杆段, 因此选择一种合适的锚杆单元成为锚固并行计算的关键。

ParallelGeoFEM^{3D} 引入了锚杆段与岩体单元组合的锚固组合单元来模拟锚杆的支护效果。如图 2 所示, 整根锚杆穿越实体单元被分解为若干个锚杆段, 区域分解后锚杆段与实体单元位于不同的子区域内。可称锚杆段嵌入的实体单元为母体单元, 锚杆段的加固效应直接反映在相应母体单元刚度矩阵上, 锚杆段相互之间不产生直接联系, 不需要记录子区域之间锚杆段之间的连接关系, 子区域之间的数据通信仍然在实体单元节点之间进行, 式(2)的整体结构不发生改变。具体计算过程如下:

按照杆单元的计算方法求得锚杆段刚度矩阵 $[K_b]$ 。

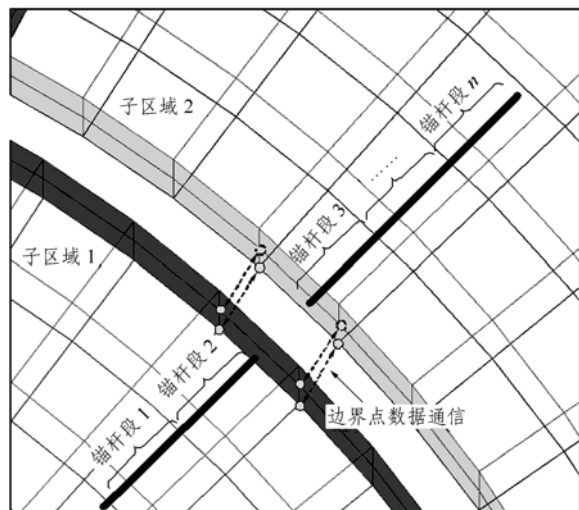


图 2 三维加锚组合单元计算示意图

Fig.2 Sketch of 3D bolted rock element

计算锚杆段局部坐标到总体坐标的转换矩阵 $[T]$, 锚杆段端点对实体单元的形函数矩阵 $[R]$, 具体公式可参照朱维申等^[17]的研究成果。

锚杆段对组合单元的刚度贡献矩阵为

$$[K_{bc}]_{(24 \times 24)} = [R]^T [T]^T [K'] [T] [R] \quad (3)$$

岩体单元的刚度矩阵为

$$[K_R]_{(24 \times 24)} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |J| t d\zeta d\eta d\zeta \quad (4)$$

加锚组合单元的刚度矩阵为

$$[K_e]_{br} = [K_{bc}] + [K_R] \quad (5)$$

将式(5)叠加到式(2)中, 参与方程组的并行求解。

由求得的实体单元节点位移计算锚杆段的位移、应力。

3.2 工程开挖分析的并行计算

自然界中的岩体在开挖前处于一个自然平衡的状态, 分布着一定的初始应力, 洞室开挖使得边界点的应力得以“释放”, 从而引起围岩应力场和位移场的重新分布。并行有限元计算中区域分解后的网格如图 3 所示, 虚线部分为开挖掉的单元。本着计算过程中不重新划分计算网格, 不重新区域分解的原则, ParallelGeoFEM^{3D} 采用“死活”单元法对开挖过程进行模拟, 在单元数据中设置一个“死活”标志, 当单元开挖掉后, 将其设置为死单元, 即把其弹性模量、质量等材料常数设定为一个极小值, 相应的荷载项设定为 0, 但仍然保留挖掉节点的自由度编号; 锚杆支护单元加上后, 将其设置为活单

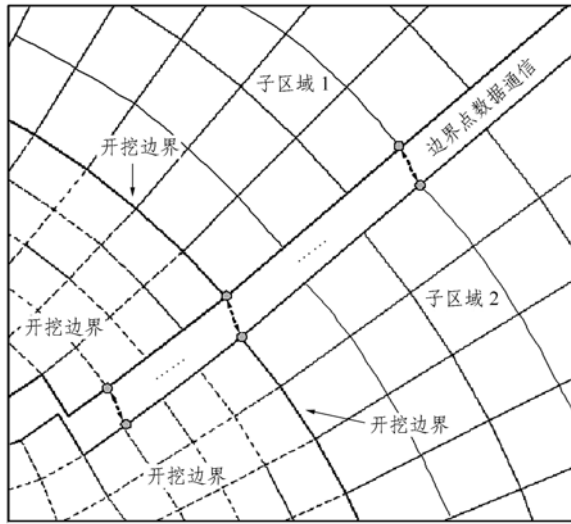


图 3 并行有限元开挖过程计算示意图

Fig.3 Sketch of excavation process in ParallelGeoFEM

元，赋予其正常的材料参数。计算过程中，开挖掉的节点在网格中实际还是存在的，因此继续保持相互之间的数据通信。该方法不需要修改计算网格，程序实现起来简洁方便，非常适合大规模的并行有限元分析。

4 工程应用实例

水布垭电站位于清江中游河段的湖北省巴东县水布垭镇，是清江干流 3 级梯级开发中的龙头电站。尾水洞轴线方向 NE26°，进口高程 166.8 m，出口高程 188.8 m，4 个尾水洞轴线垂直主厂房直线布置，从河谷向山的内侧方向编号依次是 1#~4#尾水洞，沿流向分为 6 段，即尾水管段、尾水管加长段、直线段、前渐变段、标准段和后渐变段。1#~4#尾水洞长度分别为 327.34，319.90，313.16，307.25 m。尾水洞中心距 31 m，净直径标准段 11.5 m，其他段为 9.6~11.5 m。

根据清江地质大队 2002 年 8 月绘制的地质资料选取岩层力学参数，计算区域的尺寸为 350 m×300 m×400 m(长×宽×高)，坐标原点选取 1#尾水洞与主厂房相交平面的中心，模型四周除河谷侧没有约束外其余三面法向约束，底面三向约束，考虑自重地应力，采用 Mohr-Coulomb 相关屈服准则。

开挖方案：沿 1#~4#洞顺次开挖，每个洞分 5 步开挖(见图 4)，共 20 个开挖步，各个洞室开挖步长见表 1。

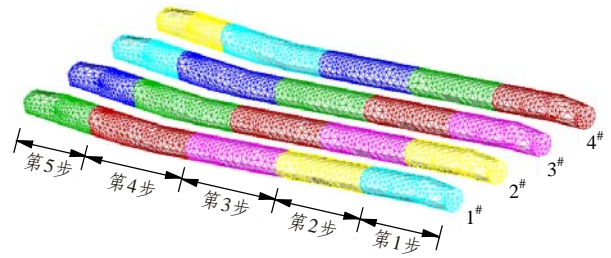


图 4 尾水洞开挖段

Fig.4 Excavation elements of tail-tunnels

表 1 洞室开挖步长

Table 1 Excavation step lengths of tunnels

尾水洞编号	第 1 步	第 2 步	第 3 步	第 4 步	第 5 步
1#	70.0	70.0	70.0	60.0	57.0
2#	70.0	70.0	70.0	60.0	49.0
3#	70.0	70.0	70.0	60.0	43.0
4#	70.0	70.0	70.0	60.0	37.0

整个计算区域划分为 1 002 258 个单元，177 437 个节点(见图 5)，在一台计算机上由于内存耗尽，不能完成计算。划分为 7 个子区域进行并行计算(见图 6)，

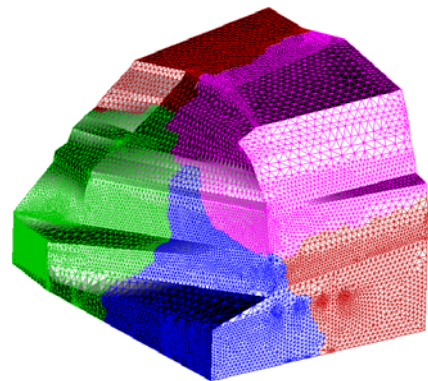


图 5 水布垭工程有限元计算模型

Fig.5 Finite element model of Shuibuya Project

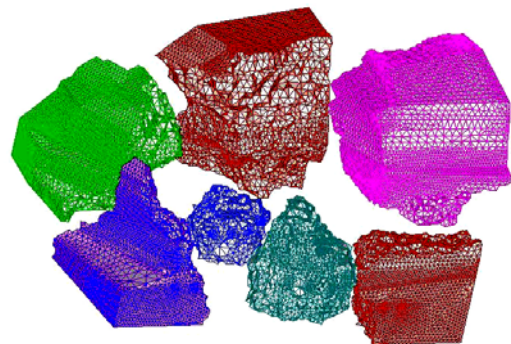


图 6 区域分解后的计算模型

Fig.6 Decomposed mesh of Shuibuya Project

各个子区域单元节点数见表 2。网络计算平台为中国科学院武汉岩土力学研究所自行开发的网络并行计算平台 RsmVpc^[15]，采用其中 7 台计算机耗时 4 天 15 小时 26 分钟完成。图 7~10 为截面(Z = 50 m)不同开挖步主应力分布图。

表 2 子区域计算信息

Table 2 Mesh information of per-subdomain

子区域	单元数	节点数	约束节点数
1	143 112	27 224	5 340
2	142 686	27 016	2 139
3	142 905	26 490	2 679
4	143 147	27 143	2 031
5	143 500	26 179	2 605
6	143 708	25 272	1 188
7	142 905	26 490	2 679

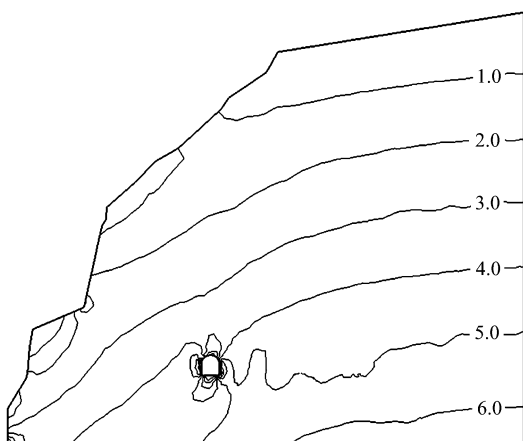


图 7 第 5 步开挖最大主应力分布(单位: MPa)
Fig.7 Maximum principal stress contours at step 5 (unit: MPa)

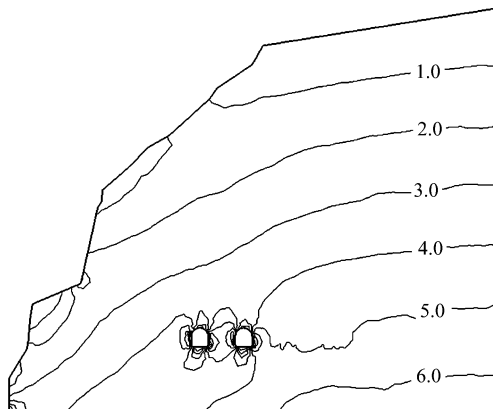


图 8 第 10 步开挖最大主应力分布(单位: MPa)
Fig.8 Maximum principal stress contours at step 10 (unit: MPa)

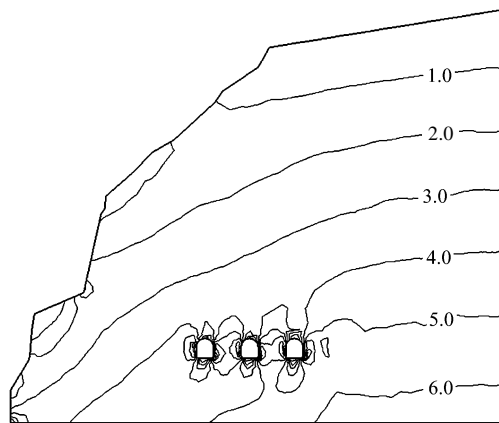


图 9 第 15 步开挖最大主应力分布(单位: MPa)
Fig.9 Maximum principal stress contours at step 15 (unit: MPa)

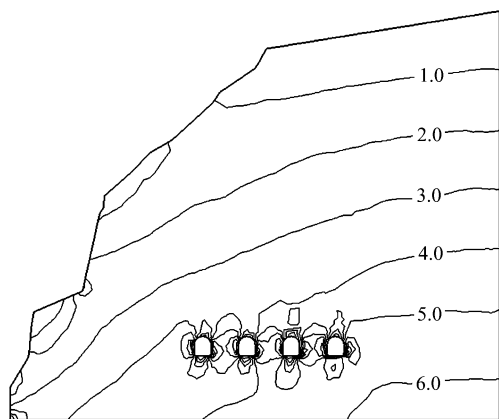


图 10 第 20 步开挖最大主应力分布(单位: MPa)
Fig.10 Maximum principal stress contours at step 20 (unit: MPa)

取现场 5 个监测点的位移^[18]与 ParallelGeoFEM^{3D} 计算结果对比, 见图 11。由此可见, 本文所开发的基于 PC 机群的三维弹性并行有限元分析软件, 不仅计算速度快, 而且计算结果可靠, 具有较大的实用价值。

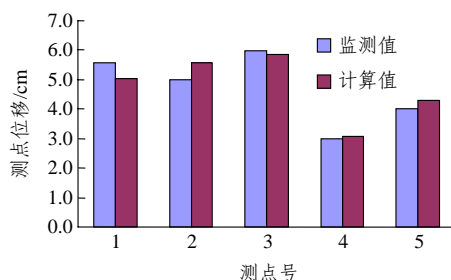


图 11 监测点位移与计算值对比
Fig.11 Comparison of observed displacements and computing displacements at key points

5 结 语

(1) 本文结合并行有限元区域分解算法及分布式并行共轭梯度算法, 开发了基于 PC 机群, 考虑锚杆支护及工程开挖的三维弹塑性并行有限元分析软件。

(2) 针对水布垭电站尾水洞阶段单元数量达到 100×10^4 个, 20 个开挖步的大型有限元模型, 单机一般无法完成。通过区域分解, 将大任务分解为若干小的计算任务, 采用多台计算机并行计算, 可以大幅度地减少计算时间, 提高工作效率。本文运用并行有限元对此复杂地下工程的施工过程进行快速计算, 并与监测数据进行对比, 验证了程序的可靠性。

参考文献(Reference):

- [1] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000.(Feng Xiating. Introduction to Intelligent Rock Mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2000.(in Chinese))
- [2] Noor A, Fulton R E. Impact of the CDC - STAR - 100 computer on finite element systems[J]. J. Struct. Div., 1975, (4): 731 - 750.
- [3] Farhat C, Willion E. A parallel active column equation solver[J]. Computers and Structures, 1986, 28(2): 289 - 304.
- [4] Kincard D R, Oppe T C. A parallel algorithm for the general LU factorization[J]. Communication in Applied Numerical Method, 1988, (4): 349 - 359.
- [5] Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems[R]. New York: PWS, 1996.
- [6] Gullerud A S, Dodds R H. MPI-based implementation of a PCG solver using an EBE architecture and preconditioned for implicit 3D finite element analysis[J]. Computers and Structures, 2001, 28(2): 553 - 575.
- [7] 刘耀儒, 周维垣, 陈欣. 基于 EBE 方法的三维有限元并行计算[J]. 岩石力学, 2003, 24(增): 69 - 72.(Liu Yaoru, Zhou Weiyuan, Chen Xin. 3D parallel finite element computation based on EBE method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(Supp.): 69 - 72.(in Chinese))
- [8] Sonzogni V E, Yommi A M, Nigro N M, et al. A parallel finite element program on a Beowulf cluster[J]. Advances in Engineering Software, 2002, 33: 427 - 443.
- [9] Barry W, Michael A. Parallel programming techniques and applications using networked workstations and parallel computers[R]. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [10] 冯夏庭. 岩土力学并行计算方法研究进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(增 1): 875 - 878.(Feng Xiating. Research on parallel computation in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(Supp.1): 875 - 878.(in Chinese))
- [11] Feng X T, Li S J, Zhang Y L. Visual parallel computing in intelligent rock and soil mechanics[A]. In: Proceedings of the 2001 IRSM International Symposium — the 2nd Asian Rock Mechanics Symposium[C]. Beijing: A. A. Balkema, 2001. 487 - 490.
- [12] 安红刚, 冯夏庭, 李邵军. 大型洞室群稳定性与优化的并行进化神经网络有限元方法研究——第一部分: 理论模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 706 - 710.(An Honggang, Feng Xiating, Li Shaojun. Research on parallel evolutionary neural network FEM for stability analysis and optimization of large cavern group—part 1: theory model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 706 - 710.(in Chinese))
- [13] 安红刚, 冯夏庭, 李邵军. 大型洞室群稳定性与优化的并行进化神经网络有限元方法研究——第二部分: 实例研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(10): 1 640 - 1 645.(An Honggang, Feng Xiating, Li Shaojun. Research on parallel evolutionary neural network FEM for stability analysis and optimization of large cavern group—part 2: case study[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(10): 1 640 - 1 645.(in Chinese))
- [14] Zhang Y L, Feng X T. Parallel computing method in geotechnical engineering[A]. In: Proceedings of the 2001 IRSM International Symposium — the 2nd Asian Rock Mechanics Symposium[C]. Beijing: A. A. Balkema, 2001. 365 - 368.
- [15] 茹忠亮, 冯夏庭, 张友良, 等. 地下工程锚固岩体有限元分析的并行计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(1): 13 - 17.(Ru Zhongliang, Feng Xiating, Zhang Youliang. Parallel finite element analysis of bolted rock mass in underground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(1): 13 - 17.(in Chinese))
- [16] 吕涛, 石济民, 林振宝. 区域分解算法——偏微分方程数值解新技术[M]. 北京: 科学出版社, 1992.(Lu Tao, Shi Jimin, Lin Zhenbao. Domain Decomposition Methods—New Numerical Techniques for Solving PDE[M]. Beijing: Science Press, 1992.(in Chinese))
- [17] 朱维申, 李术才, 陈卫忠. 节理岩体破坏机制和锚固效应及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.(Zhu Weishen, Li Shucai, Chen Weizhong. Models for the Mechanical Properties and Anchoring Effects of Jointed Rock Mass and Their Applications[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))
- [18] 李洪东. 水布垭尾水洞开挖参数智能优化[硕士学位论文][D]. 沈阳: 东北大学, 2004.(Li Hongdong. Construction parameters intelligent optimization at Shuibuya Power Plant tail water tunnels [M. S. Thesis][D]. Shenyang: Northeastern University, 2004.(in Chinese))