

裂纹几何特征对压剪复合断裂的影响分析

李银平, 杨春和

(中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

摘要: 针对岩石类材料中压剪裂纹的复合断裂问题, 理论上一般将其抽象为没有厚度的 Griffith 线裂纹, 这样就会导致翼裂纹初始起裂角与主裂纹方位角及围压无关的结论。而已开展的压剪裂纹复合断裂试验表明, 翼裂纹起裂角与主裂纹方位角和围压明显相关。首先较系统地讨论原生(或预制)裂纹的几何特征(如厚度、裂纹尖端曲率半径等)及围压对翼裂纹起裂角的影响; 然后结合含预制裂纹大理岩压剪试验进行翼裂纹起裂角的理论预测和试验结果的对比分析。该分析为压剪复合断裂试验提供了一个理论分析框架, 也为进一步研究具有复杂几何形状的裂隙提供了一定的理论基础。

关键词: 断裂力学; 复合断裂; 翼裂纹起裂角; 应力强度因子; 岩石类材料; 围压

中图分类号: O 346.1

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2006)03 - 0462 - 05

INFLUENCE OF GEOMETRIC CHARACTERISTICS OF PRE-EXISTING CRACKS ON MIXED MODE FRACTURES UNDER COMPRESSION-SHEAR LOADING

LI Yin-ping, YANG Chun-he

(*Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China*)

Abstract: The mixed mode fractures in quasi-rock materials under compression-shear loading are usually simulated using Griffith cracks with zero thickness. It leads to the result that the initiation angles of wing cracks are independent of the fracture orientation angles and the confining pressure. However, many previous experiments showed this conclusion was not valid necessarily. Therefore, a theoretical and also an experimental analyses are carried out to investigate the influence of geometric characteristic on the initiation angles of wing cracks, e.g. the thickness of pre-existing fractures and the radius of curvature near the fracture tip. The proposed method will provide a theoretical frame for the experimental analysis of mixed mode fractures of samples under compression-shear loading, and also for further stress analysis of the morphologically complex cracks.

Key words: fracture mechanics; mixed mode fracture; initiation angle of wing crack; stress intensity factors; quasi-rock materials; confining pressure

1 引言

许多岩土工程的失稳破坏是由于其内部节理裂

隙的扩展、贯通而引起的。在关于断续岩体破坏机制的理论和试验研究中, 关于单个原生裂纹的扩展问题获得了广泛的研究, 如滑动裂纹模型(sliding cack model)被广泛用来描述岩石类材料的非弹性膨

收稿日期: 2005 - 04 - 26; **修回日期:** 2005 - 09 - 01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50374064, 50434050); 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412704); 中国科学院岩土力学重点实验室开放基金项目(Z110305)

作者简介: 李银平(1969 -), 男, 博士, 1991年毕业于浙江大学工程力学系, 现任副研究员, 主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail: ypli@whrsm.ac.cn.

胀(扩容)和破坏机制。滑动裂纹模型认为：当沿主裂纹的剪应力超过两裂纹面间的摩擦阻力时，裂纹面将发生滑动，从而导致主裂纹两端翼裂纹的萌生和生长。模型认为翼裂纹将随着轴向压缩荷载的增加而生长，且逐渐趋于沿主压应力方向扩展。但考虑到岩土材料的复杂性，研究单条裂纹是远远不够的，而要更进一步研究多裂纹相互作用的影响。近年来，针对含 2 个预制平行斜裂纹的模型材料试件的翼裂萌生、扩展及聚合破坏，许多学者开展了试验研究^[1-9]。

当然，不管是研究单条还是多条压剪裂纹，翼裂纹起裂角及萌生荷载是首先碰到的而且是重要的基本问题。但从现存的文献来看，翼裂纹起裂角有着相当离散取值具有较大的离散性。朱维申等^[8]采用相似材料进行试验，得出翼裂纹起裂角基本为 70°~80°，与主裂纹方位角及围压都没有关系。而笔者^[9]采用含预制裂纹大理岩试件进行试验，结果却为 52°~68°。针对单轴拉伸或者压缩下的情形，J. Tirosh 和 E. Catz^[10]，A. K. Maji 等^[11]对该问题进行了理论和试验分析。C. Chaker 和 M. Barquins^[12]则通过试验分析了主裂面滑动对翼裂纹萌生位置及方位的影响。本文将较系统地讨论原生(或预制)裂纹的几何特征(如厚度、裂纹尖端曲率等)及荷载对翼裂纹起裂角的影响，以期能为实验室带切口试样压剪试验分析提供一个理论分析框架。

2 滑动裂纹模型

许多学者对如图 1(a)所示的滑动裂纹模型进行了研究。当裂纹面闭合， $l \rightarrow 0$ ，即翼裂纹刚刚萌生时，为纯 II 型断裂，其应力强度因子为

$$K_{II} = \tau_{\text{eff}} \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

式中： τ_{eff} 为主裂纹面上的等效剪应力，且 $\tau_{\text{eff}} = \tau + \mu |\sigma_N|$ ， μ 为裂纹面的摩擦因数。对于张开裂纹，由于没有摩擦力， $\tau_{\text{eff}} = \tau$ 。 τ ， σ_N 和 σ_T 的表达式分别如下：

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_v - \sigma_H) \sin 2\beta \\ \sigma_N &= \frac{1}{2}[(\sigma_v + \sigma_H) + (\sigma_v - \sigma_H) \cos 2\beta] \\ \sigma_T &= \frac{1}{2}[(\sigma_v + \sigma_H) - (\sigma_v - \sigma_H) \cos 2\beta] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： τ 为主裂纹面上的远场剪应力； σ_N 和 σ_T 分别为主裂纹的远场法向应力和横向压应力，后者和

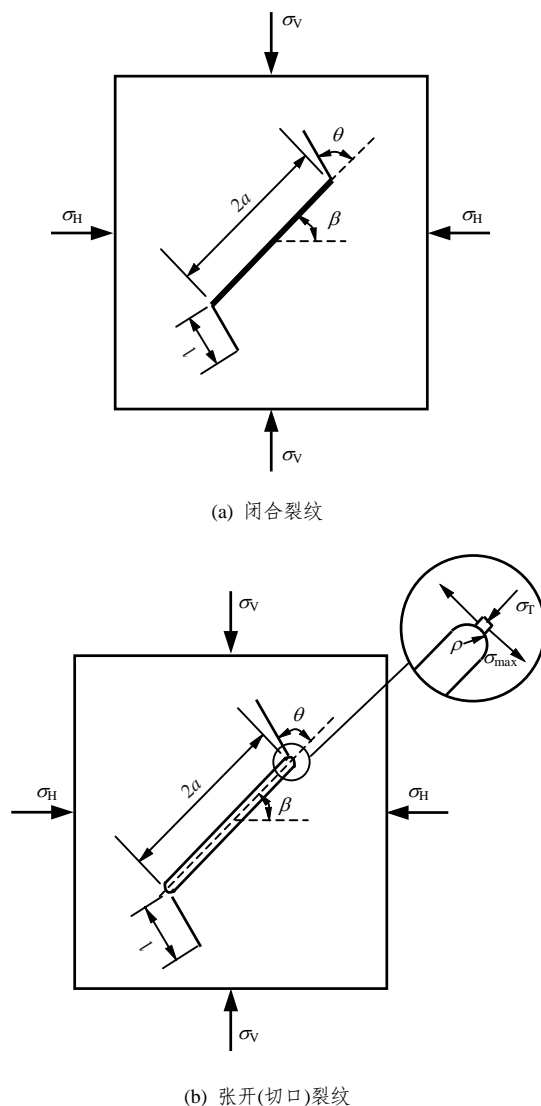


图 1 压剪裂纹示意图

Fig.1 Inclined cracks in infinite plates under compression-shear loading

裂纹线平行，当裂纹厚度为 0(裂纹尖端曲率半径当然也为 0)时，对裂纹断裂并没有影响。

由复合断裂的最大轴向应力理论或能量释放率理论可知，对应于不同 θ 处的裂纹尖端的 K_I 为

$$K_I = -\frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \quad (3)$$

对上式求导并令其等于 0，可得：当 $\theta = \theta_0 = 70.5^\circ$ 时，I 型应力强度因子取得最大值，这就表明只要裂纹面是闭合的，裂纹尖端曲率半径为 0，翼裂纹起裂角与原裂纹的方位角 β 无关，同时与荷载也没有关系。但当裂纹不是一条 Griffith 线裂纹，而是一条狭槽(notch)，有一定厚度，裂纹尖端曲率半径也不一定为 0 时，情况就发生了改变。

3 裂纹几何特征对裂纹尖端应力场的影响

试验研究时经常要用到如图 1(b)所示的狭槽裂纹。用模型材料制作试件时,通过在试件浇筑时插入薄金属片,初凝时将其拔出来预制张开裂缝,或者在模型材料中嵌入薄云母片、云母片、纸片、聚合物薄片、肥皂片等来模拟闭合节理。由于金属片有一定的厚度,制成的裂缝是张开的。当然利用材料养护过程中的膨胀可能会使狭缝部分愈合,但毕竟较难控制。此外,可直接采用岩石材料如大理石等制作试样,并采用机械方法切割裂缝,这样制作的裂纹当然也是有一定厚度的,裂纹尖端的曲率半径也不为 0。但可惜的是,关于预制裂纹的几何特征对复合断裂的影响,特别是对翼裂纹起裂角等的影响方面的研究非常缺乏。本文将对该问题进行较系统的分析。

实际上,问题的实质在于,当裂纹厚度和裂纹尖端曲率半径 ρ 为非 0 值时,与裂纹平行的横向压应力 σ_T 的影响便不能忽略。横向压应力 σ_T 将在裂缝尖端处产生拉伸应力, N. I. Muskhelishvili^[13]指出:对于某半长分别为 $2a$ 和 $2b$ 的椭圆,横向压应力 σ_T 将在顶点附近产生与 σ_T 垂直的拉伸应力,最大值出现在顶点处,如图 1(b)所示,其值和横向应力相等,即 $\sigma_{max} = \sigma_T$ 。该拉应力将产生 I 型应力强度因子,其大小为

$$K_{I(T)} = \frac{1}{2} \sigma_T \sqrt{\rho/a} \sqrt{\pi a} \tag{4}$$

上式成立的条件是 $\rho/a \rightarrow 0$ 。另外,由法向压应力引起的应力强度因子为

$$K_{I(N)} = -\sigma_N \sqrt{\pi a} \tag{5}$$

由此得

$$K_I = K_{I(T)} + K_{I(N)} = \sqrt{\pi a} \left(\frac{1}{2} \sigma_T \sqrt{\rho/a} - \sigma_N \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi a} \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_v + \sigma_H) + (\sigma_v - \sigma_H) \cos 2\beta] \sqrt{\rho/a} - [(\sigma_v + \sigma_H) + (\sigma_v - \sigma_H) \cos 2\beta] \right\} \tag{6}$$

4 裂纹尖端曲率半径对翼裂纹起裂角的影响

上节中,由式(6)和(1)分别确定了 I 型和 II 型应力强度因子,该复合型断裂问题可以采用最大周向应力原理^[14]、应变能释放率理论^[15]或者应变能密度理论^[16]等来解决。

最大周向应力原理比较直观,且较适合岩石类准脆性材料断裂分析。该理论认为:当周向应力达到临界值时,裂纹尖端翼裂纹将沿着周向应力最大的裂纹尖端迹线萌生并开始扩展。裂纹尖端的周向拉应力为

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right) + \sigma_T \sin^2 \theta \tag{7}$$

上式中第二项为非奇异项,可以不予考虑。此时沿 θ 方向的应力强度因子为

$$K_I(\theta) = K_I \cos^3 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \tag{8}$$

此时翼裂纹初始起裂角 θ_0 可由下式来求得

$$\left. \begin{aligned} \partial K_I(\theta) / \partial \theta &= 0 \\ \partial^2 K_I(\theta) / \partial \theta^2 &< 0 \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

将式(8)带入式(9),整理后得到

$$K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \tag{10}$$

式中: θ_0 为翼裂纹初始起裂角。当 $K_I(\theta_0) = K_{IC}$ (K_{IC} 为断裂韧性)时,翼裂纹开始萌生。比较式(10)和(3)可知,对于有限厚度张开型裂纹,分析翼裂纹萌生时,由于考虑了 I 型应力奇异的影响(见式(6)),从而也就考虑到了裂纹尖端曲率半径、主裂纹方位角及荷载(如围压等)的影响。

应变能释放率理论认为:翼裂纹将沿着产生最大应变能释放率的方向萌生和扩展,当该方向应变能释放率达到临界值时,翼裂纹萌生或开始扩展。应变能释放率 G 由下式来定义:

$$G(\theta) = \frac{4}{E} \left(\frac{1 + \frac{\theta}{\pi}}{1 - \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{\pi}} [(1 + 3 \cos^2 \theta) K_I^2 - 4 K_I K_{II} \sin 2\theta + (9 - 5 \cos^2 \theta) K_{II}^2] \tag{11}$$

将式(1)和(6)代入式(11),利用下式可求得翼裂

纹起裂角和起裂荷载:

$$\left. \begin{aligned} \partial G(\theta)/\partial \theta &= 0 \\ \partial^2 G(\theta)/\partial \theta^2 &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

笔者^[9]曾采用的是含预制裂纹的大理石试样, 裂纹厚度为 0.5~1.5 mm, 裂纹尖端曲率半径 ρ 为 0.5~0.7 mm, 裂纹长度 $2a = 20$ mm, 因此有 $\rho/a = 0.05 \sim 0.07$ 。由于是单轴压缩, $\sigma_v = 0$ 。利用以上数据, 采用最大周向应力理论进行计算, 得到的翼裂纹起裂角预测值及试验中测得的起裂角一并列于表 1 中。经过对比发现, 本文理论较好地描述了非 Griffith 压剪裂纹的复合断裂问题。笔者曾指出起裂角的离散性是由于岩石类材料的各向异性和非均质性引起的^[9], 现在看来还有一个更重要的原因, 即不同试验的预制裂纹具有不同的几何特征, 如裂纹厚度和裂纹尖端曲率半径各不相同。因此, 本文的理论对以后进行同类试验具有一定的理论指导作用。

表 1 翼裂纹起裂角

Table 1 Initiation angles of wing cracks

试件编号	方位角 / (°)	裂纹尖端曲率半径/mm	起裂角试验值 ^[9] / (°)	起裂角理论值 / (°)
b	60	0.5	66	65.3
c	45	0.6	55	55.1
d	60	0.5	63	65.3
e	45	0.5	52	54.9
f	45	0.7	58	55.2

J. Tirosh 和 E. Catz^[10]采用的是模型材料, 闭合裂纹采用 0.5 mm 厚的云母片来模拟。尽管选用了 30°, 45°和 60°共 3 组不同的主裂纹方位角, 而侧压也选用了 0.25 和 0.50 MPa 两种工况, 但试验结果表明, 翼裂纹起裂角基本上为 70°~80°, 和闭合裂纹起裂角的理论值 70.5°相差不大, 与围压及裂纹方位角基本上没有相关性。这也表明, 经典的滑动裂纹模型对于闭合裂纹压剪断裂分析是适合的。

5 结 论

岩石类材料中压剪裂纹的复合断裂问题, 理论上一般将其抽象为无厚度的 Griffith 线裂纹, 这样就必然会导致翼裂纹初始起裂角与主裂纹方位角及围压无关的结论。而已开展的岩石或模型材料压剪裂纹复合断裂试验表明, 翼裂纹起裂角离散性很大,

且明显与主裂纹方位角和围压相关。本文通过较系统的理论分析, 讨论了原生(或预制)裂纹的几何特征(如厚度、裂纹尖端曲率半径等)及围压对翼裂纹起裂角的影响, 然后进行了翼裂纹起裂角的理论预测和试验结果的对比分析。本文关于压剪复合断裂的分析方法为实验室带切口试样压剪复合断裂试验分析和数据整理提供了一个理论分析框架。

参考文献(References):

- [1] Horri H, Nemat-Nasser S. Compression-induced microcrack growth in brittle solids: axial splitting and shear failure[J]. Journal of Geophysical Research, 1985, 90(B4): 3 105 - 3 125.
- [2] Ashby M F, Hallam S D. The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states[J]. Acta Metall. Mater., 1986, 34(3): 497 - 510.
- [3] Shen B, Stephansson O, Einstein H, et al. Coalescence of fracture under shear stresses in experiments[J]. Journal of Geophysical Research, 1995, 100(B4): 5 975 - 5 990.
- [4] Robet A, Einstein H H. Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1998, 35(7): 863 - 888.
- [5] Wong R H C, Chau K T. Crack coalescence in a rock-like material containing two cracks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1998, 35(2): 147 - 164.
- [6] Vasarhelyi B, Bobet A. Modeling of crack initiation, propagation and coalescence in uniaxial compression[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2000, 33(2): 119 - 140.
- [7] Tang C A, Kou S Q. Fracture propagation and coalescence in brittle materials under compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61(3/4): 311 - 324.
- [8] 朱维申, 陈卫忠, 申晋. 雁形裂纹扩展的模型试验及断裂力学机制研究[J]. 固体力学学报, 1998, 19(4): 355 - 360.(Zhu Weishen, Chen Weizhong, Shen Jin. Simulation experiment and fracture mechanism study on propagation of echelon pattern cracks[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1998, 19(4): 355 - 360.(in Chinese))
- [9] 李银平, 王元汉, 陈龙珠, 等. 含预制裂纹大理岩的压剪试验分析[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 120 - 124.(Li Yinping, Wang Yuanhan, Chen Longzhu, et al. Experimental research on pre-existing cracks in marble under compression[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 120 - 124.(in Chinese))
- [10] Tirosh J, Catz E. Mixed-mode fracture angle and fracture locus of materials subjected to compressive loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1981, 14(1): 27 - 38.
- [11] Maji A K, Tasdemir M A, Shah S P. Mixed mode crack propagation in

- quasi-brittle materials[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1991, 38(2/3): 129 - 145.
- [12] Chaker C, Barquins M. Sliding effect on branch crack[J]. *Physics and Chemistry of the Earth*, 1996, 21(4): 319 - 323.
- [13] Muskhelishvili N I. *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*[M]. Leyden: Noordhoff, 1953.
- [14] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1963, 85(4): 519 - 527.
- [15] Hussain M A, Pu S L, Underwood J H. Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II[J]. *Fracture Analysis, ASTM STP*, 1974, 560: 2 - 28.
- [16] Sih G C. Strain energy density factor applied to mixed-mode crack problems[J]. *International Journal of Fracture*, 1974, 10: 305 - 321.

《岩石力学与工程学报》2005 年第 22 期被 EI 收录论文(30 篇)题录

No.	论 文 题 目	作 者 名	页 码
1	基于 CT 试验的岩体分区破坏本构模型	党发宁 尹小涛 丁卫华等	4 003 - 4 009
2	三峡双线五级连续船闸工程技术研究	戴会超	4 010 - 4 018
3	虚拟热源法研究坝基裂隙岩体渗漏通道	陈建生 董海洲 吴庆林等	4 019 - 4 024
4	动力固结后饱和软土三轴剪切性状的试验研究	孟庆山 汪 稔 刘观仕	4 025 - 4 029
5	对 Hoek-Brown 公式的改进及其工程应用	闫长斌 徐国元	4 030 - 4 035
6	软岩与水相互作用的非线性动力学过程分析	周翠英 张乐民	4 036 - 4 041
7	龙山浅埋大跨度连拱隧道施工方案优化分析	丁文其 王晓彤 李志刚等	4 042 - 4 047
8	具有非线性强度包络线的双剪双参数统一强度准则改进式及其特征分析	胡小荣	4 048 - 4 054
9	龙滩水电站左岸高边坡区初始地应力场反演回归分析	胡 斌 冯夏庭 黄小华等	4 055 - 4 064
10	自适应自然单元法研究——误差估计	卢 波 葛修润 王水林	4 065 - 4 072
11	基于 Delaunay 构网的地层 2D, 2.5D 建模	朱合华 吴江斌	4 073 - 4 079
12	岩体失稳前兆阶段准静态形变平衡方程和加载参数——能量输入率	潘 岳 张 勇 于广明	4 080 - 4 087
13	饱和嵌入维数确定最大 Lyapunov 指数的准则探讨	刘传孝	4 088 - 4 093
14	循环冲击荷载作用下岩石损伤规律的试验研究	林大能 陈寿如	4 094 - 4 098
15	滑坡监控信息分析中的修正灰色系统预测模型及应用	谢 锋 朱陆明 王立志	4 099 - 4 105
16	不良地质路堑高边坡的施工模拟与监测分析	贾 娟 汪益敏 林叔忠	4 106 - 4 110
17	周宁水电站地下厂房开挖爆破地震波衰减规律的研究	王玉杰 梁开水 田新邦	4 111 - 4 114
18	基于 m 法的高承台嵌岩灌注桩初始后屈曲性状分析	赵明华 邹新军 刘光栋	4 115 - 4 119
19	非均质混凝土破坏过程的细观数值试验	刘庭金 朱合华 莫海鸿	4 120 - 4 133
20	基于支持向量机和模拟退火算法的位移反分析	许传华 任青文 周庆华	4 134 - 4 138
21	基于支持向量机的砂土液化预测模型	夏建中 罗战友 龚晓南等	4 139 - 4 144
22	管片衬砌结构可靠度分析的优化方法	胡志平 罗丽娟	4 145 - 4 150
23	砂土的稳态强度固结不排水三轴试验研究	魏 松 朱俊高 王俊杰等	4 151 - 4 157
24	浅埋隧道掘进爆破的地表震动效应试验研究	张继春 曹孝君 郑爽英等	4 158 - 4 163
25	未打穿砂井地基固结理论计算分析	张玉国 谢康和 庄迎春等	4 164 - 4 171
26	土层非线性非平稳有效应力动力响应可靠度分析	潘晓东 蔡袁强 胡敏云	4 172 - 4 179
27	应力波反复作用下断续节理岩体疲劳破坏试验研究	邵 鹏 张 勇 贺永年等	4 180 - 4 184
28	初始几何缺陷对超高矿柱稳定性的影响	李江腾 曹 平	4 185 - 4 189
29	尹中高速公路粉喷桩复合地基桩土应力比现场试验研究	冯瑞玲 谢永利 杨晓华	4 190 - 4 196
30	挤扩支盘桩单桩竖向承载力可靠度分析	张 航 钱德玲	4 197 - 4 201