

循环荷载作用下地基一维非线性固结解析解

谢康和, 周 瑾, 董亚钦

(浙江大学 岩土工程研究所, 浙江 杭州 310027)

摘要: 将孔隙比 e 与有效应力 σ' 关系(e -lg σ')引入循环荷载作用下单层地基的一维非线性固结问题的研究之中, 通过假定土体中的初始有效应力沿深度均匀分布和固结过程中土体渗透性的降低与压缩性的减小成正比, 建立了低频循环荷载作用下单层地基的一维非线性固结问题的固结方程。由 ω - σ' 变换得出了低频梯形循环荷载作用下单层地基的一维非线性固结问题的解析解, 采用 Fortran 语言编制了相应的计算程序, 并通过将其特例情况下的解分别与目前已有的解析解和半解析解进行对比的方法对文中解作了验证。现有单层地基的一维非线性固结解析解均为文中解的特例。

关键词: 基础工程; 一维非线性固结; 解析解; 循环荷载

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2006)01 - 0021 - 06

ANALYTICAL SOLUTION FOR ONE-DIMENSIONAL NONLINEAR CONSOLIDATION OF SOIL UNDER CYCLIC LOADINGS

XIE Kang-he, ZHOU Jin, DONG Ya-qin

(Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: The well-known empirical e -lg σ' relation is introduced into the study on one-dimensional nonlinear consolidation of one-layered soil under cyclic loadings. The corresponding consolidation equation is established with the assumptions that the decrease in permeability of soil is proportional to the decrease in compressibility during the consolidation process and that the distribution of initial effective pressure does not vary with depth. The analytical solution is then developed for the nonlinear consolidation problem under low-frequency trapezoid cyclic loading via the ω - σ' transform; and the relevant computer program is developed by Fortran programming. In addition, the obtained nonlinear analytical solution is verified through comparing it with the known analytical solution corresponding to special cases and with the semi-analytical solution, respectively. All the relevant analytical solutions so far available for 1D nonlinear consolidation are special cases of this solution.

Key words: foundation engineering; 1D nonlinear consolidation; analytical solution; cyclic loadings

1 引言

循环荷载根据其作用频率, 可以分为高频、中频和低频三类。按 C. Zienkiewicz 和 P. Bettess^[1]提出

的循环荷载分类判别准则所定义的低频循环荷载, 在实际工程中常见的有: 海上风浪荷载、水位可周期性变化的地下水、油面或堆粮面变化的储油罐和粮仓等引起的荷载。对此类形式荷载作用下地基一维固结问题, 已有不少学者进行过研究并得出了相应

收稿日期: 2004 - 09 - 20; **修回日期:** 2005 - 01 - 17

基金项目: 国家教育部博士点基金资助项目(20030335027)

作者简介: 谢康和(1956 -), 男, 博士, 1982年毕业于浙江大学土木系工民建专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工。E-mail: zdkhxie@zju.edu.cn.

解^[2~7]。但是，由于地基土具有明显的非线性，而上述解均没有考虑土的非线性性，Davis 等^[8]通过假定一维固结过程中土体渗透性的降低与压缩性的减小成正比以及土体中初始有效应力沿深度均匀分布，得到了瞬时加载下单层地基一维非线性固结解析解。谢康和等^[9~11]在 Davis 等^[8]假定下给出了单步加载情况下单层地基非线性固结解。但是，以上这些非线性解都没有针对循环荷载这一具体的加载形式。

本文在以上研究的基础上，进一步获得了循环荷载作用下地基一维非线性固结解析解，并通过算例对其固结性状进行了分析讨论。

2 问题的描述

本文所考虑的地基一维固结模型如图 1 所示。地基的排水条件可分为单面排水和双面排水两种，饱和软土层的厚度为 H ，地表作用的循环荷载为可模拟储油罐油面变化等引起的梯形循环荷载(见图 2)，其表达式如下：

$$q(t) = \begin{cases} \frac{q_u}{\alpha t_0} [t - (N-1)\beta t_0] & 0 \leq t < \alpha t_0 \\ q_u & \alpha t_0 \leq t < \beta t_0 \\ 0 & \beta t_0 \leq t < (N-1)\beta t_0 \\ \frac{q_u}{\alpha t_0} [t - (N-1)\beta t_0 - t_0] & (N-1)\beta t_0 \leq t < [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \\ q_u & [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \leq t < [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \\ 0 & [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \leq t < [(N-1)\beta + 1]t_0 \\ \frac{q_u}{\alpha t_0} [t - (N-1)\beta t_0 - t_0] & [(N-1)\beta + 1]t_0 \leq t < N\beta t_0 \\ 0 & N\beta t_0 \leq t < (N+1)\beta t_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中： q_u 为循环荷载周期中的最大荷载； βt_0 为循环加载周期； α 、 β 均为梯形循环荷载的加载系数； N 为循环周期次数。

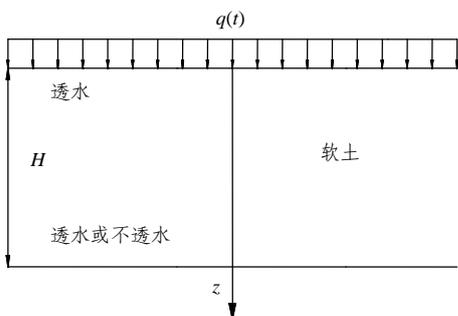


图 1 地基一维固结模型

Fig.1 Model of one-dimensional consolidation foundation

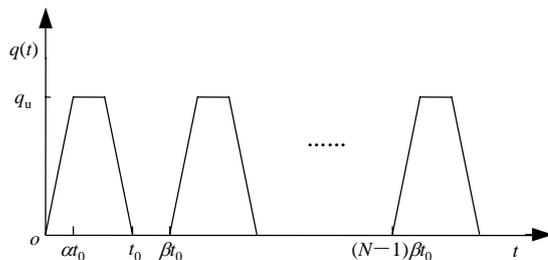


图 2 梯形循环荷载

Fig.2 Trapezoid cyclic loadings

上述循环荷载情况中，当 $\alpha = 0.5$ 时，就变为三角形循环荷载情况；当 $\alpha = 0$ 时，就变为矩形循环荷载情况；当 $N = 1$ ， $\alpha = 0$ ， $\beta = 1$ 时，就变为恒定荷载情况。

假定土体的初始渗透系数为 k_{v0} ，土体的压缩服从如下经验公式^[8]：

$$e = e_0 - C_c \lg \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0} \right) \quad (2)$$

式中： C_c 为压缩指数； e_0 、 σ'_0 分别为土体的初始孔隙比和初始竖向有效应力； e 、 σ' 分别为任意加载时刻下土体的孔隙比和有效应力。土体的初始体积压缩系数 m_{v0} 可表示为

$$m_{v0} = - \frac{1}{1 + e_0} \frac{\partial e}{\partial \sigma'} \Big|_{\sigma' = \sigma'_0} = \frac{0.434 C_c}{(1 + e_0) \sigma'_0} \quad (3)$$

假定渗透性的降低与压缩性的减小成正比^[7]，可得 $c_v = k_v / (m_v \gamma_w) = k_{v0} / (m_{v0} \gamma_w) = \text{常数}$ 。进一步假定初始有效应力沿深度均匀分布(即 σ'_0 为常数)^[7]，可得固结微分方程为

$$c_v \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma'} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] = \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{dq}{dt} \quad (4)$$

式中： c_v 、 u 分别为土的固结系数和超静孔隙水压力。由 Terzaghi 有效应力原理，可得有效应力为

$$\sigma' = q + \sigma'_0 - u \quad (5)$$

采用以下变换：

$$\omega = \ln \frac{\sigma'}{\sigma'_0 + q} \quad (6)$$

根据式(5)，式(4)可变换为

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + R(t) \quad (7)$$

其中，

$$R(t) = -\frac{1}{\sigma'_0 + q} \frac{dq}{dt} \quad (8)$$

求解条件及变换后的形式如下:

$$\left. \begin{aligned} t = 0 \\ u = q(0) = q_0 \\ \omega = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} z = 0 \\ u = 0 \\ \omega = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} z = H \\ k_v \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \text{ (单面排水)} \quad (11a)$$

$$\left. \begin{aligned} z = H \\ u = 0 \\ \omega = 0 \end{aligned} \right\} \text{ (双面排水)} \quad (11b)$$

3 解 答

先考虑单面排水的情况, 设

$$\omega = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\left(\lambda_m \frac{z}{H}\right) C_m T_m(t) e^{-\beta_m t} \quad (12)$$

式中: β_m, C_m, λ_m 均为待定系数; $T_m(t)$ 为 t 的待定函数, 与 $R(t)$ 有关, $R(t)$ 由式(8)和(1)确定。

可见式(12)满足求解条件式(10)。为满足式(11a), 必须使 $\lambda_m = M$, $M = \frac{2m-1}{2} \pi (m=1, 2, 3, \dots)$ 。

将式(12)代入式(7)可得

$$\beta_m = \frac{c_v M^2}{H^2} \quad (13)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sin\left(M \frac{z}{H}\right) e^{-\beta_m t} C_m T'_m(t) = R(t) \quad (14)$$

利用三角函数的正交关系可得

$$C_m T'_m(t) = \frac{2}{M} e^{\beta_m t} R(t) \quad (15)$$

令

$$C_m = \frac{2}{M}$$

则

$$T_m = \int_0^t e^{\beta_m \tau} R(\tau) d\tau \quad (16)$$

将所有系数代入式(12)可得

$$\omega = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(M \frac{z}{H}\right) e^{-\beta_m t} \int_0^t e^{\beta_m \tau} R(\tau) d\tau \quad (17)$$

由式(5)并根据式(6)的变换, 容易得到超静孔隙水压力的表达式为

$$u = (\sigma'_0 + q)(1 - e^{\omega}) \quad (18)$$

由式(1), (8), (17)和(18), 即可得到单面排水条件下超静孔降水压力解。

类似地也可求得双面排水条件下的超静孔隙水压力解。在双面排水时, 只需用 $H/2$ 代替上面单面排水情况式子中的 H 。

按沉降定义的平均固结度为

$$U_s = \frac{\int_0^H \varepsilon dz}{\int_0^H \varepsilon_f dz} = \frac{\int_0^H (e_0 - e) dz}{\int_0^H (e_0 - e_f) dz} = \frac{\int_0^H \lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_f}\right) dz}{\int_0^H \lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_f}\right) dz} \quad (19)$$

式中: ε 为土的竖向应变, 且有 $\varepsilon = \frac{e_0 - e}{1 + e_0} = \frac{C_c}{1 + e_0}$ 。

$\lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_f}\right)$; ε_f 为土的最大竖向应变, 且有 $\varepsilon_f = \frac{e_0 - e_f}{1 + e_0}$ 。

$\frac{C_c}{1 + e_0} \lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_f}\right)$; e_f 为相应于最大有效应力 $\sigma'_f = \sigma'_0 + q_u$ 的孔隙比。

将式(5), (18)代入式(19)可得

$$U_s = \frac{\int_0^H \lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_f}\right) dz}{\int_0^H \lg\left(\frac{\sigma'_0}{\sigma'_f}\right) dz} = \frac{\ln \frac{\sigma'_0 + q}{\sigma'_0} + \frac{1}{H} \int_0^H \omega dz}{\ln \frac{\sigma'_0 + q_u}{\sigma'_0}} \quad (20)$$

按平均孔隙水压力定义的平均固结度为

$$U_p = \frac{\int_0^H (\sigma' - \sigma'_0) dz}{\int_0^H (\sigma'_f - \sigma'_0) dz} = \frac{\int_0^H (q - u) dz}{\int_0^H q_u dz} \quad (21)$$

即有

$$U_p = \frac{\int_0^H (q - u) dz}{\int_0^H q_u dz} = \frac{q - \frac{1}{H} \int_0^H u dz}{q_u} \quad (22)$$

最后求得的超静孔隙水压力 u 和固结度 U_s, U_p 的完整解如下:

$$u = \begin{cases} \frac{q_u T_1}{N_\sigma - 1} (1 - e^{-B_1}) & (N-1)\beta t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \\ \frac{q_u N_\sigma}{N_\sigma - 1} (1 - e^{-B_2}) & [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \\ \frac{q_u T_2}{N_\sigma - 1} (1 - e^{-B_3}) & [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + 1]t_0 \\ \frac{q_u}{N_\sigma - 1} (1 - e^{-B_4}) & [(N-1)\beta + 1]t_0 \leq t \leq N\beta t_0 \end{cases} \quad (23)$$

其中,

$$N_\sigma = \frac{q_u + \sigma'_0}{\sigma'_0}$$

$$T_v = \frac{c_v t}{H'^2}$$

$$B_i = \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2C_i}{M} \sin\left(M \frac{z}{H'}\right) e^{-M^2 T_v} \right] \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

$$H' = H \text{ (单面排水)}$$

$$H' = H/2 \text{ (双面排水)}$$

$$C_1 = D(N-1) + D_1$$

$$C_2 = D(N-1) + D_2$$

$$C_3 = D(N-1) + D_2 + D_3$$

$$C_4 = D(N)$$

$$D(n) = \sum_{N=1}^n (D_2 + D_4)$$

$$T_1 = \frac{[T_{vc} + (N_\sigma - 1)(T_v - T_{vb})]}{T_{vc}}$$

$$T_2 = \frac{[T_{vc} + (N_\sigma - 1)(T_{vf} - T_v)]}{T_{vc}}$$

$$D_1 = e^{\frac{M^2[(N_\sigma-1)T_{vb} - T_{vc}]}{N_\sigma-1}} \left[\ln T_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(M^2 T_{vc})^k (T_1^k - 1)}{k! k (N_\sigma - 1)^k} \right]$$

$$D_2 = e^{\frac{M^2[(N_\sigma-1)T_{vb} - T_{vc}]}{N_\sigma-1}} \left[\ln N_\sigma + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(M^2 T_{vc})^k (N_\sigma^k - 1)}{k! k (N_\sigma - 1)^k} \right]$$

$$D_3 = e^{\frac{M^2[(N_\sigma-1)T_{vf} + T_{vc}]}{N_\sigma-1}} \cdot$$

$$\left[\ln \frac{T_2}{N_\sigma} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-M^2 T_{vc})^k (T_2^k - N_\sigma^k)}{k! k (N_\sigma - 1)^k} \right]$$

$$D_4 = e^{\frac{M^2[(N_\sigma-1)T_{vf} + T_{vc}]}{N_\sigma-1}} \cdot$$

$$\left[\ln \frac{1}{N_\sigma} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-M^2 T_{vc})^k (1 - N_\sigma^k)}{k! k (N_\sigma - 1)^k} \right]$$

$$T_{vc} = \frac{C_v \alpha t_0}{H'^2}$$

$$U_s = \begin{cases} \frac{1}{\ln N_\sigma} \left(\ln T_1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2C_1}{M^2} e^{-M^2 T_v} \right) & (N-1)\beta t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \\ \frac{1}{\ln N_\sigma} \left(\ln N_\sigma - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2C_2}{M^2} e^{-M^2 T_v} \right) & [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \\ \frac{1}{\ln N_\sigma} \left(\ln T_2 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2C_3}{M^2} e^{-M^2 T_v} \right) & [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + 1]t_0 \\ \frac{1}{\ln N_\sigma} \left(0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2C_4}{M^2} e^{-M^2 T_v} \right) & [(N-1)\beta + 1]t_0 \leq t \leq N\beta t_0 \end{cases} \quad (24)$$

$$U_p = \begin{cases} \frac{T_1}{N_\sigma - 1} \left(\frac{1}{H} \int_0^H e^{-B_1} dz - \frac{1}{T_1} \right) & (N-1)\beta t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \\ \frac{N_\sigma}{N_\sigma - 1} \left(\frac{1}{H} \int_0^H e^{-B_2} dz - \frac{1}{N_\sigma} \right) & [(N-1)\beta + \alpha]t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \\ \frac{T_2}{N_\sigma - 1} \left(\frac{1}{H} \int_0^H e^{-B_3} dz - \frac{1}{T_2} \right) & [(N-1)\beta + (1-\alpha)]t_0 \leq t \leq [(N-1)\beta + 1]t_0 \\ \frac{1}{N_\sigma - 1} \left(\frac{1}{H} \int_0^H e^{-B_4} dz - 1 \right) & [(N-1)\beta + 1]t_0 \leq t \leq N\beta t_0 \end{cases} \quad (25)$$

$$T_{vb} = \frac{C_v[(N-1)\beta t_0]}{H'^2}$$

$$T_{vf} = \frac{C_v[(N-1)\beta t_0 + t_0]}{H'^2}$$

当 $N=1$, $\alpha=0$, $\beta=1$ 时, 图 2 所示的循环荷载就变为瞬时加载(常载); 当 $N=1$, t_0 值相当大时, 就变为单步加载(线性加载)情况。式(23)~(25)中相应的第 1, 2 阶段的解表达式按这 2 个条件进行转化就变为 Davis 等最早得到的瞬时荷载作用下的单层地基一维非线性固结的解析解^[8]以及单步荷载作用下的单层地基一维非线性固结的解析解^[10]。

瞬时加载有

$$u = \frac{q_u N_\sigma}{N_\sigma - 1} (1 - N_\sigma^{-B}) \tag{26}$$

$$U_s = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-M^2 T_v} \tag{27}$$

$$U_p = \frac{N_\sigma}{N_\sigma - 1} \left[\frac{1}{H} \int_0^H N_\sigma^{-B} dz - \frac{1}{N_\sigma} \right] \tag{28}$$

单步加载有

$$u = \begin{cases} \frac{q_u T}{N_\sigma - 1} (1 - e^{-B_1 t}) & (t \leq t_c) \\ \frac{q_u N_\sigma}{N_\sigma - 1} (1 - e^{-B_2 t}) & (t \geq t_c) \end{cases} \tag{29}$$

$$U_s = \begin{cases} \frac{1}{\ln N_\sigma} \left(\ln T - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2C_1}{M^2} e^{-M^2 T_v} \right) & (t \leq t_c) \\ \frac{1}{\ln N_\sigma} \left(\ln N_\sigma - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2C_2}{M^2} e^{-M^2 T_v} \right) & (t \geq t_c) \end{cases} \tag{30}$$

$$U_p = \begin{cases} \frac{T}{N_\sigma - 1} \left(\frac{1}{H} \int_0^H e^{-B_1 z} dz - \frac{1}{T} \right) & (t \leq t_c) \\ \frac{N_\sigma}{N_\sigma - 1} \left(\frac{1}{H} \int_0^H e^{-B_2 z} dz - \frac{1}{N_\sigma} \right) & (t \geq t_c) \end{cases} \tag{31}$$

其中,

$$t_c = \alpha t_0$$

$$B = \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{M} \sin \left(M \frac{z}{H'} \right) e^{-M^2 T_v} \right]$$

$$B_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2C_1}{M} \sin \left(M \frac{z}{H'} \right) e^{-M^2 T_v} \right]$$

$$B_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2C_2}{M} \sin \left(M \frac{z}{H'} \right) e^{-M^2 T_v} \right]$$

$$C_1 = e^{\frac{M^2 T_{vc}}{N_\sigma - 1}} \left[\ln T + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(M^2 T_{vc})^k (T^k - 1)}{k! k (N_\sigma - 1)^k} \right]$$

$$C_2 = e^{\frac{M^2 T_{vc}}{N_\sigma - 1}} \left[\ln N_\sigma + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(M^2 T_{vc})^k (N_\sigma^k - 1)}{k! k (N_\sigma - 1)^k} \right]$$

$$T = \frac{T_{vc} + (N_\sigma - 1)T_v}{T_{vc}}$$

4 算例及分析

根据以上解析解, 采用 Fortran 语言编制了计算程序。为验证程序的正确性, 将本文解析解与 K. H. Xie 等^[10]给出的 $c_c/c_k=1$ 时的单层土一维非线性固结半解析解进行计算对比。计算结果及比较分析如图 3, 4 所示, 图中 $T_v = (c_v t)/H^2$ 为时间因子, T_0

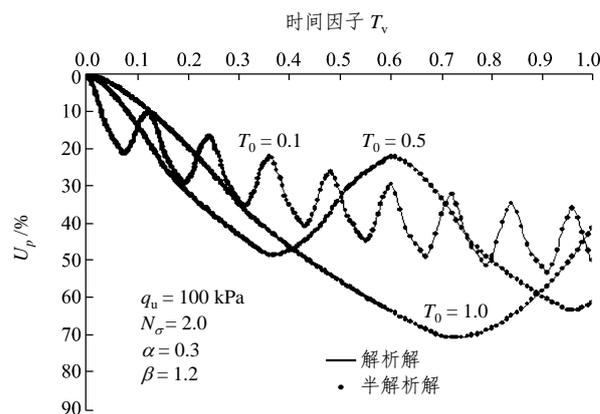


图 3 不同 T_0 时的固结度 U_p 比较
Fig.3 Comparing U_p as different T_0

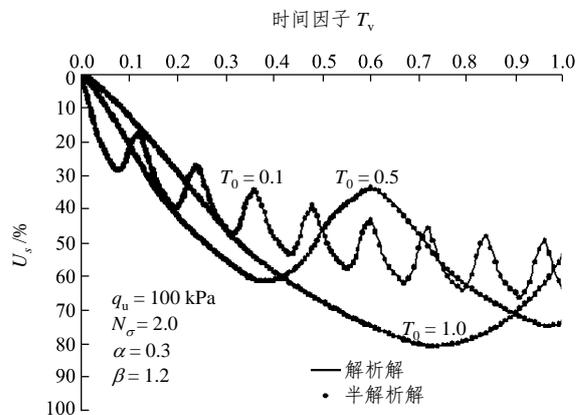


图 4 不同 T_0 时的固结度 U_s 比较
Fig.4 Comparing U_s as different T_0

为 $t=t_0$ 时的 T_v 值。半解析解与解析解的加载条件及地基参数一致。

从图 3, 4 中可以看出, 半解析解得出的固结度和按本文解析解得出的固结度相当吻合, 这进一步验证了本文所得出的解析解的正确性。

5 结 论

本文得出了考虑土体体积压缩系数和渗透系数非线性变化的低频梯形循环荷载作用下地基一维非线性固结解析解, 这也是目前关于土体小应变一维非线性固结问题最完整的理论解。

计算表明, 受循环荷载作用时, 和最大荷载与之相同的瞬时荷载及单步加载相比, 地基固结度要小。按沉降定义的固结度 U_s 和按平均孔隙水压力定义的固结度 U_p 也有差别, U_s 稍大于 U_p 。另外, 梯形循环荷载的加载系数 α , β 和 T_0 对固结有着不同的影响。需要说明的是, 在实际循环荷载作用下, 地基土体会不断经受回弹和再压缩, 本文为了求得解析解, 作了简化, 并没有考虑在回弹和再压缩过程中土体性状的不同, 关于这一点还有待进一步研究。

参考文献(References):

- [1] Zienkiewicz C, Bettess P. Soils and other saturated media under transient, dynamic conditions[J]. Soil Mechanics-transient and Cyclic Loads, 1982, 11: 1 - 16.
- [2] Wilson N E, Elgohary M M. Consolidation of soils under cyclic loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(3): 420 - 423.
- [3] Baligh M M, Levadoux J N. Consolidation theory of cyclic loading[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1978, 104(GT4): 415 - 431.
- [4] Favaretti M, Soranzo M. A simplified consolidation theory in cyclic loading conditions[A]. In: Proc. of Int. Symposium on Compression and Consolidation of Clayed Soils[C]. [s. l.]: [s. n.], 1995. 49 - 55.
- [5] Chen J Z, Xie K H, Pan Q Y, et al. One-dimensional consolidation of soft clay under trapezoidal cyclic loading[A]. In: Proc. of the Second International Conference on Soft Soil Engineering[C]. [s. l.]: [s. n.], 1996. 211 - 216.
- [6] Xie K H, Guo S, Zeng G X. On the consolidation of the soft clay ground beneath large steel tank[A]. In: Proc. of Int. Conference on Advances in Steel Structures[C]. [s. l.]: [s. n.], 1996. 1 194 - 1 204.
- [7] 关山海, 谢康和, 胡安峰. 低频循环荷载下地基一维固结性状分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 849 - 853.(Guan Shanhai, Xie Kanghe, Hu Anfeng. Analysis of one-dimensional consolidation behavior of soils under low-frequency cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(5): 849 - 853.(in Chinese))
- [8] Davis E H, Raymond G P. A nonlinear theory of consolidation[J]. Geotechnique, 1965, 15(2): 161 - 173.
- [9] 谢康和, 潘秋元. 变荷载下任意层地基一维固结理论[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(5): 80 - 85.(Xie Kanghe, Pan Qiuyuan. One-dimensional consolidation theory of arbitrary layers under time-dependent loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(5): 80 - 85.(in Chinese))
- [10] Xie K H, Li B H, Li Q L. A nonlinear theory of consolidation under time-dependent loading[A]. In: Proc. the 2nd Int. Confer. Soft Soil Eng.[C]. [s. l.]: [s. n.], 1996. 193 - 198.
- [11] 谢康和, 郑辉, 李冰河, 等. 变荷载下成层地基一维非线性固结分析[J]. 浙江大学学报, 2003, 37(4): 426 - 431.(Xie Kanghe, Zheng Hui, Li Binghe, et al. Analysis of one-dimensional nonlinear consolidation of layered soils under time-dependent loading[J]. Journal of Zhejiang University, 2003, 37(4): 426 - 431.(in Chinese))