

基于支持向量机和模拟退火算法的位移反分析

许传华^{1,2}, 任青文¹, 周庆华³

(1. 河海大学 土木工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 马鞍山矿山研究院, 安徽 马鞍山 243004;
3. 广东省惠州勘察工程公司, 广东 惠州 516300)

摘要: 提出了一种基于支持向量机和模拟退火算法的位移反分析方法, 一方面用支持向量机代替有限元计算提高计算分析速度, 另一方面用模拟退火算法代替传统的优化算法, 避免优化过程中目标函数陷入局部极小值而无法继续寻优的状态, 从而提高反演的效率精度。应用该方法对边坡的岩体力学参数进行反演, 反演结果验证了模型的可行性。

关键词: 岩石力学; 支持向量机; 模拟退火算法; 位移反分析

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)22 - 4134 - 05

DISPLACEMENT BACK ANALYSIS BASED ON SUPPORT VECTOR MACHINE AND SIMULATED ANNEALING

XU Chuan-hua^{1, 2}, REN Qing-wen¹, ZHOU Qing-hua³

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Maanshan Institute of Mining Research, Maanshan 243004, China;

3. Huizhou Corporation of Investigation Engineering, Huizhou 516300, China)

Abstract: A displacement back analysis is proposed by combining the support vector machine and simulated annealing. Firstly the support vector machine is used to substitute the time-consuming finite element analysis; and secondly simulated annealing is used for the optimization of objective function for fear that the search often falls in one of the minimums and cannot go any further when the conventional mathematical optimization methods are employed. The feasibility of this approach is verified by back analysis of the mechanical parameters of a slope.

Key words: rock mechanics; support vector machine; simulated annealing; displacement back analysis

1 引言

位移量是描述物体受力变形形态的一类重要的物理量, 目前已被用作反演确定初始地应力和地层材料特性参数的主要依据, 为理论分析(特别是数值分析)在岩土工程中的成功应用提供了符合实际的

基本参数^[1~4]。位移反分析法按照其采用的计算方法可分为解析法和数值法。数值法按实现反分析的过程不同又可以分为逆解法、图谱法和直接法三类。其中直接法又称为直接逼近法, 也称优化反分析法, 它把参数反分析问题转化为一个目标函数的寻优问题, 直接利用正分析的过程和格式, 通过迭代计算, 逐次修正未知参数的试算值, 直到获得“最

收稿日期: 2004 - 06 - 15; **修回日期:** 2004 - 11 - 02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50379005)

作者简介: 许传华(1971 -), 男, 博士, 1994年毕业于河北地质学院水文地质工程地质专业, 现为高级工程师, 主要从事岩土体非线性稳定性方面的教学与研究工作。E-mail: chuanhuaxu@sina.com。

优值”。最优化方法是进行位移反分析的有力工具，目前已有多种优化方法用于位移反分析，解决问题的范围也日渐广泛。一方面，该方法计算工作量大，解的稳定性差，易陷入局部极小值，特别是待定参数的数目较多时，费时且收敛速度缓慢，不能保证搜索收敛到全局最优解；另一方面，在目标函数的优化求解过程中，每次参数调整均需进行有限元计算。如果能建立一种待定参数与位移之间的函数关系，代替上述有限元计算，计算效率将大为提高^[3]。为此，本文采用支持向量机和模拟退火算法进行位移反分析的研究与应用。

2 岩体力学参数与岩体位移非线性映射关系的确定

由于岩体结构的复杂性，岩体力学参数与岩体位移之间的关系很难用显式数学表达式来描述，所以本文拟用支持向量机来描述岩体力学参数与岩体位移之间的映射关系。

2.1 支持向量机的基本原理

支持向量机(support vector machines)是 Vapnik 等人根据统计学习理论提出的一种基于统计学习理论的小样本学习方法，采用结构风险最小化原则，具有良好的推广能力。由于支持向量机需要调整的参数少，计算速度快且独立于训练集和测试集的分布，能较好地解决小样本、非线性、高维数和局部极小点等实际问题，已成为机器学习界的研究热点之一，并成功地应用于分类、函数逼近和时间序列预测等方面^[4~7]。

本节简要介绍支持向量机的回归算法。首先考虑线性回归问题，对于给定的 k 个训练样本 $\{x_i, y_i\} (i=1, \dots, n)$ ，线性回归的目标就是求回归函数，即

$$f(x) = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b \quad (1)$$

式中： $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^n$ ； $b \in \mathbf{R}$ ； $\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i$ 为 \mathbf{w} 与 \mathbf{x} 的内积，并且满足结构风险最小化原理。假设所有训练数据在 ε 精度下无误差地用线性函数拟合，即

$$\left. \begin{aligned} y_i - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i - b &\leq \varepsilon \\ \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b - y_i &\leq \varepsilon \quad (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

优化目标是最小化 $\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2$ 。根据统计学习理论，在这个优化目标下可取得较好的推广能力。考

虑到允许误差的情况，引入松弛因子 $\xi_i \geq 0$ 和 $\xi_i^* \geq 0$ ，则式(2)变为

$$\left. \begin{aligned} y_i - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i - b &\leq \varepsilon + \xi_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b - y_i &\leq \varepsilon + \xi_i^* \quad (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

优化目标是最小化 $\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i + \xi_i^*)$ 。其

中，常数 C 为惩罚因子且 $C > 0$ ，表示对超出误差 ε 的样本的惩罚程度。

上述问题可通过求解以下二次型的参数 a_i, a_i^* 得到解决：

$$\min \left[\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (a_i - a_i^*)(a_j - a_j^*)(\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j) - \sum_{i=1}^n y_i (a_i - a_i^*) + \varepsilon \sum_{i=1}^n (a_i + a_i^*) \right] \quad (4)$$

其约束条件为

$$\sum_{i=1}^n (a_i - a_i^*) = 0 \quad (0 \leq a_i; a_i^* \leq C; i=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

求解出上述各参数 a_i, a_i^*, b 后，就可求得支持向量机拟合函数为

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b = \sum_{i=1}^k (a_i - a_i^*)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}_i) + b \quad (6)$$

式(6)中 $a_i - a_i^*$ 不为 0 所对应的样本数据就是支持向量。

对于非线性支持向量回归，可以通过非线性映射将原问题映射到高维特征空间中的线性问题进行求解。在高维特征空间中，线性问题中的内积运算可用核函数来代替，即 $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \phi(\mathbf{x}_i)\phi(\mathbf{x}_j)$ ，核函数可以用原空间中的函数来实现，没有必要知道非线性映射的具体形式，从而巧妙地解决了因 ϕ 未知而 \mathbf{w} 无法显式表达的问题。常用的核函数有多项式核函数、径向基函数(RBF)和 Sigmoid 函数等。

2.2 岩体力学参数与岩体位移非线性映射关系的支持向量机模型

为了建立岩体力学参数与岩体位移之间的非线性映射关系，需要给出一组样本模式对支持向量机模型进行训练，用来训练的样本可以通过数值计算方法获得。为了减少计算量和试验次数，用较少的样本较高效率地训练支持向量机，采用正交试验设计的思想来安排不同参数组合的有限元计算。这样可以使得试验点安排得比较均匀且具有代表性，从而能以较少的试验得出较好的试验结果^[2]。

3 模拟退火算法基本原理

模拟退火(simulated annealing)算法属于直接反演,是一种非线性反演,其优点在于能避免使反演陷入目标函数的局部极小。算法的思想来源于模拟液体冷却而结晶时的物理状态。在金属热加工工艺中,退火是指将金属材料加热到某一高温状态,然后让其慢慢冷却下来这样一个金属热处理过程。从统计热力学的观点来说,随着温度的降低,物质的能量将逐渐趋近于一个较低的状态,并最终达到某种平衡。模拟退火算法就是基于金属退火的机理而建立起来的一种全局最优化方法,能够以随机搜索技术从概率的意义上找出目标函数的全局最小点^[8~10]。模拟退火算法的构成要素如下:

(1) 搜索空间 Ω

搜索空间也称为状态空间,该空间由可行解的集合所组成,其中一个状态 x 就代表一个可行解。

(2) 能量函数 $E(x)$

能量函数也就是需要进行优化设计的目标函数,其最小点所对应的参数即为所求的最优解。

(3) 状态转移规则

状态转移规则是指从一个状态 x_{old} (一个可行解)向另一个状态 x_{new} (另一个可行解)转移的概率,常采用 Metropolis 接受准则。

(4) 温度 t_k 下降规律

指从一个高温状态 T_0 向低温状态冷却时的降温规则。

假设第 k 步迭代时温度用 T_0 来表示,则经典模拟退火算法的降温方式为

$$t_k = \frac{T_0}{\lg(1+k)} \tag{7}$$

在实际应用中,为计算简便起见,常用下式来进行温度管理:

$$t_k = \alpha t_{k-1} \tag{8}$$

式中: α 为略小于 1.0 的系数,其值为 0.85~0.98。

图 1 为能量函数随参数变化过程曲线。如果搜索过程陷入局部最优点 A ,若要使搜索过程脱离这个局部最优点而达到点 C ,则必须使系统至少要具有点 B 所对应的能量,即允许能量函数在一定时间内有所增大。

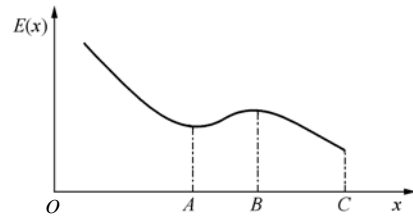


图 1 能量函数随参数变化过程曲线

Fig.1 Change curve of energy function with parameter variation

假设在状态 x_{old} 时,系统受到某种扰动而可能会使其状态变为 x_{new} 。与此相应,系统的能量也可能会从 $E(x_{old})$ 变成 $E(x_{new})$ 。系统由状态 x_{old} 变为状态 x_{new} 的接受概率可由下面的 Metropolis 规则来确定:

$$P = \begin{cases} 1 & (E(x_{new}) < E(x_{old})) \\ \exp\left[-\frac{E(x_{new}) - E(x_{old})}{T}\right] & (E(x_{new}) \leq E(x_{old})) \end{cases} \tag{9}$$

式(9)的含义是:当新状态使系统的能量函数值减少时,系统一定接受这个新的状态;而当新状态使系统的能量函数值增加时,系统也以某一概率接受这个新的状态。一般可以这样来实现,生成一个 $[0, 1]$ 间均匀分布的随机数 η ,若 $\eta < \exp\left[-\frac{E(x)}{T}\right]$,则以新状态 x_{new} 取代 x_{old} 作为当前状态;否则仍保留 x_{old} 作为当前状态。

固定温度参数,反复进行状态转移过程,接受概率将服从以下分布:

$$p(x) = \frac{1}{Z} \exp\left[-\frac{E(x)}{T}\right] \tag{10}$$

式中: Z 为使概率值正规化的系数。由式(10)可见,随着温度参数的减小,接受概率也逐渐减小,即能量函数增大的可能性也逐渐减小,最后系统会收敛于某一能量最小的状态,该状态就可作为目标函数的全局最小值。

4 基于支持向量机和模拟退火算法的位移反分析

位移反分析的实质就是寻找一组待反演的参数使与之相应的位移值与实测位移值不断逼近。目标函数可取以下形式:

$$F(X) = \sum_{i=1}^n [f_i(X) - u_i]^2 \quad (11)$$

式中: X 为一组待反演参数, $f_i(X)$ 为岩体第 i 个量测点位移量的计算值, u_i 为相应的位移量的实测值, n 为位移监测点总数。

据此, 利用 Fortran 和 Matlab 语言工具箱编写了位移反分析计算程序, 具体步骤如下:

(1) 依据实际问题, 确定岩体力学参数的取值范围, 并依据正交试验设计原理构造计算方案。

(2) 采用有限元法对构造的每一个方案进行计算, 每个计算方案与对应的位移值将构成一个样本对, 将所有样本分为学习样本集和测试样本集。

(3) 利用支持向量机对学习样本进行学习, 调整相应的结构参数, 利用测试样本集进行检验, 建立待反演岩体力学参数与位移之间的非线性映射关系。

(4) 选择合适的退火策略, 给初始温度以足够高的值, 并设置循环记步数初值为 1。

(5) 随机给定初始状态(即岩体力学参数的初始值), 以它作为当前最优点, 代入支持向量机模型预测出对应的位移值, 并计算出相应的目标函数值。

(6) 对当前最优点作一随机变动, 产生一新的最优点, 代入支持向量机模型, 预测出位移值并计算出新的目标函数值和目标函数的增量 Δ 。

(7) 如果 $\Delta < 0$, 则接受该新产生的最优点为当前最优点; 如果 $\Delta \geq 0$, 则以概率 $p = \exp(-\Delta/T)$ 接受该新产生的最优点为当前最优点。

(8) 如果迭代次数小于终止步数, 则转向步骤(4)继续迭代。

(9) 如果未达到冷却状态, 则降低温度, 转向步骤(6); 如果达到冷却状态, 则输出当前的最优点, 计算结束。

5 应用算例

采场边坡岩体由单一岩性组成, 相应的物理力学参数为: 重度 $\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$, 弹性模量 $E = 4 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.30$, 粘聚力 $c = 0.6 \text{ MPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 40^\circ$ 。初始应力场按自重应力场考虑, 屈服条件采用 Drucker-Prager 准则, 假定在平面应变状态下分析。有限元的计算网格如图 2 所示。

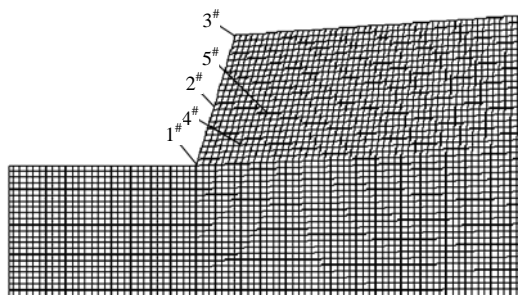


图 2 有限元的计算网格图
Fig.2 Calculation mesh of FEM

在边坡体中选取 5 个测点, 测点 1#~5# 的相应坐标分别为(300.00 m, 200.00 m), (360.00 m, 400.00 m), (328.57 m, 295.24 m), (385.66 m, 231.93 m)和(423.53 m, 271.70 m)。对于每一个测点利用有限元法计算该点的位移全量作为实测值进行位移反分析。作为示例, 本文只反分析岩体的抗剪强度参数 c, φ , 对每个参数取 5 个水平, 即 c 取 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 和 1.0 MPa; φ 取 $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ 和 60° , 共有 25 组不同的参数组合。其中的 20 组数据作为学习样本, 另 5 组数据作为测试样本检验支持向量机的预测效果。在模拟退火优化计算中, 共进行 7 200 次迭代, 得到目标函数最小值为 127.6, 与该最小目标函数值对应的参数, 即为本次反演过程得到的最优参数值。位移反分析结果如表 1 所示。目标函数值随迭代次数的变化如图 3 所示。

表 1 位移反分析结果与理论值比较

Table 1 Comparison of back-analysis results and theoretic solutions

c/MPa			$\varphi(^{\circ})$		
反演值	理论值	绝对误差	反演值	理论值	绝对误差
0.572	0.600	0.028	37.110	40.000	2.890

注: c 的相对误差为 4.67%, φ 的相对误差为 7.24%。

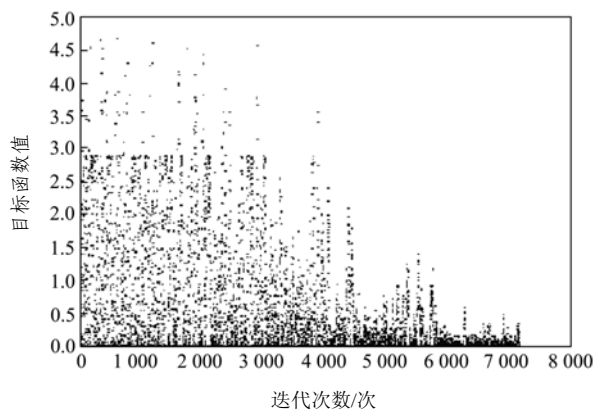


图 3 目标函数值随迭代次数的变化图

Fig.3 Objective function value with iteration times

从表 1 中可以看出, 基于支持向量机和模拟退火算法的位移反分析所得结果误差较低, 和理论值比较接近。笔者将这一模型应用于某大型水电站地下洞室岩体力学参数反演中, 取得了良好的效果。

6 结 语

本文借助现代人工智能的相关研究成果, 提出了基于支持向量机和模拟退火算法的位移反分析方法, 给出了该模型的数值算例。本反演模型利用支持向量机的非线性映射、推理和预测功能, 模拟有限元计算过程, 从而提高了反分析计算速度。同时, 由于模拟退火算法具有全局搜索能力, 解决了局部极小与全局极小问题, 也就是解决了反问题中解的不唯一性问题, 为解决全局优化问题提供了一种新的搜索策略, 并且具有良好的鲁棒性, 在处理变量与目标函数值之间无明显的数学表达式的复杂工程问题中, 具有较高的应用意义。

参考文献(References):

- [1] 杨林德. 岩土工程问题的反演理论与工程实践[M]. 北京: 科学出版社, 1996.(Yang Linde. Theories of Back Analysis of Geotechnique Problems and Its Application[M]. Beijing: Science Press, 1996.(in Chinese))
- [2] 冯夏庭, 张治强, 杨成祥, 等. 位移反分析的进化神经网络方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(5): 497 - 502.(Feng Xiating, Zhang Zhiqiang, Yang Chengxiang, et al. Study on genetic-neural network method of displacement back analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(5): 497 - 502.(in Chinese))
- [3] 邓建辉, 李焯芬, 葛修润. BP 网络和遗传算法在岩石边坡位移反分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(1): 1 - 5.(Deng Jianhui, Lee C F, Ge Xiurun. Application of BP network and genetic algorithm to displacement back analysis of rock slopes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(1): 1 - 5.(in Chinese))
- [4] 赵洪波, 冯夏庭. 位移反分析的进化支持向量机研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(10): 1 618 - 1 622.(Zhao Hongbo, Feng Xiating. Study on genetic-support vector machine in displacement back analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(10): 1 618 - 1 622.(in Chinese))
- [5] Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [6] Yonas B D, Slavco V. Model induction with support vector machines: Introduction and application[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2001, 22: 208 - 216.
- [7] 刘开云, 乔春生, 滕文彦. 边坡位移非线性时间序列采用支持向量机算法的智能建模与预测研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 57 - 61.(Liu Kaiyun, Qiao Chunsheng, Teng Wenyan. Research on nonlinear time series intelligent model construction and prediction of slope displacement by using support vector machine algorithm[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 57 - 61.(in Chinese))
- [8] Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing[J]. Science, 1983, 220: 671 - 680.
- [9] 徐果明. 反演理论及其应用[M]. 北京: 地震出版社, 2003.(Xu Guoming. Theories of Back Analysis and Its Application[M]. Beijing: Earthquake Press, 2003.(in Chinese))
- [10] 刘则毅. 科学计算技术与 Matlab[M]. 北京: 科学出版社, 2001.(Liu Zeyi. Scientific Calculation and Matlab[M]. Beijing: Science Press, 2001.(in Chinese))