

软岩与水相互作用的非线性动力学过程分析

周翠英¹, 张乐民²

(1. 中山大学 应用力学与工程系, 广东 广州 510275; 2. 中山大学 地球科学系, 广东 广州 510275)

摘要: 软岩与水相互作用的非线性动力学过程的研究不仅对软岩软化的研究方法具有探索价值, 而且对于合理确定软化的参数及其应用具有重要的实践意义。结合东深供水改造工程中灰白色泥质粉砂岩不同饱水时间后的试验数据分析, 发现该类软岩的软化具有非线性特点。将时间序列的分维分析方法应用于软岩与水相互作用系统中, 通过重建相空间, 确定了描述该系统所需的最少变量数。试验中发现, 软岩的微观结构、力学参数是反映软岩软化的控制性因素, 因而取微结构孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 ϕ 值作为描述该系统的 3 个变量。在此基础上, 应用反演分析理论, 确定了软岩软化的非线性动力学模型, 再将以上 3 个变量的时间序列值通过求残差平方和极小值的方法与模型进行逼近, 得到模型中各个未确定的参数, 从而对软岩与水相互作用过程进行非线性动力学分析。结果表明: 所给出的非线性动力学模型计算得到的微结构孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 ϕ 值与试验获得的相应参数值的分布曲线非常接近, 说明软岩与水相互作用具有显著的非线性动力学特点; 同时, 利用所建立的模型可较好地预测软岩在饱水条件下, 一定时间后的微观结构参数和力学性质变化规律。

关键词: 岩石力学; 软岩与水相互作用; 关联维数; 反演分析; 非线性动力学

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)22 - 4036 - 06

ANALYSIS OF THE NONLINEAR DYNAMIC PROCESS OF THE INTERACTION BETWEEN SOFT ROCK AND WATER

ZHOU Cui-ying¹, ZHANG Le-min²

(1. Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;

2. Department of Earth Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: The research on the nonlinear dynamic process of the interaction between soft rocks and water has great values for the studying method of softening process; and it also has some practical significances for the determination of softening parameters. Based on the data analysis of the test results of white and grey colored argillaceous siltstone from the Water Supply Reconstruction Project from Dongjiang to Shenzhen in Guangdong Province of China, in different saturation times, it is found that the softening process of this kind of soft rock is provided as nonlinear characteristics. By applying the fractal analysis method of time series to the interaction system of soft rocks and water; the least needed numbers of dimensionalities (i.e., variable numbers) for the description of the system is determined by rebuilding the phase space. The test research shows that the microstructure, the connecting strength and the roughness of the grains can be well reflecting the softening features of the saturated soft rocks, and are the key factors for softening process. So, the pore distribution fractal dimension

收稿日期: 2004 - 06 - 18; **修回日期:** 2004 - 09 - 29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59809008); 广东省自然科学基金重点项目(013188); 广东省科技攻关“十五”专项(2001B30903); 广东省东深供水改造工程总指挥部委托项目(DSGZ - KJ - 020, DSGZ - KJ - 021)

作者简介: 周翠英(1963 -), 女, 博士, 1986年毕业于中国地质大学工程地质专业, 现为教授、博士生导师, 主要从事岩土工程与环境地质方面的教学与研究工作。E-mail: eeszcy@zsu.edu.cn.

引入向量符号 \bar{x}_i ，取相空间任一点 $\bar{x}_i = \{x_0(t_i), \dots, x_0[t_i + (n-1)u]\}$ ，从数据序列中选出任意一个参数点 \bar{x}_i ，并计算它到其余 $(n-1)$ 个点 \bar{x}_j 的距离 $|\bar{x}_i - \bar{x}_j|$ ，这样得到以 \bar{x}_i 为中心，以 r 为半径的相空间的数据点，对所有 i 重复这一过程可得

$$C_{(r)} = \frac{1}{n^2} \sum_{\substack{i, j=1 \\ i \neq j}}^n \theta(r - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|) \quad (1)$$

式中： θ 为 Heaviside 函数，且 $\theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ ；

$C_{(r)}$ 为吸引子的积分关联维数。

给定一微小量 ε ，并用其作为探测吸引子结果的码尺。如果吸引子具有 d 维流形，则点的数目与 $(r/\varepsilon)^d$ 成正比，对较小的 $C_{(r)}$ ，有

$$C_{(r)} = r^d \quad (2)$$

式中： d 为软岩抗剪强度辅助相空间中状态演化的流形维数。

考察 d 与 n 的关系，得到 d 的饱和值，即为吸引子的维数，刚出现饱和时的 d 值对应的临界 n 值，就是把吸引子描述的性能模型化所需提供的最少变量数目，即描述该系统所需的最少变量数。

3 软岩与水相互作用系统的动力学特征分析：相空间及其吸引子

选取一个能够反映出其他各个变量的痕迹和整个系统特征的变量，借助该变量可对系统进行分析。由于软岩的抗剪强度具有这样的特征，因而选择抗剪强度参数的时间序列进行分析。

经过计算，得到在东深供水改造工程中采集的灰白色软岩软化系统的饱和维数为 2.6(见图 1)，即存在吸引子，其维数是非整数。所对应的相空间数为 3，表示刻画软岩系统至少需要 3 个变量。

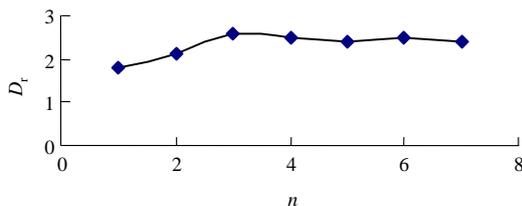


图 1 关联维数 D_r 与相空间 n 的关系曲线

Fig.1 Relationship between correlation dimension D_r and phase space n

4 软岩与水相互作用系统的非线性动力学模型的建立与预测

4.1 基本反演方法

软岩与水的相互作用问题是一个高度非线性问题^[15, 16]。文[17]研究表明，软岩与水相互作用的微观机制符合稳定性问题的分析特点，可以用线性稳定性分析处理这样的问题。这里，设系统状态随时间演化的物理规律为

$$\frac{ds}{dt} = f_i(s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

式中： f_i 为一般非线性函数。

根据物理系统的性质，将 f_i 设为某种非线性函数，并用反演方法确定具体形式和各参数值。

将式(3)在各变量的观测序列上写成差分格式，并记成 M 维向量 D ，假设 f_i 有 G_k 项对应 P_k 个数，写成矩阵形式为

$$D = GP \quad (4)$$

其中，

$$D = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{s_i^{3\Delta t} - s_i^{\Delta t}}{2\Delta t} \\ \frac{s_i^{4\Delta t} - s_i^{2\Delta t}}{2\Delta t} \\ \vdots \\ \frac{s_i^{m\Delta t} - s_i^{(m-2)\Delta t}}{2\Delta t} \end{Bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & \dots & G_{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{M1} & \dots & G_{Mk} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_k \end{Bmatrix}$$

G 与 D 均可由观测资料求得，对式(4)求其残差平方和，即

$$S = (D - GP)^T (D - GP) \quad (5)$$

并取其极小值，使得假设的非线性函数与实际情况最接近，按最小二乘原则可得正则方程为

$$G^T GP = G^T D \quad (6)$$

若 $G^T G$ 非奇异, 则有

$$P = (G^T G)^{-1} G^T D \quad (7)$$

4.2 变量的选取

根据文[17], 软岩软化的微观机制主要有粘土矿物吸水膨胀、崩解软化、软岩在水中的离子吸附和交换、易溶性矿物溶解与生成机制、水溶液对软岩的微观力学作用以及软岩软化的非线性化学动力学等。这些因素综合导致软岩的微观结构发生非线性演化, 进而改变软岩的力学性质。因此, 软岩的微观结构和力学参数具有反映各种机制及因素的软化作用能力, 引入系统维度以及刻划该系统所需的最小变量数, 可取微结构孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 φ 值作为描述该系统的变量。

根据文[18]研究结果, 选取东深供水改造工程中的灰白色泥质粉砂岩饱水试验的 12 个月期间的孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 φ 值时间序列值作为理论方程的特解, 经过变量均匀化, 建立非线性动力学模型。

4.3 非线性动力学模型的建立

4.3.1 软岩软化过程的非线性动力学分析

对于式(3), 在大多数情况下总可以通过改变参数 a_k, b_k, c_k , 将任何函数的值表达为

$$f_i(s_1, s_2, \dots, s_n) = \sum_{k, j=1}^n a_k s_k + b_k s_k^2 + c_k s_k s_j \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

根据非线性动力学的观点, 系统在一定的周期或准周期内演化, 是可以由稳定的动力学方程描述系统状态的。因此, 可以认为在该系统的时间尺度以内, 系统的动力学方程具有不变的形式, 可以用一系列常参数和变量的一次、二次项在数值上表达出系统的动力学方程。

由于 3 个变量各自包括了相同的因素, 例如, 从机理上分析可知, 含水量、粘土矿物含量和离子交换吸附等因素均同时影响 3 个变量, 三者需要一定线性变换才能取得相互独立。

特别地, 这些参数是由系统的试验数据反演而得, 使得在算法上既可以充分利用初值条件, 又可以获得与实际情况最逼近的解。

4.3.2 非线性动力学模型的建立

由以上的分析可以假设系统的动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 z^2 + \\ &\quad a_7 xy + a_8 xz + a_9 yz \\ \frac{dy}{dt} &= b_1 x + b_2 y + b_3 z + b_4 x^2 + b_5 y^2 + b_6 z^2 + \\ &\quad b_7 xy + b_8 xz + b_9 yz \\ \frac{dz}{dt} &= c_1 x + c_2 y + c_3 z + c_4 x^2 + c_5 y^2 + c_6 z^2 + \\ &\quad c_7 xy + c_8 xz + c_9 yz \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

依据上述反演方法, 将结构的孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 φ 值时间序列值代入, 得矩阵 D 和 G , 经运算可得动力学方程各系数, 代入式(9)可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -41.858 4x + 0.386 4y + 22.156 6z + \\ &\quad 0.356 9x^2 + 0.010 0y^2 - 9.576 6z^2 + \\ &\quad 0.302 3xy + 18.509 1xz - 0.474 5yz \\ \frac{dy}{dt} &= 780.719 1x - 7.306 7y - 413.642 6z - \\ &\quad 4.524 8x^2 - 0.173 7y^2 + 177.490 8z^2 - \\ &\quad 5.802 6xy - 334.545 3xz + 8.687 5yz \\ \frac{dz}{dt} &= -1.635 3x + 0.015 0y + 0.872 0z + \\ &\quad 0.031 9x^2 + 0.000 4y^2 - 0.373 7z^2 + \\ &\quad 0.012 5xy + 0.711 1xz - 0.018 4yz \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

4.4 系统的动态预测

对式(9)进行数值积分, 用向外差分的方法逐个向外推算 t_i 时刻各变量的序列值, 将其与试验曲线对比, 并给出预测值(见图 2~4)。

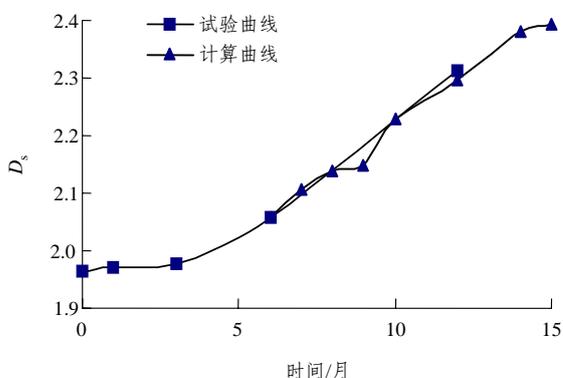


图 2 软岩孔隙分布分维值 D_s 计算曲线与试验曲线的对比
Fig.2 Contrast of calculation curve to testing one for pore-distribution fractal dimension D_s

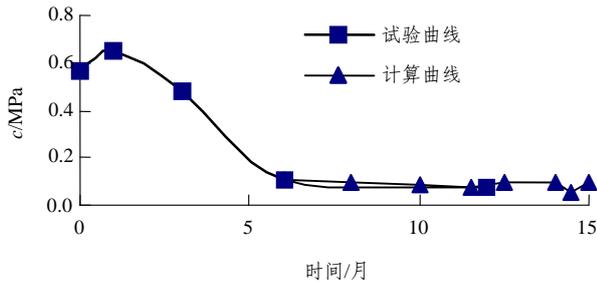


图3 软岩 c 值计算曲线与试验曲线的对比

Fig.3 Contrast of calculation curve to testing one for cohesive force c of soft rock

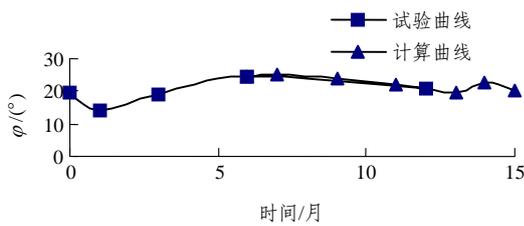


图4 软岩内摩擦角 φ 值计算曲线与实际试验曲线的对比

Fig.4 Contrast of calculation and curve to testing one for internal friction angle φ of soft rock

从如图 2~4 可以看出：微结构孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 φ 值与试验获得的相应参数值的分布曲线非常接近，说明软岩与水相互作用具有显著的非线性动力学特点；同时，利用模型可较好地预测软岩在饱水条件下，一定时间后的微观结构参数和力学性质变化规律。

此外，在预测阶段的后期，曲线出现程度不同的波动，可能的原因是饱水 10~14 个月时浸泡软岩溶液和软岩表面之间的离子扩散存在着一个抑制期和释放期，或者是软岩的结构和力学参数存在准周期的演化行为，而与前段时期的演化存在一定的标度相似性。此部分研究有待试验的验证和进一步的理论探讨。

5 软岩与水相互作用系统参数预测的时间尺度

以混沌动力学中的 Lyapunov 指数^[2, 3]进行计算，对于一个奇怪吸引子来说，可以有多个正的 Lyapunov 特征指数 LE_i ，若 $K_1 = \sum_i LE_i$ ，这个 K_1 就叫做 Kolmogorov 熵。通常称 $1/K_1$ 为可预报的最大时间尺度。将式(9)写为

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{f}(\bar{x}) \tag{11}$$

系统的 Jacobi 矩阵 J 可表示为

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \tag{12}$$

由于式(12)与时间无关，易见 Lyapunov 指数就是 J 的特征值的实部，由此计算出在吸引子动力系统上可以确定性预报的时间尺度。

据此，计算出灰白色泥质粉砂岩可进行其力学性质确定性预测的时间尺度是 1.35 a。

6 结 论

(1) 非线性动力学方法可以较好地运用于软岩与水相互作用系统的非线性动力学过程分析中，其关键在于从诸多要素中选择具有代表性的变量，这些变量必须是对系统的演化历程有较好的反应。

(2) 运用非线性动力学方法建立了软岩与水相互作用的非线性动力学模型，应用该模型进行软岩微结构演化参数和力学参数的计算分析结果表明：微结构孔隙分布分维值 D_s 、粘聚力 c 和内摩擦角 φ 值与试验获得的相应参数值的分布曲线非常接近，说明软岩与水相互作用具有显著的非线性动力学特点；同时，利用模型可较好地预测软岩在饱水条件下，一定时间后的微观结构参数和力学性质变化规律。

(3) 利用 Lyapunov 和 Kolmogorov 熵进行了确定性预测的时间尺度，结果表明，软岩与水相互作用中，其力学性质确定性预测的时间尺度是 1.35 a，即超越此年限进行确定性预测将失去意义，而只能进行统计性预测。

参考文献(References):

[1] Kunsou K. Effect of micro mechanical property variation on fracture processes in simple tension[A]. In: Daemen C ed. Rock Mechanics[C]. Rotterdam: A. A. Balkema, 1995. 471 - 476.

[2] Blair S C, Cook N G W. Analysis of compressive fracture in rock using statistical techniques: part I— a nonlinear rule based model[J]. Int. J. Rock Mechanich Min., 1998, 35(7): 837 - 848.

[3] Blair S C, Cook N G W. Analysis of compressive fracture in rock

- using statistical techniques: part II—a nonlinear rule based model[J]. *Int. J. Rock Mech. Min.*, 1998, 35(7): 849 - 861.
- [4] Liu Z, Myer L R, Cook N W G. Numerical simulation of the effect of heterogeneities on macro behavior of granular materials[A]. In: Siriwardane Z ed. *Computer Method and Advanced in Geomechanics*[C]. Rotterdam: A. A. Balkema, 1994. 611 - 616.
- [5] Rairhurst C. Geomaterial sand recent development in micro mechanical numerical models[J]. *News Journal*, 1997, 4(2): 11 - 14.
- [6] 刘冬梅. 单轴受压岩石变形断裂机理研究[J]. *南方冶金学院学报*, 2001, 22(2): 101 - 104.(Liu Dongmei. Research on the deformation and fracture mechanism of rocks under the uniaxial compressive condition[J]. *Journal of Southern Institute of Metallurgy*, 2001, 22(2): 101 - 104.(in Chinese))
- [7] Feng X T, Seto M. Fractal structure of time distribution of micro-fracturing in rocks[J]. *Geophysical Journal International*, 1999, 136: 275 - 258.
- [8] 周翠英. 斜坡系统复杂性特征及其预测新认识[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(1): 34 - 38.(Zhou Cuiying. Complexity features of slope rock mass and some new thought about landslide prognosis[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(1): 34 - 38.(in Chinese))
- [9] 谢和平, 彭瑞东, 鞠 杨. 岩石变形破坏过程中的能量耗散分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(21): 3 565 - 3 570.(Xie Heping, Peng Ruidong, Ju Yang. Energy dissipation of rock deformation and fracture[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(21): 3 565 - 3 570.(in Chinese))
- [10] 秦四清. 初论岩体失稳过程中耗散结构的形成机制[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(3): 265 - 269.(Qin Siqing. Primary discussion on formation mechanism of dissipative structure in instability process of rock mass[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(3): 265 - 269.(in Chinese))
- [11] Abu-Farsakh R. New material models for nonlinear stress-strain behavior of composite materials[J]. *Composites*, 1989, 20(4), 349 - 360.
- [12] Ishido T H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*[M]. Michigan: University of Michigan Press, 1975.
- [13] 尹光志. 岩石细观断裂过程的分叉与混沌特征[J]. *重庆大学学报(自然科学版)*, 2000, 23(2): 56 - 59.(Yin Guangzhi. Research on bifurcation and chaos characteristics of meso-scope fracture process of rock[J]. *Journal of Chongqing University (Natural Science)*, 2000, 23(2): 56 - 59.(in Chinese))
- [14] 许传华. 围岩稳定分析的非线性理论研究[J]. *岩土工程技术*, 2003, (3): 142 - 146.(Xu Chuanhua. Nonlinear theories research of stability of surrounding rock[J]. *Geotechnical Engineering Technique*, 2003, (3): 142 - 146.(in Chinese))
- [15] 谢应齐, 曹 杰. 非线性动力学数学方法[M]. 北京: 气象出版社, 2001.(Xie Yingqi, Cao Jie. *Mathematical solution of nonlinear dynamics*[M]. Beijing: China Meteorological Press, 2001.(in Chinese))
- [16] 吴立军, 刘迎曦, 韩国城. 位移测量反演分析的正、逆定式化方法及其算法程序实现[J]. *工程力学*, 2003, 20(6): 182 - 186.(Wu Lijun, Liu Yingxi, Han Guocheng, et al. Direct and inverse formulation methods and their algorithmic programs for back analysis of measured displacements[J]. *Engineering Mechanics*, 2003, 20(6): 182 - 186.(in Chinese))
- [17] 周翠英, 谭祥韶, 邓毅梅, 等. 特殊软岩软化的微观机制研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(3): 394 - 400.(Zhou Cuiying, Tan Xiangshao, Deng Yimei, et al. Research on softening micro-mechanism of special soft rocks[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(3): 394 - 400.(in Chinese))
- [18] 周翠英, 邓毅梅, 谭祥韶, 等. 软岩在饱水过程中微观结构变化规律研究[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2003, (4): 98 - 102.(Zhou Cuiying, Deng Yimei, Tan Xiangshao, et al. Research on varying regularities of micro-structure of soft rocks during the saturation period[J]. *Journal of Sun Yat-sen University(Natural Science)*, 2003, (4): 98 - 102.(in Chinese))