# 温度压力耦合作用下的岩石屈服破坏研究

左建平<sup>1</sup>, 谢和平<sup>1,2</sup>, 周宏伟<sup>1</sup>

(1. 中国矿业大学 北京市岩石混凝土破坏力学重点实验室,岩石力学与分形研究所,北京 100083;2. 四川大学,四川 成都 610065)

**摘要:**以深部开采为背景,讨论了温度和压力对深部岩石变形和破坏规律的影响。将岩石的屈服破坏过程视为能 量释放和能量耗散的过程,根据最小耗能原理导出了温度和压力耦合作用下的深部岩石屈服破坏准则。该准则具 有明确的物理意义,即当岩石的塑性耗散能及温度梯度引起热传导的耗散能累积耗散到一定程度时,岩石就会发 生破坏失稳。

**关键词:**岩石力学;温度压力耦合作用;深部开采;最小耗能原理;能量耗散;屈服破坏准则 **中图分类号:**TU 452;TU 457 **文献标识码:**A **文章编号:**1000 – 6915(2005)16 – 2917 – 05

## STUDY ON FAILURE BEHAVIOR OF ROCK UNDER COUPLING EFFECTS OF TEMPERATURE AND CONFINING PRESSURE

ZUO Jian-ping<sup>1</sup>, XIE He-ping<sup>1, 2</sup>, ZHOU Hong-wei<sup>1</sup>

(1. Beijing Key Laboratory of Fracture and Damage Mechanics of Rocks and Concrete, Institute of Rock Mechanics and Fractals, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China; 2. Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract :** Based on the background of deep mining, some conclusions related to effects of temperature and confining pressure on behaviors of deformation and failure of rocks at depth are reviewed. Regarding the process of rock yield deformation and failure as a process of energy release and energy dissipation, a failure criterion of deep rocks subjected to coupling effects of confining pressure and temperature is proposed according to the principle of least energy consumption. With a clear physical meaning, this failure criterion shows that if both the plastic dissipation energy and heat conduction dissipation energy caused by temperature gradient in rocks reach to a critical value, the rock will lose its load carrying ability.

**Key words :** rock mechanics ; coupling effects of temperature and confining pressure ; deep mining ; principle of least energy consumption ; energy dissipation ; yield failure criterion

1 引 言

随着资源开采的深度越来越趋向深部,深部开 采的岩石力学问题也显得尤为重要。经典采矿中的 岩石力学理论大多是基于浅部的开采条件得到的, 并且通过宏观的全程应力 – 应变关系来描述岩石 变形过程及破坏规律,并以此构建岩石的强度理论 和破坏准则。而在深部,由于受到"三高因素"(高 地应力、高地温和高渗透)以及深部岩石复杂的成岩 过程与地质条件的影响,岩石表现出高度的非线性 特性<sup>[1]</sup>,即便对于深部优质的硬岩也可能伴随着大 的蠕变变形<sup>[2,3]</sup>。因此,能否更好的描述深部岩体 的破坏强度及变形破坏规律是深部地下开采的关键 问题之一。

在实验室内常温和低围压或单轴压缩情况下,

收稿日期: 2005-05-09; 修回日期: 2005-06-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50490272,50221402,10372112);教育部优秀青年教师资助计划资助

**作者简介:**左建平(1978 – ),男,1999年毕业于长沙铁道学院机电工程学院机械工程专业,现为博士研究生,主要从事岩石力学、损伤、断裂及数值 计算等方面的研究工作。E-mail:zuojianping@126.com。

岩石的破坏主要表现为劈裂或剪切破坏形式,这类 脆性破裂的机制是受到岩石内部微裂纹的控制。而 在高围压下,随着围压的增加会抑制伴有扩容的微 破裂,岩石表现出延性的特性,因此,脆性域中岩 石的破坏强度表现出明显的压力依赖性<sup>[4-8]</sup>。

在考虑深部采矿中的岩石力学问题时,岩石除 了受到高应力场的作用,还受到一个变化的温度场 的影响。一方面温度场对岩石材料的物理力学性质 有影响以及温度场的变化导致的热应力问题;另一 方面是与岩石材料变形有关的热力学参数变化以及 内部能量耗散过程对温度场的影响。文[9]总结了 8 种岩石强度与温度的关系,如图1所示。从图中可 以看出,岩石的强度随着温度的升高而有所下降, 而下降的趋势与岩石的种类有密切关系。文[10,11] 对三峡花岗岩的研究得出同样的结论:在 20 温度区域内,单轴抗压强度从183 MPa 减少 500 到 128 MPa。温度对岩石强度的影响,主要是由于 温度的增加促进了岩石矿物晶体的塑性、增加了矿 物晶间胶结物的活化性能等导致强度的降低。因此, 在一定的温度和压力作用下,岩石的主要破坏形式 会由脆性破裂转变为塑性流动的现象。一些学者还 考虑渗流场、化学变化与温度场、应力场的耦合影 响<sup>[12~14]</sup>,这些工作对深部开采及核废料深埋处理研 究都很有价值。



图 1 不同岩石的应力 – 温度曲线<sup>[9]</sup>



人们对岩石的变形破坏做了大量的研究,大多 是集中在宏观唯像的研究,或者根据大量的现场观 测资料,然后提出相应岩石的破坏强度理论<sup>[15]</sup>。这 些研究更多的是从应力 – 应变的角度来探讨岩石的 破坏强度,而涉及到温度的影响作用时大多是停留 在定性的解释,对综合考虑温度和压力作用下岩石 破坏的理论研究还较少。近些年来,国内外很多学 者开始采用能量的观点来研究岩石的变形破坏<sup>[16~</sup><sup>20]</sup>,认为能量的转化和能量的耗散能够更好地反映 岩石材料变形破坏的本质特征。本文在考察了岩石 材料的破坏机理后,认为岩石破坏过程是个能量释 放和耗散能量的过程,并基于最小耗能原理<sup>[21]</sup>,对 温度和压力耦合作用下的深部岩石屈服破坏理论做 了初探性的研究。

# 2 岩石破坏过程的能量释放和能量耗 散分析

热力学第二定律指明了实际的宏观过程总是不可逆的,反映出实际物理过程中能量耗散的特性, 这也表明可以通过能量间的相互转化来刻画物质物 理过程的本质特征。最小耗能原理更进一步具体表 明<sup>[21]</sup>:任何耗能过程,都将在与其相应的约束条件 下以最小耗能的方式进行。因此,研究深部岩石的 破坏过程就有可能把该过程当作能量耗散到一定程 度下岩石失稳状态的过程。

工程岩体被加工成岩样在实验室进行各种加载 试验。在岩样受载之前,该岩样可以看作处于一个 (准)平衡状态,这是由于该研究对象可近似认为不 受外界影响(岩样与周边空气中的能量或物质交换 过程很小,可忽略不计),而且岩样内部各个部分可 观测的宏观性质也不随时间变化。在加载后,由于 试验机液压源提供的能量开始对岩样做功,该平衡 状态将被打破,此时可把岩石的变形破坏过程当作 是岩石不断与外部交换物质和能量的过程。对岩石 压缩状态下的应力 – 应变曲线研究表明, 在初始有 个压密阶段 , 这是由于岩石试样受载后内部已存裂 隙受压闭合的缘故,应力-应变曲线上凹。随着载 荷的增加,液压源所做的功逐步转化为其他能量, 如试验机存储的弹性能、岩样变形时存储的弹性 能、塑性耗散能、岩石变形过程产生新表面的表面 能、热能、电磁能等。当岩石破坏时,能量一部分 被释放出来,一部分被耗散掉。根据文[22]的"耗 散结构 " 理论:耗散结构就是包含多基元多组分多 层次的开放系统处于远离平衡态条件下,在与外界 交换物质和能量的过程中,由于涨落的触发作用系 统从无序突变为有序而形成的一种时间、空间或时 间-空间结构。岩石的变形过程与此类似:在外部 载荷和其他因素影响下,微裂纹从无序分布逐渐向

有序发展,最终形成宏观裂纹从而导致岩石的失稳 破坏,因此,可以认为岩石的屈服破坏是个能量释 放和能量耗散的过程,并形成耗散结构<sup>[20]</sup>。

## 3 基于最小耗能原理的屈服破坏研究

从微细观角度去研究岩石的变形破坏过程,如 果选取某一特征微元体,或者对岩石而言的代表性 体积单元(RVE)<sup>[23]</sup>,则只有当促使该微元体发生屈 服破坏的能量蓄积到一定程度时,该岩石微元体的 屈服破坏现象才可能发生。因此,对深部的岩石而 言,就可以用温度或与温度有关的量及其他一些力 学量(如应力、应变等)来共同表示能量蓄积程度的 表达式。同时,该屈服或破坏准则同时也可以看作 该岩石微元体发生屈服破坏耗能所必须满足的约束 条件。因为,只有满足了强度准则,屈服破坏才可 能发生。促使深部岩石发生屈服破坏所耗散的能量 依赖于岩石材料的性能、温度和屈服破坏的应力状 态等因素。

将深部岩石屈服破坏所需耗散的能量表达式写 为

$$\phi = \phi_{\sigma} + \phi_{int} + \phi_T \tag{1}$$

式中: $\phi_{\sigma}$ 为由于应力状态所造成的耗散率, $\phi_{int}$ 为 与岩石材料本身特性有关的内变量所造成的耗散 率, $\phi_{r}$ 为由于温度差和热传导所造成的耗散率。

为了研究的方便,把与内变量有关的耗散忽略。 如果把深部岩石由于地应力造成的不可恢复塑性应 变率  $\dot{\epsilon}^{p}$ 与由于温度梯度引起的热传导作为岩石在 屈服破坏过程的主要耗能机制,则可将岩石在破坏 刚开始时刻,代表这某点的微元体的耗能率  $\phi(t)$ 表 示为

$$\phi(t) = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} - \nabla T \frac{\boldsymbol{q}}{T}$$
(2)

式中: $\sigma$ 为二阶应力张量, $\dot{\epsilon}^{p}$ 为不可逆塑性应变张量,T = T(x, y, z)为某点微元体的温度,q为热流 矢量, $\nabla$ 为梯度算子。

式(2)中把不可逆塑性应变率作为耗能机制是 容易理解的,而把温度梯度作为耗能机制的原因是 因为从热力学的角度上讲热能是一种利用效率较低 的能量。如果采用塑性增量理论来表示岩石微元体 在屈服之后的不可逆塑性应变率,即

$$\dot{\varepsilon}_i^{\rm p} = \frac{2\lambda}{3} [\sigma_i - \nu(\sigma_j + \sigma_k)] \tag{3}$$

式中: $\dot{\epsilon}_i^p$ 为主塑性应变率, $\sigma_i$ 为主应力(i=1,2,

3), λ为与岩石微元体屈服相关的比例系数。

因此,深部岩石材料的微元体在外载荷和温度 耦合作用下的耗能率表达式为

$$\phi(t) = \frac{2\lambda}{3} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] - \nabla T \frac{q}{T}$$
(4)

由于本文只考虑温度和压力的影响,因此,岩 石破坏的屈服条件可视为与应力状态 σ<sub>i</sub> 与温度 *T* 的函数:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T) = 0$$
 (5)

式中:  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T)$ 为待定的屈服函数。

根据最小耗能原理,当材料发生屈服时,式(4) 应该在满足式(5)的屈服条件下取驻值,引入 Lagrange 乘子 λ<sup>\*</sup> 和泛函 Π,令

$$\Pi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T) = \phi + \lambda^* f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T)$$
(6)

取驻值的条件为  

$$\frac{\partial\Pi(\sigma_{1}, \sigma_{2}, \sigma_{3}, T)}{\partial\sigma_{i}} = 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\frac{\partial\Pi(\sigma_{1}, \sigma_{2}, \sigma_{3}, T)}{\partial T} = 0$$
(7)

即

$$\frac{\partial [\phi + \lambda^* f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T)]}{\partial \sigma_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \begin{cases} \\ (8) \end{cases}$$
$$\frac{\partial [\phi + \lambda^* f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T)]}{\partial T} = 0 \end{cases}$$

#### 把式(4)代入式(8)并化简,得

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{1}} = -\frac{2\lambda}{3\lambda^{*}}(2\sigma_{1} - \sigma_{2} - \sigma_{3})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{2}} = -\frac{2\lambda}{3\lambda^{*}}(2\sigma_{2} - \sigma_{3} - \sigma_{1})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{3}} = -\frac{2\lambda}{3\lambda^{*}}(2\sigma_{3} - \sigma_{1} - \sigma_{2})$$

$$\frac{\partial f}{\partial T} = \frac{1}{\lambda^{*}} \left[ \frac{\partial(\nabla T)}{\partial T} \frac{q}{T} - \nabla T \frac{q}{T^{2}} \right]$$
(9)

把约束条件  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T)$  写成微分形式: d $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T) =$ 

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_3} d\sigma_3 + \frac{\partial f}{\partial T} dT \qquad (10)$$

把式(9)代入式(10)并积分可得

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, T) = -\frac{1}{\lambda^*} \left[ \frac{2\lambda}{3} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1) - \nabla T \frac{q}{T} + C \right] = 0 \quad (11)$$

式中: C 为积分常数。

由于该屈服条件是由塑性力学中增量理论导出 的,而且屈服准则也应该适用所有的屈服破坏条件, 因此该准则同样适用单轴拉伸或单轴压缩状态,且 积分常数 *C* 可以由单轴拉伸或单轴压缩试验来确 定,同时假设为恒温过程,令 $\sigma_1 = \sigma_s$ , $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ,  $\nabla T = 0$ ,代入式(11)得

$$C = -\frac{2\lambda}{3}\sigma_{\rm s}^2 \tag{12}$$

这样就可以把屈服准则改写为

$$\sigma_s^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1 - \frac{3}{2\lambda} \nabla T \frac{q}{T}$$
(13)

该屈服准则把应力和温度的因素综合考虑进去 了。对于深部岩石,考虑两向等压( $\sigma_2 = \sigma_3$ )的情况,式(13)可简化为

$$\sigma_s^2 = (\sigma_1 - \sigma_3)^2 - \frac{3}{2\lambda} \nabla T \frac{\boldsymbol{q}}{T}$$
(14)

此时,岩石的屈服主要与应力差( $\sigma_1 - \sigma_3$ )、温 度梯度和热流量相关。如果把该屈服破坏过程视为 一个等温变化过程,式(13)退化为塑性力学中经典 的 Von Mises 屈服准则:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2 \qquad (15)$$

式(13)有明确的物理意义:当深部岩石材料的 塑性耗散能及温度梯度引起的耗散能积累到一定程 度时,岩石即发生破坏。

### 4 结 论

本文对现有岩石的众多试验资料和试验现象进 行了总结和分析,对温度和压力作用下岩石变形破 坏机理做了的讨论,认为岩石的变形破坏过程是个 耗散结构形成的过程,岩石的破坏过程是个能量释 放的过程并需要耗散一定的能量。基于最小耗能原 理,对深部岩石在温度和压力耦合作用下的屈服破 坏过程做了初步探讨,主要结论如下:

(1)随着围压的升高,岩石破坏时的应力水平会有所增高,峰值应力出现在更大的形变处。当围

压高于某一临界值时,岩石却能在较大的应变范围 内不失去承载能力,且承载能力甚至会有所提高, 这时岩石表现出了延性性质。岩石的强度随着温度 的升高会有所下降,下降的趋势与温度的大小、岩 石的种类等又是相关的。

(2) 岩石的屈服破坏过程是个能量释放和能量 耗散的过程,也是耗散结构形成的过程,当能量耗 散到某一临界值时,岩石就会破坏失稳。

(3) 基于最小耗能原理导出了深部岩石在温度 和压力耦合作用下的屈服破坏准则,该准则有明确 的物理意义:当岩石材料的塑性耗散能及温度梯度 引起的耗散能累积耗散到一定程度时,岩石就会发 生破坏。对于双向等压过程,岩石的屈服主要与应 力差、温度梯度及热流量等因素相关;对于等温过 程,该屈服准则可退化为经典的 Von Mises 准则。

#### 参考文献(References):

- [1] 周宏伟,谢和平,左建平. 深部高地应力下岩石力学行为研究进展[J]. 力学进展,2005,35(1):91-99.(Zhou Hongwei,Xie Heping,Zuo Jianping. Developments in researches on mechanical behaviors of rocks under the confining of high ground pressure in the depths[J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(1):91-99.(in Chinese))
- [2] Malan D F. Time-dependent behaviour of deep level tabular excavations in hard rock[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering , 1999, 32(2): 123-155.
- [3] Malan D F. Simulating the time-dependent behaviour of excavations in hard rock[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering 2002 ,35(4): 223 – 254.
- Paterson M S. Experimental deformation and faulting in Wombeyan marble[J]. Bull. Geol. Soc. Am., 1958, (69): 465-467.
- [5] Heard H C. Transition from brittle fracture to ductile flow in Solenhofen limestone as a function of temperature , confining pressure , and interstitial fluid pressure[J]. Geol. Soc. Am. Menoir. , 1960, 79: 193-226.
- [6] Mogi K. Deformation and fracture of rocks under confining pressure(2) : elasticity and plasticity of some rocks[J]. Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ., 1965, (43) : 349 – 379.
- [7] Mogi K. Pressure dependence of rock strength and transition from brittle fracture to ductile flow[J]. Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ., 1966, (44): 215-232.
- [8] Gowd T N , Rummel F. Effect of confining pressure on the fracture behaviour of a porous rock[J]. Int. J. Rock. Mech. Sci. and Geomech.

Abstr., 1980, 17(12): 225-229.

- [9] Wong T F. Effects of temperature and pressure on failure and post-failure behavior of Westerley granite[J]. Mechanics of Materials , 1982 , (1): 3-17.
- [10] 许锡昌. 温度作用下三峡花岗岩力学性质及损伤特性初步研究 [硕士学位论文][D]. 武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所, 1998.(Xu Xichang. The preliminary study on mechanical properties and damage characteristics for Three Gorges granite at high temperature[M. S. Thesis][D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 1998.(in Chinese))
- [11] 许锡昌,刘泉声.高温下花岗岩基本力学性能初步研究[J].岩土 工程学报,2000,22(3):332-335.(Xu Xichang,Liu Quansheng. A preliminary study on basic mechanical properties for granite at high temperature[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(3):332-335.(in Chinese))
- [12] 丁梧秀,冯夏庭. 化学腐蚀下灰岩力学效应的试验研究[J]. 岩石 力学与工程学报,2004,23(21):3571-3576(Ding Wuxiu,Feng Xiating. Testing study on mechanics effect for limestone under chemical erosion[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2004,23(21):3571-3576.(in Chinese))
- [13] Jing L , Tsang C F , Stephansson O. DECOVALEX—an international cooperative research project on mathematical models of coupled THM processes for safety analysis of radioactive waste repositories[J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. ,1995 ,32(5) :389 – 398.
- [14] Chijimatsu M ,Fujita T ,Sugita Y ,et al. Field experiment ,results and THM behavior in the Kamaishi mine experiment[J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , 2001 , 38(1) : 1 161.
- [15] Hoek E , Brown E. Empirical strength criterion for rock mass[J]. J. Geotech. Eng. Div. , 1980 , 106(9) : 1 013 1 035.
- [16] Bazant Z P , Kazemi M T. Determination of fracture energy , process

zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete[J]. International Journal of Fracture, 1990, 44(2): 111 - 131.

- [17] Sujatha V , Chandra K J M. Energy release rate due to friction at bimaterial interface in dams[J]. Journal of Engineering Mechanics , 2003 , 129(7): 793 – 800.
- [18] 尤明庆,华安增. 岩石试样破坏过程的能量分析[J]. 岩石力学与 工程学报,2002,21(6):778-781.(You Mingqing, Hua Anzeng. Energy analysis of failure process of rock specimens[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002,21(6):778-781.(in Chinese))
- [19] 高文学,刘运通.冲击载荷作用下岩石损伤的能量耗散[J].岩石 力学与工程学报,2003,22(11):1777-1780.(Gao Wenxue,Liu Yuntong. Energy dissipation of rock damage under impact loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2003,22(11): 1777-1780.(in Chinese))
- [20] 谢和平,彭瑞东,鞠 杨. 岩石变形破坏过程中的能量耗散分析[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(21):3 565-3 570.(Xie Heping, Peng Ruidong, Ju Yang. Energy dissipation of rock deformation and fracture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2004,23(21):3 565-3 570.(in Chinese))
- [21] 周筑宝. 最小耗能原理及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2001.
  (Zhou Zhubao. The Principle of Least Energy Consumption and Its Application[M]. Beijing: Science Press, 2001.(in Chinese))
- [22] 李如生. 非平衡态热力学和耗散结构[M]. 北京:清华大学出版社, 1986.(Li Rusheng. Non-equilibrium Thermodynamics and Dissipation Structure[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1986.(in Chinese))
- [23] Lemaitre J. A Course of Damage Mechanics[M]. Berlin : Springerverlage , 1992.