

# 动静组合加载下岩石破坏的 应变能密度准则及突变理论分析

李夕兵, 左宇军, 马春德

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 阐述了岩石在动静组合载荷作用下使用应变能密度定义破坏准则的适用性。分析认为, 岩石破坏的应变能密度的临界值与岩石破坏之前的不可逆变形过程和外界条件有关, 而不可逆变形过程主要是由于岩石的非弹性变形、损伤和其他内部耗散机制引起的, 且反映静水压力的体积变形能在某些应力状态条件下的岩石破坏中是不能忽略的。提出用机械模型来反映动静组合加载下岩石单元体弹性的劣化和非弹性变形的产生以及加载速率的影响, 并以机械模型为基础, 求出受一维静载岩石在动载作用下破坏应变能密度的临界值。同时, 根据静力预加载结构的冲击屈曲突变模型, 建立了静加载岩石系统的冲击破坏模型, 进一步分析了动静组合加载下岩石的破坏。最后, 采用低周疲劳加载方法在 Instron 电液伺服控制材料试验机上进行了红砂岩中应变率下的动静组合加载破坏试验, 对应变能密度准则和突变理论模型进行了验证。结果表明, 理论模型与试验结果有较好的一致性。

**关键词:** 岩石力学; 动静组合加载, 应变能密度; 破坏准则; 中应变率; 低周疲劳加载

**中图分类号:** TU 452

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)16-2814-11

## FAILURE CRITERION OF STRAIN ENERGY DENSITY AND CATASTROPHE THEORY ANALYSIS OF ROCK SUBJECTED TO STATIC-DYNAMIC COUPLING LOADING

LI Xi-bing, ZUO Yu-jun, MA Chun-de

(School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** The applicability of a failure criterion for the strain energy density of rock under static-dynamic loading is proposed. According to the analysis, critical value of strain energy density of rock is mainly determined by preceding irreversible deformation process and current environmental state; and the irreversible deformation is mainly caused by nonelastic deformation, damage and other possible intrinsic dissipative mechanisms of rock in a mechanical system; and volume deformation energy associated with hydrostatic stress effects can not be neglected on some stress states. Using mechanical model to represent the reduction of elasticity, occurrence of inelasticity deformation and effect of loading rate are proposed. On the basis of mechanical model, the critical value of strain energy density of rock under static-dynamic loading is derived. According to the catastrophe model for impact buckling of static-loading structures, a new catastrophe model for impact disturbance fragmentation of a rock system under static loading is established to analyze the rock failure under static-dynamic coupling loading ulteriorly. Finally, by using of the Instron electro-hydraulic and servo-controlled material testing machine and adopting low-cycle-index fatigue loading method, the test of red sandstone failure with medium strain rate under

**收稿日期:** 2005-04-29; **修回日期:** 2005-06-17

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(10472134, 50490274, 50174056)

**作者简介:** 李夕兵(1962-), 男, 博士, 1983年毕业于中南矿冶学院采矿工程专业, 现任“长江学者”特聘教授、博士生导师, 主要从事采矿与岩石动力学方面的教学与研究工作。E-mail: xbli@mail.csu.edu.cn.

dynamic loading is carried out to verify the strain energy density criterion and catastrophe theory model. There is a good agreement between theoretic and experimental results.

**Key words** : rock mechanics ; static-dynamic coupling loading ; strain energy density ; failure criterion ; medium strain rate ; low-cycle-index fatigue loading

## 1 引言

人们提出了很多破坏准则来预测各种材料在各种加载条件下的破坏,为工程设计提供了基本的依据。目前在岩石力学领域中,对岩石在单独承受静载作用时破坏准则的研究已经比较深透<sup>[1-9]</sup>,对单独承受动载作用时岩石破坏准则的研究也取得了一定进展<sup>[8,10-21]</sup>。理论和试验都表明,岩石在承受动、静载荷时,其力学特性和破坏规律有较大差异,岩石的破坏准则也是有差别的。事实上,在工程实践中有相当一部分岩石,如矿岩的开挖,特别是深部采矿中,矿岩在承受动载荷作用之前,已经处于一定的静应力或地应力状态之中。然而,动载荷对静应力作用下岩石破坏准则的影响的研究显得相对不足,因此,这些岩石在动静组合载荷作用下的破坏准则的研究应该引起人们的足够重视。

到目前为止,对于受静载荷作用的岩石在动载作用下的破坏准则的研究,仅知有少数学者利用动力三轴试验机进行过加围压的岩石三向抗压试验<sup>[12]</sup>,得到了一些与三向静压缩不同的结论;对于同一方向的动静组合载荷加载的研究,或在此基础上考虑不同围压影响的研究,才刚开始<sup>[22-24]</sup>;对于动静组合加载强度的专门研究则更为少见。

目前岩石材料的低应变率( $\dot{\varepsilon} < 10^{-4}/s$ )的破坏准则和高应变率( $\dot{\varepsilon} > 10^2/s$ )破坏准则的试验和理论分析较为广泛,介于这两者之间的中应变率的破坏准则研究,却受试验条件和技术限制,显得相对较少<sup>[12]</sup>。

此前所提出的破坏准则,其力学机制可能是不同的,且经常是适用于特定材料的强度理论,或者说在某种条件下适用的理论,却不适用于另一种条件<sup>[25]</sup>。但一般来说,材料破坏准则可分为 4 大类<sup>[8]</sup>: (1) 应力或应变类破坏准则; (2) 能量类破坏准则; (3) 损伤类破坏准则; (4) 经验类破坏准则。

前述能量类破坏准则最先是由 Huber 开始研究的,正是他引入势能的概念来定义材料的破坏。后来,Freudenthal(1950)和 Gordon(1976)强调了采用能量破坏准则的重要性,并且注意到了弹性变形能和

非弹性变形能的差别。尽管在 Freudenthal 之后又提出了几种类型的能量破坏准则,但是,只有少数考虑了弹性变形能和非弹性变形能的不同,如 Lemaitre 和 Chaboche(1990)。文[8]基于连续介质力学和不可逆热力学分析了应变能破坏准则的力学机制,认为应变能破坏准则的临界值与材料破坏之前的不可逆变形过程和外界条件有关,而不可逆变形过程主要是由于材料的非弹性变形、损伤和其他内部耗散机制引起的。因此,当材料的破坏受耗散控制时,可采用耗散能量密度破坏准则来判断材料的破坏,该准则主要适用于韧性破坏;如果在破坏之前的变形过程中,内部耗散可忽略,此时可采用比弹性应变能密度准则来判断材料的破坏,该准则主要适用于脆性材料的破坏;对于动载作用下的材料破坏,则主要用塑性应变能密度准则来判断,但应变率对准则的临界值的影响还不清楚,有待进一步研究<sup>[8]</sup>。可见,在连续介质力学和不可逆热力学理论框架范围内,可以得到多种成功的破坏准则,这使材料应变能破坏准则具有普遍意义。综观上述研究,都贯穿着一个思想:材料的破坏主要是由内部耗散引起的,并且是不可逆的。

至于有代表性的应变能破坏准则——形状改变比能理论(第四强度理论)<sup>[25]</sup>,实践证明,对于塑性材料,该理论主要适用于拉、压性质相同的情况,但对于三向等值拉伸却无能为力;对于脆性材料,该理论主要适用于与三向压应力相近的情况<sup>[25,26]</sup>。究其原因是该理论认为,单元体达到屈服或破坏的条件是:形状改变比能密度值达到单向应力状态下单元体的形状改变比能密度值,而不考虑体积变形能。这样做是基于静水压力很大而材料并不过渡到破坏状态的情况,亦即体积改变能的大小并不影响材料的破坏。但是在一定的外载作用下微裂纹的闭合又可能导致材料刚度的部分恢复,反映到体积变形上就是:体积的减小而不是体积的增加有利于单元体强度的提高。此外,从脆性材料和塑性材料在拉伸和压缩时的性能比较来看,可以认为单元体承受压缩的性能优于其承受拉伸的性能。所以,反映静水压力的体积变形能在某些应力状态下的材料破坏中是不能忽略的<sup>[20]</sup>。这也说明,材料破坏耗散

理论的不可逆性在某些条件下应该适当修正。因此，文[26]提出用体积变形比能和形状改变比能之和即应变能密度作为材料破坏的准则。

各种机械模型已成功应用于岩石的本构特性的研究<sup>[27]</sup>，文[24]利用简单的机械模型建立了受静载荷作用的岩石在动载作用下的本构模型，利用该模型计算得到的本构曲线与试验结果具有较好的一致性，显然岩石的本构特性和破坏强度是紧密相连的。

同时，应用突变理论研究岩石的破坏强度是一条有效的途径，然而处理岩石的冲击失稳破坏等动力稳定性问题在数学上会遇到很大困难，所以通常采用准静态的研究方法<sup>[28]</sup>。虽然文[28]应用突变理论采用准静态的研究方法研究了岩石受静载荷时的破坏过程，但是应用突变理论研究岩石在冲击作用下的破坏相对较少，应用突变理论研究受静载的岩石在冲击作用下的破坏强度更为少见。

结构的屈曲与岩石的破裂与失稳有一定的相似性。在结构的屈曲研究方面，文[29, 30]用经典力学方法研究了静力预加载结构的冲击屈曲问题；文[31]用突变理论研究了有缺陷的简单双杆结构的弹性屈曲问题，研究认为，在恒定幅值动载荷作用下，不考虑衰减时，只要适当确定动力平衡曲面的奇异集和相应控制平面的分叉集，就可将静态突变推广到相应的动态突变，并可求出结构静态屈曲和动态屈曲的临界载荷；文[32, 33]分别建立了结构的冲击屈曲突变模型与静力预加载结构的冲击屈曲突变模型。

根据上述分析，本文将在文[24]建立的受静载荷作用的岩石在动载作用下的本构模型的基础上提出应变能密度破坏准则；同时，根据静力预加载结构的冲击屈曲突变模型，建立静加载岩石系统的冲击破坏模型，进一步分析了动静组合加载下岩石的破坏。

## 2 一维动静组合加载下岩石的破坏机制

岩石作为地质运动的产物，内部存在大量的晶界、位错、孔洞、微裂隙等裂纹源。在荷载作用下，其成核与扩展将使岩石材料内部性质不断恶化，因而严重影响材料的宏观力学性质，表现为材料应变软化、刚度和强度劣化、直至宏观断裂破坏。

如果动载荷为扰动，当一定强度的扰动作用于

受静载的岩石时，将产生 2 种效应：(1) 材料刚度的劣化。这表明在动力扰动下，岩石内部的微裂隙在原来的基础上继续演化，扰动能量同时也产生耗散；(2) 提高了扰动能量利用率。这主要是在动力扰动过程中静应力一直存在，使岩石中的一些不连续界面处于闭合状态，使得本来常中止于此的裂纹重新扩展，在相同的扰动能量下可能产生更多的裂纹。

总之，受静载的岩石在动力扰动过程中，扰动应力与静应力联合作用，共同影响岩石内部的损伤与破坏。

文[24]建立的动静组合加载下岩石的本构模型主要是基于如下基本观点：

(1) 岩石单元同时具有统计损伤特性和粘性液体的特性，因而可以把岩石单元看成损伤体  $D_a$  和粘缸  $\eta_b$  的组合物，即由损伤体  $D_{a1}$  与粘缸  $\eta_b$  并联再与损伤体  $D_{a2}$  串联，如图 1 所示。

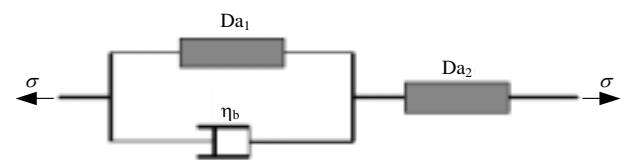


图 1 岩石单元组合物模型

Fig.1 Combination model of rock

(2) 损伤体  $D_a$  具有各向同性损伤特性，在损伤之前是线弹性的，平均弹性模量为  $E$ ，强度服从参数为  $(m, \alpha)$  的概率分布。损伤参数  $D$  按照岩石的受力状态可表示为：

一维加载时<sup>[24]</sup>有

$$D = 1 - \left[ \left( \frac{\varepsilon_a}{\alpha} \right)^m + 1 \right] \exp \left[ - \left( \frac{\varepsilon_a}{\alpha} \right)^m \right] \quad (\varepsilon_a \geq 0) \quad (1)$$

式中： $\varepsilon_a$  为损伤体的应变。

损伤体的本构关系  $\sigma_a - \varepsilon_a$  可表示为

$$\sigma_a = E \varepsilon_a (1 - D) \quad (\varepsilon_a \geq 0) \quad (2)$$

式中： $\sigma_a$  为损伤体的应力。

(3) 粘缸没有损伤特性，遵循的本构关系<sup>[24]</sup>为

$$\sigma_b = \eta \frac{d\varepsilon_b}{dt} \quad (3)$$

式中： $\varepsilon_b$  为粘缸的应变， $\sigma_b$  为粘缸的应力。

(4) 单元体在损伤之前是粘弹性体。

上述以简单的机械模型为基础所建立的受静载荷作用的岩石在动载作用下的本构模型，即动静组

合加载本构模型，反映了岩石弹性的变化，这与岩石的损伤相关，而所反映的岩石的粘性等非弹性并不考虑与损伤的耦合。但按照能量观点，当岩石产生非弹性变形后，岩石所能承担的非弹性变形能已大大降低，即岩石的本构能已降低，这也是由于岩石微观结构发生变化而引起岩石性能劣化的一种表现<sup>[34]</sup>。正是由于岩石弹性的劣化和非弹性变形的产生才导致岩石强度的降低<sup>[8]</sup>。此外，动静组合加载本构模型反映了岩土类材料的变形与强度不仅与所受应力状态有关，而且与加载速率有关的性质。所以，机械模型能够反映材料单元体弹性的劣化和非弹性变形的产生以及加载速率的影响。

### 3 一维动静组合加载下岩石破坏的应变能密度破坏准则

根据一维动静组合加载下岩石的破坏机制，本文尝试利用机械模型来初步反映动静组合加载下岩石的破坏机理。受一维静载荷作用的岩石在动载作用下的破坏试验和分析表明<sup>[23, 24]</sup>，岩石破坏之前，损伤与非弹性变形并存；不同的受力状态对岩石破坏的影响不同；岩石表现为脆性和韧性的混合破坏。因此，可认为体积变形比能和形状改变比能都对岩石破坏产生影响，是引起岩石破坏的主要因素。亦即，无论什么应力状态，只要岩石单元体的应变能密度达到一维受静载荷作用的岩石在动载作用下相应的应力状态时的极限值时，岩石就产生破坏。

#### 3.1 一维动静组合加载下岩石破坏的应变能密度极限值的确定

建立应变能密度破坏准则的关键是要确定其临界值<sup>[8]</sup>。现在文[24]的基础上，利用机械模型对受一维静载荷作用的岩石在动载作用下破坏的应变能密度的极限值进行确定。

假设在中应变率下，静载能量和动载能量全部转化为岩石单元组合体的应变能，并忽略受载变形过程中的其他能量(如热能)，根据能量守恒定律，单元组合体的能量等于各分体能量之和。为了方便，进一步假设各分体质量分别为 1/3 单位质量，岩石单元组合体考虑损伤后的应变能可由粘弹性体的应变能根据 Sidoroff 等人提出的能量等效假设<sup>[35]</sup>求得。

岩石单元组合体先在静载荷  $S$  作用下产生位移  $\varepsilon_s$ ，再在与静载荷同方向的动载荷  $\sigma_r(t)$  作用下，继续产生位移  $\varepsilon_r(t)$ 。令  $\sigma = S + \sigma_r(t)$ ， $\varepsilon = \varepsilon_s +$

$\varepsilon_r(t)$ ，则岩石单元组合体有微位移  $d\varepsilon$  时，应变能密度  $W$  在未考虑损伤时可表示为

$$W = \int_0^{\varepsilon_s} S d\varepsilon + \int_{\varepsilon_s}^{\varepsilon_s + \varepsilon_r(t)} [S + \sigma_r(t)] d\varepsilon \quad (4)$$

式中： $\varepsilon_s$  为静载荷  $S$  对应的应变，且  $\varepsilon_s = S/E_1$ 。

根据能量守恒定律，应变能密度  $W$  应同时等于损伤体  $Da_1$ 、损伤体  $Da_2$  和粘缸  $\eta_b$  所消耗的能量之和(见图 1)，即

$$W = \frac{1}{3} \int \sigma_{a_1} d\varepsilon_1 + \frac{1}{3} \int \sigma_{a_2} d\varepsilon_2 + \frac{1}{3} \int \sigma_b d\varepsilon_b \quad (5)$$

式中：等式右边第 1 项为损伤体  $Da_1$  产生变形  $\varepsilon_1$  所消耗的能量，主要表征静载荷作用的性质；等式右边第 2 项为损伤体  $Da_2$  产生变形  $\varepsilon_2$  所消耗的能量，主要表征动载荷作用的性质(这两项在考虑损伤时，可以表征岩石在动静组合载荷作用下的损伤特性)；等式右边第 3 项为岩石在动静组合载荷作用下所消耗的塑性能，表征变形过程中的塑性特性。

此时组合体中损伤体和粘缸的应力及应变满足如下关系：

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_{a_1} + \sigma_b = \sigma_{a_2} \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_b \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在不考虑损伤时，同时考虑式(2)，(3)和(6)，则式(5)可以化为

$$W = \frac{\sigma^2}{6E_{a_2}} + \frac{1}{6E_{a_1}} \left[ \sigma - \eta \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_{a_2}} \right) \right]^2 + \frac{1}{3} \eta \int \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_{a_2}} \right) d\varepsilon - \frac{1}{3} \frac{\eta}{E_{a_2}} \int \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_{a_2}} \right) d\sigma \quad (7)$$

式中： $E_{a_1}$ ， $E_{a_2}$  分别为损伤体  $Da_1$  和损伤体  $Da_2$  未考虑损伤时的弹性模量。根据文[24]， $E_{a_1}$  与静载荷作用下的弹性模量值  $E_1$  相近， $E_{a_2}$  与动静组合加载时的弹性模量值  $E_2$  相近。

与式(4)对应，同时考虑静加载时  $\dot{\sigma} = \dot{\varepsilon} = 0$ ，则式(7)可化为

$$W = \frac{S^2}{6} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) + \frac{(\sigma_r + S)^2}{6E_2} - \frac{S^2}{6E_2} + \frac{1}{6E_1} \left[ \sigma_r + S - \eta \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) \right]^2 - \frac{1}{6E_1} \left[ S - \eta \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) \right]^2 + \frac{1}{3} \eta \int_{\varepsilon_s}^{\varepsilon_s + \varepsilon_r} \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) d\varepsilon - \frac{1}{3} \frac{\eta}{E_2} \int_S^{S + \sigma_r} \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) d\sigma \quad (8)$$

假设动静组合加载下的岩石的应变率  $\dot{\epsilon}$  与应力加载速率  $\dot{\sigma}$  均为常数，则式(8)可化为

$$W = \frac{S^2}{6} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) + \frac{(\sigma_r + S)^2}{6E_2} - \frac{S^2}{6E_2} + \frac{1}{6E_1} \left[ \sigma_r + S - \eta \left( \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) \right]^2 - \frac{1}{6E_1} \left[ S - \eta \left( \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) \right]^2 + \frac{1}{3} \eta \left( \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2} \right) \left( \epsilon_r - \frac{\sigma_r}{E_2} \right) \tag{9}$$

按照前面的分析，岩石的损伤主要反映在弹性的损伤上，所以，反映塑性的粘缸不考虑损伤。将式(9)中的弹性模量以有效弹性模量代替，即可得到岩石单元组合体在受静加载和动载过程中考虑损伤时的应变能  $W_d$  为

$$W_d = \frac{S^2}{6} \left( \frac{1}{\tilde{E}_1} + \frac{1}{\tilde{E}_2} \right) + \frac{(\sigma_r + S)^2}{6\tilde{E}_2} - \frac{S^2}{6\tilde{E}_2} + \frac{1}{6\tilde{E}_1} \left[ \sigma_r + S - \eta \left( \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{\tilde{E}_2} \right) \right]^2 - \frac{1}{6\tilde{E}_1} \left[ S - \eta \left( \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{\tilde{E}_2} \right) \right]^2 + \frac{1}{3} \eta \left( \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{\tilde{E}_2} \right) \left( \epsilon_r - \frac{\sigma_r}{\tilde{E}_2} \right) \tag{10}$$

按能量等效原理，应有  $\tilde{E} = (1-D)^2$ ，但在验证中发现，其结果与实际相差较大，而取  $\tilde{E} = (1-D)$ ，结果却与实际较接近，所以，本文采用  $\tilde{E} = (1-D)$ 。

如果以动静组合加载开始点为应变 0 点，受静载的岩石单元组合体在动载作用下的动力破坏强度定为  $\sigma_{dc}$ ，对应的应变为  $\epsilon_c$ ，此时的临界损伤值为  $D_c$ ，则相应的应变能密度  $W_d$  的极限值为  $W_c$ ，且

$$W_c = \frac{S^2}{6(1-D_1)} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) + \left[ \frac{(\sigma_{dc} + S)^2}{6E_2} - \frac{S^2}{6E_2} \right] (1 - D_c)^{-1} + \frac{1}{6E_1(1-D_c)} \left\{ \sigma_{dc} + S - \eta \left[ \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2(1-D_c)} \right] \right\}^2 - \frac{1}{6E_1(1-D_c)} \left\{ S - \eta \left[ \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2(1-D_c)} \right] \right\}^2 + \frac{1}{3} \eta \left[ \dot{\epsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_2(1-D_c)} \right] \left[ \epsilon_c - \frac{\sigma_{dc}}{E_2(1-D_c)} \right] \tag{11}$$

式中： $D_1$  为静载荷  $S$  对应的损伤变量，可用下式表示为

$$D_1 = 1 - \left[ \left( \frac{\epsilon_s}{\alpha} \right)^m + 1 \right] \exp \left[ - \left( \frac{\epsilon_s}{\alpha} \right)^m \right] \tag{12}$$

在通常情况下，动静组合加载时的临界损伤值可定为  $D_c = 0.2 \sim 0.5$ ；但对于纯脆性损伤，则取  $D_c = 0$ <sup>[36]</sup>，或用下式<sup>[24]</sup>表示：

$$D_c = 1 - \left[ \left( \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{\alpha} \right)^m + 1 \right] \exp \left[ - \left( \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{\alpha} \right)^m \right] \tag{13}$$

式(12)，(13)中的概率分布参数  $\alpha$  和  $m$  可根据文[24]所建立的本构模型规定的方法确定，其值与本构模型相同。式(11)中的粘性系数  $\eta$  与本构模型中的意义相同，但大小不同。

从式(11)可看出，岩石单元组合体在动静组合加载下的应变能密度的极限值  $W_c$ ，不仅与静载荷大小和动载荷的性质有关，还与岩石的性质及其力学响应有关，这与实际情况是一致的。

对于式(11)的特例，如果  $S = 0$ ，则  $W_c$  为单轴动载时的临界值；如果  $\sigma_c = 0$ ， $\epsilon_c = 0$ ， $\dot{\sigma} = \dot{\epsilon} = 0$ ，且  $S$  为抗压强度时，则  $W_c$  为单轴静载时的临界值；如果  $D_1 = 0$ ， $D_c = 0$ ，则  $W_c$  为弹脆性破坏时的弹性应变能。所以，式(11)反映的变形能密度既包含了脆性破坏的情况，又包含了韧性破坏的情况，可以进行岩石破坏的综合判断。

### 3.2 一维动静组合加载下岩石应变能密度破坏准则

根据文[24]所建立的本构模型，受一维静载作用的岩石在动载作用下的应变能密度  $W$  在未考虑岩石损伤时可由式(4)并考虑式(2)求得

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{S^2}{E_1} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_r + S)^2 - S^2}{E_2} \tag{14}$$

式中：第 1 项为岩石只受静载作用时的应变能，第 2 项为岩石在动静组合加载下的应变能。

根据前述方法，可得到组合体在一维动静组合加载下考虑损伤时积聚的应变能  $W_{1d}$  为

$$W_{1d} = \frac{1}{2} \frac{S^2}{E_1(1-D_1)} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_r + S)^2 - S^2}{E_2(1-D_2)} \tag{15}$$

式中： $D_2$  为动静组合加载时对应的损伤变量。

式(15)中  $W_{1d}$  值的大小可用全应力-应变曲线的峰值应力前的应变能代替。

根据假设，受一维静载荷作用的岩石在动力扰动下，只要有

$$W_{1d} = W_c \tag{16}$$

岩石就产生破坏。

## 4 动静组合加载下岩石破坏的突变理论分析

本文主要讨论的动载荷是冲击载荷的情况。

### 4.1 静加载岩石系统冲击失稳破坏的突变模型

为运用突变理论研究加载系统的失稳过程，取由试验机和岩样构成加载系统。研究表明，在岩石的静态失稳破坏中，其静态临界载荷就是以岩石静加载系统的势能为势函数的突变系统的分叉集<sup>[28]</sup>。在岩石试样承受阶跃冲击载荷作用时，本文采用文[32, 33]的结果，即以  $R(x)$  为势函数的突变系统的分叉集对应着岩石试样失稳破坏的临界阶跃载荷。  $R(x)$  的形式为

$$R(x) = \int_0^x V(x) dx \quad (17)$$

式中： $x$  为岩石试样的广义位移， $V(x)$  为岩石加载系统的势能。

值得说明的是，从式(17)的推导过程看<sup>[32, 33]</sup>，对应的载荷不一定是冲击载荷，使介质产生中应变率的单调上升动载荷也能满足式(17)的要求。

对于静加载岩石系统承受冲击载荷，即一岩石试样，首先承受一个静载荷  $p$  的作用，然后再作用一个阶跃载荷  $P$ 。令  $x_0$  表示在静力  $p$  作用下的稳定平衡位置( $p$  这里显然应小于岩样的静态抗压强度)， $V_p(x)$  是静力  $p$  作用下岩样产生  $x$  位移时系统的势能， $V_{p+P}(x)$ ， $V_{p+P}(x_0)$  分别是岩石加载系统在载荷  $(p+P)$  作用下分别产生  $x$  位移和  $x_0$  位移时的势能。根据文[33]，受静加载岩石系统在冲击载荷作用下失稳破坏的突变理论模型可表示为：在静力  $p$  作用下的岩石加载系统冲击失稳破坏的临界阶跃载荷  $P_{cr}$  为  $\bar{R}(x)$  作为势函数的突变系统的分叉集， $\bar{R}(x)$  的形式为

$$\begin{aligned} \bar{R}(x) &= \int_0^z [V_{p+P}(x) - V_{p+P}(x_0)] dz = \\ & \int_{x_0}^x [V_{p+P}(x) - V_{p+P}(x_0)] dx \end{aligned} \quad (18)$$

其中，

$$V_{p+P}(x) = \int_0^x Q(x) dx - (p+P)x \quad (19)$$

$$V_{p+P}(x_0) = \int_0^{x_0} Q(x) dx - (p+P)x_0 \quad (20)$$

式中： $x = x_0 + z$ ， $z$  为冲击载荷作用下试样产生的位移； $Q(x)$  为外力  $Q$  作用下岩样静态位移  $x$  的变化

规律。

显然，当  $p = 0$  时， $x_0 = 0$ ，则式(18)退化为式(17)。

### 4.2 一维静加载岩石系统冲击失稳破坏的突变理论分析

现应用上述静加载岩石系统冲击失稳破坏的突变模型对一维静加载岩石系统冲击失稳破坏进行分析。

#### 4.2.1 突变模型

对于试验机和岩样构成的加载系统，可建立如图 2 所示的力学模型<sup>[28]</sup>。对于截面面积为  $A$ ，长为  $L$  的试样，载荷  $Q$  与变形  $x$  的关系可表示为

$$Q = \lambda x e^{-\frac{x}{u_0}} \quad (21)$$

式中： $\lambda$  为岩样的初始刚度，且  $\lambda = EA/L$ ； $E$  为弹性模量； $u_0$  为荷载-变形曲线峰值荷载所对应的变形值。

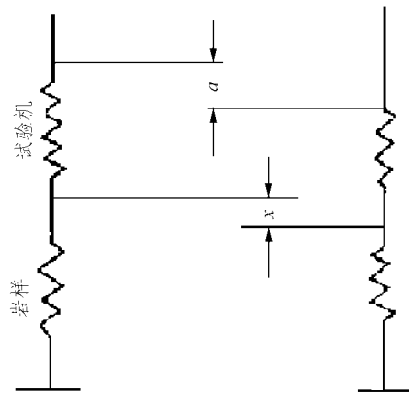


图 2 岩石静加载系统力学模型<sup>[2]</sup>

Fig.2 Mechanical model of static loading rock system<sup>[2]</sup>

系统的势函数是系统的总能量为

$$\begin{aligned} V_Q &= \int_0^x \lambda x e^{-x/u_0} dx + \frac{1}{2} k(a-x)^2 = \\ & \lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x)e^{-x/u_0}] + \frac{1}{2} k(a-x)^2 \end{aligned} \quad (22)$$

式中： $k$  为试验机的刚度， $a$  为系统的全位移。

如果静载荷为  $p$  时，岩样的位移为  $x_0$ ，则有

$$p = \lambda x_0 e^{-x_0/u_0} \quad (23)$$

如果在静载荷  $p$  的同一方向施加一阶跃载荷  $P$ ，则在静载荷  $p$  和阶跃载荷  $P$  共同作用下的势能可表示为

$$\begin{aligned} V(x) &= \lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x)e^{-x/u_0}] + \\ & \frac{1}{2} k(a-x)^2 - (p+P)x \end{aligned} \quad (24)$$

则式(18)所示的用于确定临界阶跃载荷  $P_{cr}$  的突变系统的势函数为

$$\bar{R}(x) = \int_{x_0}^x \left\{ \lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x)e^{-x/u_0}] + \frac{1}{2} k(a-x)^2 (p+P)x - \lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x_0)e^{-x_0/u_0}] - \frac{1}{2} k(a-x_0)^2 + (p+P)x_0 \right\} dx \quad (25)$$

该突变系统的平衡曲面为

$$\bar{R}'(x) = \lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x)e^{-x/u_0}] + \frac{1}{2} k(a-x)^2 (p+P)x - \lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x_0)e^{-x_0/u_0}] - \frac{1}{2} k(a-x_0)^2 + (p+P)x_0 \quad (26)$$

为了求得标准形式的平衡曲面方程，将式(26)在  $x=0$  处展开成幂级数，并截取至三次项，得到

$$\bar{R}'(x) = -\frac{1}{3} \frac{\lambda}{u_0} x^3 + \frac{1}{2} (\lambda+k)x^2 - (ka+p+P)x + \frac{1}{2} ka^2 + A = 0 \quad (27)$$

其中，

$$A = -\lambda u_0 [u_0 - (u_0 + x_0)e^{-x_0/u_0}] - \frac{1}{2} k(a-x_0)^2 + (p+P)x_0 \quad (28)$$

令

$$x = y + u_0(\lambda+k)/(2\lambda) \quad (29)$$

从而得到关于状态变量为  $y$  控制变量为  $u, v$  的突变模型的标准形式平衡曲面方程：

$$\frac{\bar{R}'(x)}{-\frac{1}{3} \frac{\lambda}{u_0}} = y^3 + uy + v = 0 \quad (30)$$

其中，

$$u = \frac{3u_0}{\lambda} \left[ ak + p + P - \frac{u_0(\lambda+k)^2}{4\lambda} \right] \quad (31)$$

$$v = \frac{3u_0}{\lambda} \left[ -\frac{u_0^2(\lambda+k)^3}{12\lambda^2} + \frac{1}{2\lambda} u_0(\lambda+k)(ka+p+P) - \frac{1}{2} ka^2 - A \right] \quad (32)$$

按照突变理论，突变系统对应的分叉集为

$$4u^3 + 27v^2 = 0 \quad (33)$$

从式(31)~(33)看，突变系统分叉集不仅包含了材料参数  $k, \lambda$  和  $u_0$ ，还包含了系统的全位移  $a$ ，静加载状态参数  $p$  和  $x_0$ 。按照文[28]可认为，有可能发生突变系统的分叉集不仅是由力学系统本身的性质决定的，还与外部作用有关。这与岩石在静载荷作用下失稳破坏的情况是不同的，此时有可能发生突变的分叉集仅由力学系统的本身的性质决定，与外部作用无关。

应用式(13)，(28)，(31)~(33)可得  $P$  的临界值为

$$P_{cr} = \sqrt[3]{-\frac{\omega}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{\frac{\omega}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{3}\right)^3}} \quad (34)$$

其中，

$$\eta = \left( \alpha + \frac{3\lambda\gamma^2}{4u_0} \right)^2 + 3\alpha^2 + \frac{9\lambda\gamma\beta}{4u_0} \quad (35)$$

$$\omega = -\left( \alpha + \frac{3\lambda\gamma^2}{4u_0} \right) \left( 3\alpha^2 + \frac{9\lambda\gamma\beta}{2u_0} \right) + \alpha^3 + \frac{9\lambda\beta^2}{4u_0} \quad (36)$$

$$\alpha = ak + p - \frac{u_0(\lambda+k)^2}{4\lambda} \quad (37)$$

$$\beta = -\frac{u_0^2(\lambda+k)^3}{12\lambda^2} + \frac{1}{2\lambda} u_0(\lambda+k)(ka+p) - \frac{1}{2} ka^2 + \lambda u_0^2 - \lambda u_0^2 e^{-x_0/u_0} - u_0 p + \frac{1}{2} k(a-x_0)^2 - px_0 \quad (38)$$

$$\gamma = \frac{1}{2\lambda} u_0(\lambda+k) - x_0 \quad (39)$$

### 4.2.2 计算与分析

以上结果难以直接看出预静载荷变化对临界载荷的影响，为了数值计算方便，取如下计算参数：

(1) 试样为红砂岩，其参数为： $L=0.1\text{ m}$ ， $A=2.5 \times 10^{-3}\text{ m}^2$ ， $u_0=5 \times 10^{-4}\text{ m}$ ， $E=3.4 \times 10^9\text{ Pa}$ ， $\lambda=8.5 \times 10^7\text{ N/m}$ 。

(2) 根据文[37]，试验机的刚度  $k$  要载荷达到一定值时才是常数。由于下节介绍的试验所加载荷较小，采用类比的方法，可取  $k=1 \times 10^9\text{ N/m}$ 。

(3) 试验机的全位移  $a$  为试样破坏时的总位移与试验机的变形之和，如果不考虑试验机的变形，取  $a$  为试样破坏时的总位移。

根据上述原则，由式(34)~(39)可得预加静载荷与理论临界载荷  $P_{cr}$  的关系见表 1。

表 1 静载荷  $p$  与理论临界载荷  $P_{cr}$  的关系  
Table 1 Theoretical critical dynamic loading vs. static loading

静载荷 $p/\text{kN}$	试件数量 /个	位移 $z/(10^{-4}\text{m})$	临界载荷 $P_{cr}/\text{kN}$
0	3	4.11	67.36
5	3	3.71	61.56
10	3	2.76	51.26
15	3	2.02	37.85
静加载	3	5.00	29.69

表 1 中, 静载荷所对应的初始位移  $x_0$  为近似计算数据, 全位移  $a$  为  $x_0$  与动载产生的位移(试验数据) $z$  之和。从表 1 看, 理论临界载荷  $P_{cr}$  随预加静载荷  $p$  的增大而减小。

## 5 试验验证

### 5.1 试验

#### 5.1.1 试件制备

本试验选用完整性和均匀性相对较好的中等强度的红砂岩, 根据常规力学性能测试要求制作标准试件, 即  $50\text{ mm} \times 50\text{ mm} \times 100\text{ mm}$  的长方体。并对试件的两端进行了仔细研磨, 不平行度和不垂直度均小于  $0.02\text{ mm}$ , 达到国际标准的技术要求; 试件表面光滑, 没有明显缺陷。试件的平均体积密度为  $1.94\text{ g/cm}^3$ , 平均单轴抗压强度为  $11.88\text{ MPa}$ 。

#### 5.1.2 试验设备

试验在 Instron1342 型电液伺服材料试验机上进行, 压力传感器的最大载荷为  $\pm 250\text{ kN}$ , 具有模拟控制和计算机控制 2 种控制方式, 除了静态加载外, 还能完成正弦波、三角波和方波等幅信号和随机信号的低周疲劳加载, 进行各种常规力学性能和断裂参数的测试。试验中应用低频疲劳试验控制软件 SAX 来模拟岩石材料的动态应力波加载, 采用江苏省东华测试技术开发有限公司生产的 DH-5932 数据采集记录分析仪以及 DH-3840 可编程应变放大器实行动态数据采集与记录。该系统包括以 A/D 转换器为核心的数据采集记录仪, 以控制、记录和分析为目的的微型计算机以及相应的控制软件和分析软件。可用于各种电压信号的采集、存贮、显示和处理。

#### 5.1.3 试验方法和步骤

所有试件的测试, 均采用连续加载方式由计算机自动控制, 计算机软件的操作在 Windows 98 中文视窗下进行。量测数据实行实时同步连续采样、存贮, 整个过程由计算机自动、完整地记录试件受力与变形的全过程。

本试验采用载荷控制方式。试验步骤如下:

(1) 将试件放在试验机的工作平台上, 上下各放置一块  $50\text{ mm} \times 50\text{ mm} \times 10\text{ mm}$  规格的钢垫片;

(2) 试验参数设置: 加载波形为正弦波, 周期数为 1, 幅值按超过试件的估计强度值设置为  $100\text{ kN}$ ; 这样的设置与疲劳试验有很大的区别, 疲劳试验要求周期数大、幅值小(不能超过试件强度)。然后选择加荷频率( $2\text{ Hz}$ )和数据采样频率, 因为是动态试验, 采样频率为  $5\text{ kHz}$ 。最后设置极限保护以保障设备安全。

(3) 利用微调先在试件上分别施加所要求的静载( $0, 5, 10$  或  $15\text{ kN}$ , 对应的应力为  $0, 2, 4$  或  $6\text{ MPa}$ ), 然后输入动态加载指令, 将试件一次性压坏。

静载应力  $S = 12\text{ MPa}$  的试验结果是另外一种红砂岩试样按上述程序试验所得。

### 5.2 试验结果与理论结果的比较分析

#### 5.2.1 动静组合加载下岩石破坏的应变能密度

把峰值应力前的应变能定义为从动静载荷共同作用时开始至达到岩石峰值载荷时为止这一段时间内损耗的能量, 试验全变形能为峰值应力前的应变能与静载产生的应变能之和。把试验参数、本构模型拟合参数、应变能密度临界值拟合参数及按公式计算的值汇总于表 2。从表 2 可以看出, 理论值与试验值比较接近, 粘性系数  $\eta$  随着静应力的增加而减小。此外, 在计算时发现, 如果不考虑损伤, 按式(15)计算得到的全应变能值偏小。所以, 受一维静载荷作用的岩石在动载作用下的应变能密度计算时, 考虑损伤是必要的。

#### 5.2.2 动静组合加载下岩石破坏的临界载荷随静载荷变化的规律

本文主要是用上述使介质产生中应变率的单调上升动载荷进行的试验对动静组合加载下岩石破坏的临界载荷随静载荷变化的规律进行验证。试验结果见表 3。

将理论临界载荷和试验临界载荷随静载荷变化的规律绘成图 3。

从图 3 看, 理论计算所得临界载荷值与试验所



表 2 在不同静载作用下动静组合加载破岩试验与理论计算的应变能结果

Table 2 Experimental and theoretical strain energy density for the failure of rock samples under uniaxial static-dynamic coupling loading

一维静载应力 S/MPa	平均应变速率 $c/(10^{-6} s^{-1})$	平均应力加载速率 $\dot{\sigma}/(MPa \cdot s^{-1})$	弹性模量 $E_1/GPa$	弹性模量 $E_2/GPa$	概率分布参数 $\alpha/10^{-6}$	概率分布参 数 $m$	粘性系数 $\eta/(MPa \cdot s^{-1})$
0	$2.86 \times 10^4$	187.08	3.40	7.25	5 000	6.0	900
2	$3.50 \times 10^4$	179.43	3.40	5.26	4 200	4.5	200
4	$3.08 \times 10^4$	194.38	3.40	5.23	4 000	5.0	200
6	$2.77 \times 10^4$	216.29	3.40	4.70	3 500	4.5	100
12	$6.31 \times 10^4$	403.18	3.34	4.64	9 500	5.0	10

动静载组合 强度/MPa	峰值应力对应的 应变/ $10^{-6}$	临界损伤 $D_c$	全应变能 $/(10^3 J \cdot m^{-3})^*$	静载产生的应变能 $W_1/(10^3 J \cdot m^{-3})$	试验得到的峰值 应力前的应变能 $W_2/(10^3 J \cdot m^{-3})$	试验全应变 能 $(W_1 + W_2)/$ $(10^3 J \cdot m^{-3})$	式(11)计算得到的理 论全应变能 $/(10^3 J \cdot m^{-3})$
26.940 0	4 114.58	0.06	53.0	0.00	56.0	56.00	52.1
19.020 0	3 708.40	0.30	49.5	0.59	50.0	50.59	49.5
17.300 0	2 757.16	0.24	37.8	2.35	40.0	42.35	38.1
15.140 0	2 024.41	0.42	40.5	5.30	35.2	40.50	41.0
41.527 2	6 502.09	0.75	191.9	21.60	176.0	197.60	206.8

注：\*表示按式(15)计算得到的结果。

表 3 试验结果

Table 3 Experimental results

静载荷 $p/kN$	试件数量/个	位移 $z/(10^{-4} m)$	临界载荷 $P_{cr}/kN$
0	3	4.11	67.36
5	3	3.71	61.56
10	3	2.76	51.26
15	3	2.02	37.85
静加载	3	5.00	29.69

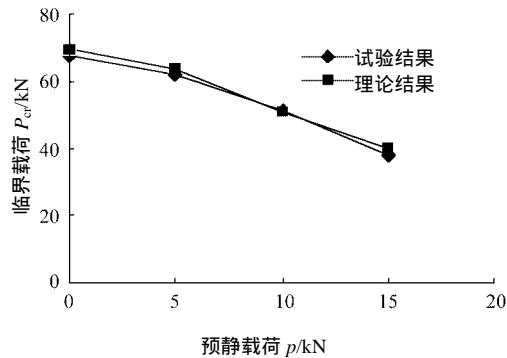


图 3 临界载荷随静载荷变化

Fig.3 Variation of critical dynamic loading and static loading

得临界载荷值比较接近，有着相同的变化趋势，说

明本文建立的一维静加载岩石系统冲击失稳破坏的突变模型是正确的。

### 6 结 语

(1) 在动静组合载荷作用下可以用应变能密度定义岩石的破坏准则。

(2) 岩石破坏的应变能密度的临界值与岩石破坏之前的不可逆变形过程和外界条件有关，而不可逆变形过程主要是由于岩石的非弹性变形、损伤和其他内部耗散机制引起的，并且反映静水压力的体积变形能在某些应力状态条件下的岩石破坏中是不能忽略的。

(3) 提出了用机械模型来反映动静组合加载下岩石单元体弹性的劣化和非弹性变形的产生以及加载速率的影响，并以机械模型为基础，求出了一维动静组合载荷作用下岩石的应变能密度的临界值。

(4) 根据静力预加载结构的冲击屈曲突变模型建立了静加载岩石系统的冲击失稳破坏模型。分析表明，可能发生突变系统的分叉集不仅是由力学系统本身的性质决定的，还与外部载荷作用有关。这与岩石在静载荷作用下失稳破坏的情况是不同的，此时有可能发生突变系统的分叉集仅由力学系统的

本身的性质决定,与外部作用无关。

(5) 采用一维动静组合载荷作用下红砂岩的破坏试验结果,对应变能密度准则和突变理论模型进行了验证。结果表明,理论模型与试验结果有较好的一致性。对于二维和三维动静组合加载下岩石的破坏,由于其内部损伤破坏机制更加复杂,突变理论分析非常麻烦,还有待进一步研究。

### 参考文献(References):

- [1] Jaeger J C, Cook N G W. Fundamentals of Rock Mechanics (Third Edition)[M]. London: Chapman and Hall, 1979.
- [2] 张玉卓. 岩石模糊强度理论及其应用[J]. 煤炭学报, 1994, 19(5): 451-455.(Zhang Yuzhuo. Fuzzy theory of rock strength and its application [J]. Journal of China Coal Society, 1994, 19(5): 451-455.(in Chinese))
- [3] 周筑宝, 卢楚芬. 三轴应力状态下混凝土的一种新强度准则[J]. 固体力学学报, 1999, 20(3): 272-280.(Zhou Zhubao, Lu Chufen. A new strength criterion of plain concrete under triaxial stresses conditions[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1999, 20(3): 272-280.(in Chinese))
- [4] 俞茂宏, 詹月稳, 范文, 等. 20 世纪岩石强度理论的发展——纪念 Mohr-Coulomb 强度理论 100 周年[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(5): 545-550.(Yu Maohong, Zan Yuewen, Fan Wen, et al. Advances in strength theory of rock in 20th century—100 years in memory of the Mohr-Coulomb strength theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(5): 545-550.(in Chinese))
- [5] 林 皋, 王 哲. 可以考虑压应力球量历史影响的混凝土强度准则[J]. 土木工程学报, 2002, 35(5): 1-6.(Lin Gao, Wang Zhe. Strength criterion of concrete considering effects of stress spherical tensor history[J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(5): 1-6.(in Chinese))
- [6] Xie H P, Gao F. The mechanics of cracks and a statistical strength theory for rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, (37): 477-488.
- [7] Aubertin M, Li L, Simon R. A multiaxial stress criterion for short- and long-term strength of isotropic rock media[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, (37): 1169-1193.
- [8] Li Q M. Strain energy density failure criterion[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, (38): 6997-7013.
- [9] Yu M H, Zan Y W, Zhao J, et al. A unified strength criterion for rock material[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, (39): 975-989.
- [10] 李夕兵, 古德生. 岩石冲击动力学[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1994.(Li Xibing, Gu Desheng. Rock Impact Dynamics[M]. Changsha: Central South University of Technology Press, 1994.(in Chinese))
- [11] 李夕兵, 陈寿如, 古德生. 岩石在不同加载波下的动载强度[J]. 中南矿冶学院学报, 1994, 25(3): 301-304. (Li Xibing, Chen Shouru, Gu Desheng. Dynamic strength of rock under impulse loads with different stress waveforms and durations[J]. Journal of Central South Institute of Mining and Metallurgy, 1994, 25(3): 301-304.(in Chinese))
- [12] 鞠庆海, 吴绵拔. 岩石材料三轴压缩动力特性的试验研究[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 73-80.(Ju Qinghai, Wu Mianba. Experimental studies of dynamic characteristic of rocks under triaxial compression[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(3): 73-80.(in Chinese))
- [13] 戚承志, 苗启松, 钱七虎. 考虑强度-应变率依赖性的岩石弹塑性动力模型[J]. 世界地震工程, 2002, 18(3): 52-56.(Qi Chengzhi, Miao Qisong, Qian Qihu. Dynamical model of rocks with consideration of strength-strain rate dependence[J]. World Earthquake Engineering, 2002, 18(3): 52-56.(in Chinese))
- [14] 戚承志, 钱七虎. 岩石等脆性材料动力强度依赖应变率的物理机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 177-181.(Qi Chengzhi, Qian Qihu. Physical mechanism of dependence of material strength on strain rate for rock-like material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(2): 177-181.(in Chinese))
- [15] 宋玉普, 吕培印, 侯景鹏. 有侧压混凝土的变速率劈拉强度试验及其破坏准则研究[J]. 水利学报, 2002, (3): 1-5.(Song Yupu, Lu Peiyan, Hou Jingpeng. Concrete splitting tensile strength and failure criterion for different loading rate and lateral stress[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, (3): 1-5.(in Chinese))
- [16] 李海波, 赵 坚, 李俊如, 等. 花岗岩动三轴抗压强度的裂纹模型研究(I): 理论基础[J]. 岩土力学, 2002, 23(1): 75-80.(Li Haibo, Zhao Jian, Li Junru, et al. Study on dynamic triaxial compressive strength of a granite using sliding crack model(I) theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(1): 75-80.(in Chinese))
- [17] 李海波, 赵 坚, 李廷芥, 等. 花岗岩动三轴抗压强度的裂纹模型研究(II): 应用[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 329-333.(Li Haibo, Zhao Jian, Li Tingjie, et al. Study on dynamic triaxial compressive strength of a granite using sliding crack model(II): application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(3): 329-333.(in Chinese))
- [18] Zhao J. Applicability of Mohr-Coulomb and Hoek-Brown strength criteria to the dynamic strength of brittle rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, (37): 1115-1121.
- [19] Sai S, Sia N N. Dynamic compressive strength of silicon carbide under uniaxial compression[J]. Materials Science and Engineering, 2001, (A317): 140-144.
- [20] Li Q M, Meng H. About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, (40): 343-360.

- [21] Sang H C, Yuji O, Katsuhiko K. Strain-rate dependency of the dynamic tensile strength of rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2003, (40): 763–777.
- [22] 左宇军, 李夕兵, 赵国彦. 受静载荷作用的岩石动态断裂的突变模型[J]. *煤炭学报*, 2004, 29(6): 654–658. (Zuo Yujun, Li Xibing, Zhao Guoyan. A catastrophe model for dynamic fracture of static loaded rock[J]. *Journal of China Coal Society*, 2004, 29(6): 654–658. (in Chinese))
- [23] 左宇军, 李夕兵, 马春德, 等. 动静组合载荷作用下岩石失稳破坏的突变理论模型与试验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(5): 741–746. (Zuo Yujun, Li Xibing, Ma Chunde, et al. Catastrophic model and testing study on failure of static loading rock system under dynamic loading[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(5): 741–746. (in Chinese))
- [24] 左宇军. 动静组合加载下的岩石破坏特性研究[博士学位论文][D]. 长沙: 中南大学, 2005. (Zuo Yujun. Study on failure and fragmentation characteristics of rock under static-dynamic coupling loading [Ph. D. Thesis][D]. Changsha: Central South University, 2005. (in Chinese))
- [25] 刘鸿文. 材料力学(上册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999. (Liu Hongwen. *Mechanics of Materials(I)*[M]. Beijing: High Education Press, 1999. (in Chinese))
- [26] 余熙莹. 对于第四强度理论的修正[J]. *广西大学学报(自然科学版)*, 2002, 27(增): 63–69. (Yu Xiying. The revision of the fourth strength theorem[J]. *Journal of Guangxi University(Natural Science)*, 2002, 27(Supp.): 63–69. (in Chinese))
- [27] 单仁亮, 薛友松, 张倩. 岩石动态破坏的时效损伤本构模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(11): 1771–1776. (Shan Renliang, Xue Yousong, Zhang Qian. Time-dependent damage model of rock under dynamic loading[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(11): 1771–1776. (in Chinese))
- [28] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993. (Tang Chun'an. *Catastrophe in Rock Unstable Failure*[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1993. (in Chinese))
- [29] 江松青, 李永池, 胡秀章, 等. 静力预加载环向加筋圆柱壳的轴向流-固冲击屈曲[J]. *固体力学学报*, 2000, 21(3): 189–197. (Jiang Songqing, Li Yongchi, Hu Xiuzhang, et al. Dynamic buckling of statically preloaded ring stiffened cylindrical shells under axial fluid-solid impact loading[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2000, 21(3): 189–197. (in Chinese))
- [30] Holasut S, Ruiz C. Effect of an impulsive disturbing load on the stability of a statically loaded structure[J]. *Int. J. Impact Eng.*, 1985, 3(1): 57–73.
- [31] Anthony N K. Dynamic buckling of simple two-bar frames using catastrophe theory[J]. *International Journal of Nonlinear Mechanics*. 2002, 37: 1249–1259.
- [32] 王德禹, 杨桂通. 简单弹性结构动力屈曲的突变模型[A]. 见: 现代数学与力学(MMM-4)[C]. 兰州: 兰州大学出版社, 1991. 275–277. (Wang Deyu, Yang Guitong. A catastrophe model for the dynamic buckling of simple elastic structures[A]. In: *Modern Mathematics and Mechanics(MMM-4)*[C]. Lanzhou: Lanzhou University Press, 1991. 275–277. (in Chinese))
- [33] 王德禹, 张善元, 杨桂通. 静力预加载结构冲击屈曲的突变模型[J]. *爆炸与冲击*, 1993, 13(3): 243–248. (Wang Deyu, Zhang Shanyuan, Yang Guitong. A catastrophe model for the impact buckling of static preloading structures[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1993, 13(3): 243–248. (in Chinese))
- [34] 金丰年, 蒋芙蓉, 高小玲. 基于能量耗散定义损伤变量的方法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(12): 1976–1980. (Jin Fengnian, Jiang Meirong, Gao Xiaoling. Defining damage variable based on energy dissipation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(12): 1976–1980. (in Chinese))
- [35] 余寿文, 冯西桥. 损伤力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. (Yu Shouwen, Feng Xiqiao. *Damage Mechanics*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese))
- [36] 杨小林, 王树仁. 岩石爆破损伤断裂的微观机理[J]. *爆炸与冲击*, 2000, 20(3): 247–252. (Yang Xiaolin, Wang Shuren. Meso-mechanism of damage and fracture on rock blasting[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2000, 20(3): 247–252. (in Chinese))
- [37] 徐梓忻, 刘运立. 试验机刚度测试技术[J]. *试验力学*, 1991, 6(2): 216–221. (Xu Zixin, Liu Yunli. An approach for measuring the stiffness of a testing machine[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 1991, 6(2): 216–221. (in Chinese))