

面层与基层间摩擦系数对应力强度因子影响的研究

王金昌¹, 朱向荣^{1,2}

(1. 浙江大学 土木工程系, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江大学 宁波理工学院, 浙江 宁波 315104)

摘要: 开裂为沥青混凝土路面中存在的主要问题。基于线弹性断裂力学理论, 采用 ABAQUS 软件中的平面应变单元法, 分别分析了变温作用下裂缝的长度、面层与基层间摩擦系数对含表面裂缝和含反射沥青混凝土路面的应力强度因子分布规律的影响。得出了含表面裂缝和反射裂缝路面体的应力强度因子均随着裂缝长度的增加逐渐增大。表面裂缝裂尖位于面层中时, 应力强度因子随着摩擦系数的增加而逐渐减小; 裂尖位于基层中时, 应力强度因子随着摩擦系数的增加而逐渐增大。反射裂缝裂尖位于基层中时, 应力强度因子随着摩擦系数的增加而减小; 反射裂缝裂尖位于面层中且长度小于某一值时, 应力强度因子随着摩擦系数的增加而增大; 反射裂缝裂尖位于面层中且裂缝长度大于某一值时, 应力强度因子随着摩擦系数的增加而减小。

关键词: 道路工程; 沥青混凝土路面; 应力强度因子; 有限单元法; 表面裂缝; 反射裂缝; 变温; 摩擦

中图分类号: U 41

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2005)15-2757-08

STUDY ON STRESS INTENSITY FACTOR AFFECTED BY FRICTION COEFFICIENT BETWEEN SURFACE LAYER AND SUBBASE

WANG Jin-chang¹, ZHU Xiang-rong^{1,2}

(1. Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University, Ningbo 315104, China)

Abstract: Cracking is a major problem in the asphalt concrete pavement. Based on the linear fracture mechanics, the distribution discipline of the stress intensity factor (SIF) under the changed temperature is studied by the plane strain FEM of ABAQUS software when the surface cracks or the reflective cracks exist in the asphalt pavement on the semi-rigid base. It is obtained that the SIF increases with the length of the surface crack or the reflective crack enlarging in the asphalt pavement. The SIF decreases with the friction coefficient rising when the surface crack tip lies in the surface layer and increases with the friction coefficient rising when the surface crack tip lies in the base. For the asphalt pavement with reflective crack, the SIF decreases with the friction coefficient rising when the reflective crack tip lies in the base. The SIF increases with the friction coefficient rising when the reflective crack tip lies in the base and the reflective crack length is less than a certain value. The SIF decreases with the friction coefficient rising when the surface crack tip lies in the base and the reflective crack length is more than a certain value.

Key words: highway engineering; asphalt pavement; stress intensity factor; finite element method; surface cracking; reflective cracking; temperature distribution; friction

收稿日期: 2004-05-08; **修回日期:** 2004-07-05

作者简介: 王金昌(1974-), 男, 博士, 1997年毕业于沈阳建筑工程学院道桥专业, 主要从事道路和岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: wjc501@126.com.

1 引言

沥青混凝土作为道路结构体的面层,在世界各地均得到了广泛应用。沥青混凝土路面的主要破坏形式为疲劳开裂和永久变形。疲劳开裂按照影响因素来区分有温度型的、也有荷载型;按照表现形式来区分有表面裂缝和反射裂缝。沥青混凝土面层的开裂程度与基层有直接关系,如在半刚性基层上的沥青混凝土就更容易产生温度型裂缝。而在我国半刚性基层沥青混凝土路面占已建高速公路的 $3/4$ ^[1],目前,这一比例可能更大,对其作进一步研究具有实际意义。很多研究者基于断裂力学理论对含表面裂缝或反射裂缝的沥青混凝土路面进行了分析。将基层中含有横向贯穿裂缝的路面体简化为平面应变模型,以应力强度因子作为表征参量,探讨了车辆荷载对称作用和非对称作用下,基层和面层之间加入软弱层对防止反射裂缝的效果,并得出软弱层可以防止基层中的裂缝向上反射的结论^[2]。基于沥青路面未通车前就产生裂缝的现象,文[3]分析了温度场对路面体的单独作用,通过积分变换和广义解析函数边值理论获得温度场作用下含裂缝路面体的解析解,分析了层间连续时温度场作用下含表面裂缝路面体^[4]和反射裂缝的路面体的工作性状^[5],以应力强度因子作为表征参量探讨了路面结构的优化组合和材料的优化设计,并得出一些有益的结论。分析加筋材料阻止沥青路面反射裂缝扩展的桥联效应时引入界面单元模拟层间接触状态,采用薄膜单元模拟加筋材料,通过分析得出了在面层和基层间置入加筋材料能在不同程度上降低裂尖的应力集中,文中采用层间接触单元的切向刚度表征层间的接触状态,未考虑层间摩擦系数对接触状态的影响^[6,7]。摩擦系数控制着极限摩阻力的大小和层间的滑动状态,考虑摩擦系数的影响后,将会使分析层间接触状态对含裂缝路面工作性状更趋合理。文[8]将沥青混凝土面层简化为一维问题,基层对面层的作用通过摩擦约束来表征,认为一维沥青混凝土面层的材料参数、强度和初始损伤服从随机分布,预测了沥青混凝土面层的开裂并预估了相邻横向裂缝的间距,与实际观测成果符合较好。文[9]将沥青混凝土面层简化为一维模型,沥青混凝土面层与基层之间性能采用弹性库化摩擦接触模型模拟,预测了沥青混凝土的横向开裂间距,并与实测进行了对比,分析过程中考虑了沥青混凝土面层的自重。但对含裂

缝的沥青混凝土路面进行二维分析,探讨层间摩擦系数对含裂缝路面影响分析未见相关报道。本文的计算分析是通过浙江大学宁波理工学院购置的ABAQUS 正版软件完成的。

2 基本理论

2.1 I型应力强度因子 K_I 的确定

实际工程问题很难获得应力强度因子解析解,所以一般都采用有限元法进行数值计算。本文分析路表变温对含裂缝道路结构体作用时,因计算模型和温度场分布的对称性,故裂尖附近的应力场和位移场由I型应力强度因子控制。沿行车方向切取模型并简化为平面应变模型,其应力强度因子可由裂尖奇异单元的节点位移唯一确定,如下式所示:

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi E} v}{4(1-\mu^2)\sqrt{r}} \quad (1)$$

式中: E 为沥青混凝土的回弹模量; μ 为沥青混凝土的泊松比; v 为裂缝面张开的位移; r 为裂尖局部坐标系的径向坐标,具体参见文[10]。

2.2 接触单元

为了模拟面层和基层摩擦作用以及面层基层间的脱离现象,需在面层和基层间引入接触单元。本文采用三节点接触单元模拟道路结构面层与基层的接触效应。

接触问题是一个高度非线性行为,处理接触问题时需要解决2个问题:(1)确定接触区域以及接触面间的接触状态;(2)接触面的接触行为本构模型。

本论文采用的三节点接触单元可以用来模拟点面和面面的接触状态,点面接触单元由目标面和接触面构成。使用这类接触单元,不需要预先确切知道目标面和接触面的接触位置,接触面之间也不需要保持一致的网格,并且允许有大的变形和大的相对滑动。

三节点接触单元(如图1所示), $I-J$ 为目标面,由两节点构成,接触面通过节点 N 来表达,在外荷载作用下,节点 N 相对于 $I-J$ 目标面发生相对滑动,节点 N 移动过程中就会与不同的目标面发生脱离和接触,从而能够模拟相邻接触面间的相对滑动。

接触单元的本构模型采用塑库仑摩擦模型,接触面上的剪切应力和法向应力关系如图2所示,剪切应力与法向应力的函数关系为

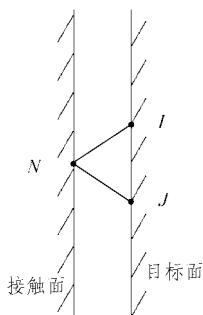


图 1 三节点接触单元图

Fig.1 Contact element of three nodes

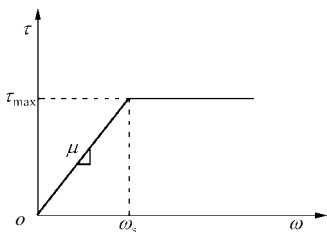


图 2 弹塑性库仑摩擦模型图

Fig.2 Elastoplastic and plastic Coulomb friction model

$$\left. \begin{aligned} \tau &= K_s \omega & (\omega < \omega_s) \\ \tau &= \mu p & (\omega \geq \omega_s) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： τ 为剪切应力， p 为法向应力， K_s 为剪切刚度， ω 为接触面间的相对位移， μ 为接触面间的摩擦系数， ω_s 为弹性极限相对位移。从图 2 中可以看出，剪应力的发挥与摩擦系数和法向应力相关，所以对实际结构进行分析时，要考虑初始应力场对法向应力的影响。

在 ABAQUS^[11]和 ANSYS^[12]有限元软件中均提供了三节点接触单元，接触单元的法向刚度取值过大，会产生收敛困难，法向刚度过小会使目标面和接触产生过大切入，该值可显示定义也可以由接触面材料参数和单元尺寸确定，切向刚度取法向刚度的 1/100。

3 分析模型的简化及温度场的确定

3.1 分析模型的简化

分析模型包括表面裂缝和反射裂缝道路结构模型，本文分析的模型不论是表面裂缝还是反射裂缝其均贯穿于路面结构体的横向。沿行车方向取一个平面模型(图 3 和 4 所示)作为计算模型。该计算模型的结构参数与材料参数如表 1 所示。



图 3 表面裂缝结构模型图

Fig.3 Sketch of surface crack

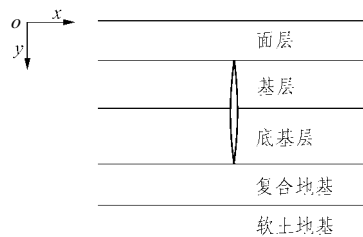


图 4 反射裂缝结构模型图

Fig.4 Sketch of reflective crack

表 1 典型沥青路面结构参数和材料参数表

Table 1 Structure and material parameters of asphalt pavement

土层	厚度 h/m	弹性 模量 E/MPa	泊松 比 μ	质量密度 ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	粘聚 力 c/kPa	内摩 擦角 $\phi/(\circ)$	线膨胀 系数 ($10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
面层	0.12	1 200	0.25	2 400			22.80
基层	0.30	900	0.30	2 200			9.87
底基层	0.34	450	0.30	2 100			0.50
复合地基	2.00	50	0.35	2 000	20	35	0.50
软土地基	∞	10	0.40	1 850	5	5	50.00

模型的底部为铰约束，两侧为 x 向链杆约束。
基本假定：

- (1) 面层和基层间性能为库仑摩擦接触，其他各结构层层间紧密连接(位移连续)；
- (2) 面层和基层材料是线弹性的，复合地基和软土地基均为弹塑性体，遵循 Drucker-Prager 屈服准则、服从相关联流动法则(Drucker-Prager 模型参见文[13])；
- (3) 计算模型简化为平面应变模型。

裂尖附近区域带有奇异单元的网格划分图，如图 5 和 6 所示。

3.2 温度场的确定

路表发生某一变温，变温沿深度方向的衰减采用指数函数^[3]：

$$\Delta T(y) = P_i \exp[-b_i(y - h_i)] \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3)$$

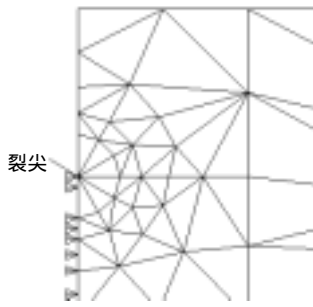


图 5 表面裂缝裂尖奇异单元网格划分图

Fig.5 Mesh with singular element near the crack tip of surface crack

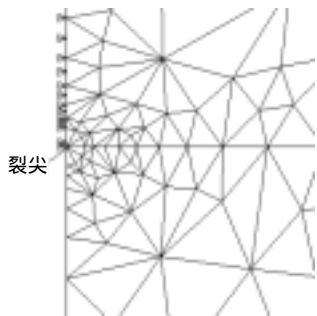


图 6 反射裂缝裂尖奇异单元网格划分图

Fig.6 Mesh with singular element near the crack tip of reflective crack

式中： P_i 为路面结构第*i*层表面的变温； h_i 为第*i*层表面的*y*坐标值(图 3)； b_i 为控制温差随深度变化速度的因子，一般取 $b_1 = 5$ ，其他 $b_{i+1} = b_i - 1$ 。且有

$$P_{i+1} = P_i \exp(-b_i g_i) \quad (4)$$

式中： g_i 为第*i*层的厚度。由于指数函数的衰减速度比较快，所以假设第 4 层以下温度场为常数，采用第 4 层层底的温度。

4 计算结果及分析

基准温度是指整个道路结构体的初始温度。道路结构体的温度应力是由其终了温度相对于基准温度的变温产生的。本节探讨初始裂缝长度和面层与基层层间不同的接触状态对道路结构体工作状况的影响，是通过 I 型应力强度因子 K_I 来表征的。不考虑温度对沥青混凝土劲度模量的影响，沥青混凝土的弹性模量取为 1 200 MPa(见表 1)，基准温度为 0，路表发生 -10 降温。进行变温数值模拟分析之前，首先计算了自重产生初始应力场，然后再计算变温产生的效应。

根据断裂力学理论^[14]可知，在图 7 所示坐标系

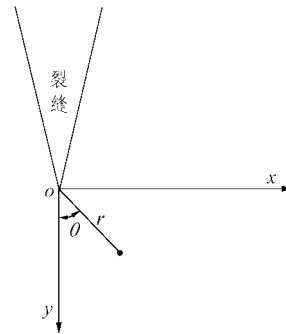


图 7 裂尖局部坐标示意图

Fig.7 Local coordinate near the crack tip

下，由应力强度因子控制的裂尖应力方程为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由式(5)可知，裂尖的 3 个应力分量具有 $r^{-1/2}$ 奇异性，对于裂尖附近某一确定点，3 个应力分量由应力强度因子唯一确定。图 8 为任意径向距离时，无量纲化的正应力随 θ 变化曲线图；图 9 为任意径向距离时，无量纲化剪应力随 θ 变化曲线图；图 10 为 $\theta = 0$ 时裂尖附近正应力沿径向衰减曲线图，衰减速度很快。由图 8~10，连同式(5)可知，I 型应力强度因子确定以后，可得出裂尖附近任意点的应力分布，裂尖附近的高应力梯度场沿径向衰减很快，不过应力强度因子只控制裂尖附近一定区域，外围区域要通过有限元计算给出。

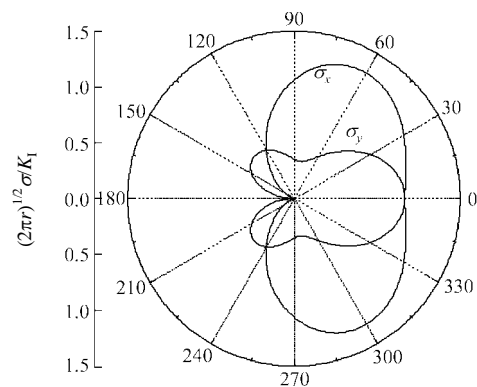


图 8 裂尖附近正应力分布图

Fig.8 Distribution of normal stresses near the crack tip

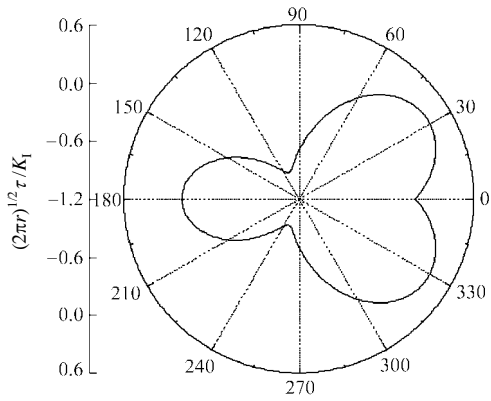


图 9 裂尖附近剪应力分布图

Fig.9 Distribution of shear stresses near the crack tip

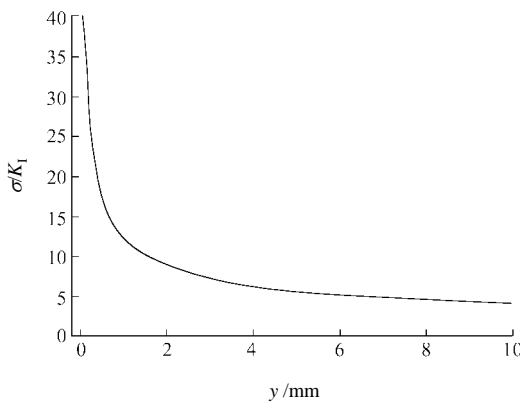


图 10 正应力沿径向分布图

Fig.10 Distribution of normal stresses along radial direction

4.1 表面裂缝计算结果及分析

图 11 给出了面层、基层间不同的摩擦系数和不同的初始表面裂缝长度时的应力强度因子分布(a 表示表面裂缝的长度, h_1 为面层的厚度), 从图 11 可知: (1) 相同表面裂缝长度时, 随着面层与基层界面摩擦系数的增加, 应力强度因子逐渐减小, 这是由于随着摩擦系数的增加, 部分抑制了面层翘曲和脱离, 使裂缝面张开的位移逐渐减小, 应力强度因子相应减小; (2) 随着裂缝长度的增加, 应力强度因子逐渐增大, 同时摩擦系数对应力强度因子的影响越来越明显, 这是由于表面裂缝的裂尖越接近面层与基层的层间, 裂缝自由约束面越大, 层间的脱离和滑动区域范围增加导致裂缝面的横向张开位移越大, 从而应力强度因子越大。

图 12 给出了表面裂缝的裂尖进入到基层中时表面裂缝长度、界面摩擦系数影响下的应力强度因子分布图。从图 12 可以看出, 应力强度因子随着裂尖进入到基层深度和界面摩擦系数的增加而增加, 层

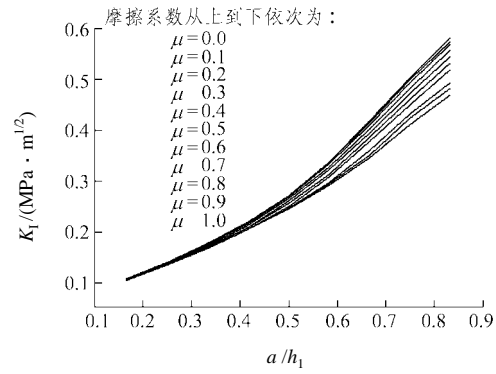


图 11 表面裂缝的应力强度因子分布图(裂尖于面层)

Fig.11 Distribution of the SIF of the surface crack(crack tip lying in surface layer)

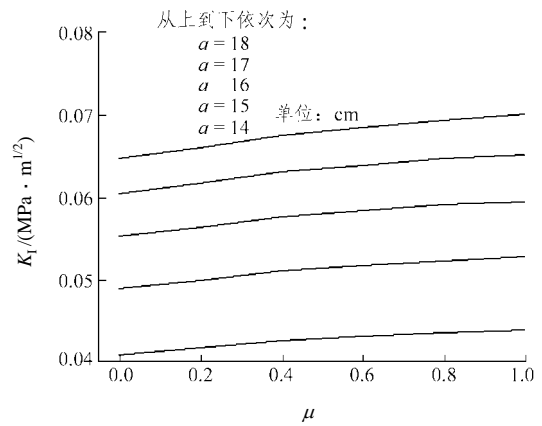
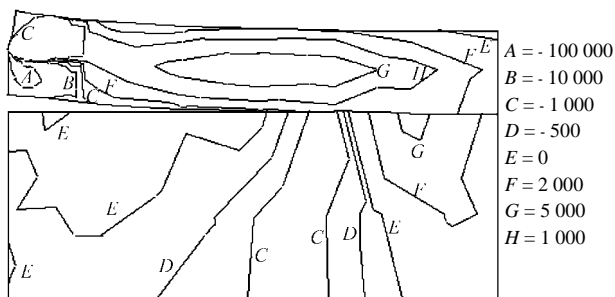


图 12 表面裂缝对应力强度因子分布图(裂尖于基层)

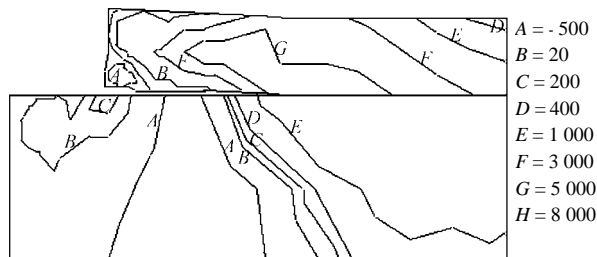
Fig.12 Distribution of the SIF of the surface crack(crack tip lying in subbase)

间摩擦系数增加更有利于面层带动基层的变形, 所以产生应力强度因子随着摩擦系数增加而增大的现象。但比图 11 中的应力强度因子小一个数量级, 这是由于: 其一是靠近裂缝面面层与基层相交的界面因翘曲发生的脱离(见裂尖局部变形图 13 所示)弱化了该区域面层对基层的带动作用; 其二是变温沿深度衰减很快从而基层自身变形相对小些。图 13(a) 给出了表面裂缝沿深度方向的长度为面层厚度的一半时, 由路表变温产生的 -10 降温产生的局部翘曲变形应力图, 从图中可以看出, 靠近裂缝面处, 面层和基层之间发生了脱离。

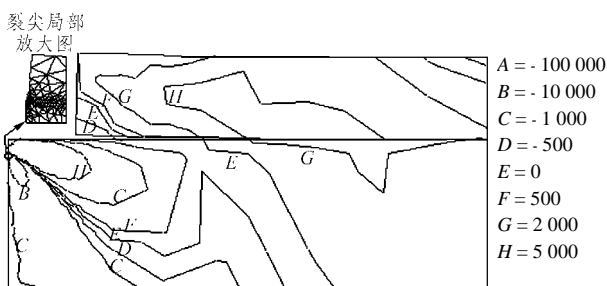
从图 13 的剪切应力分布图可知, 因面层与基层材料参数的差异及层间的分离使得面层与基层在层间交界面处剪应力不连续。因距裂尖最近的层间接触点距裂尖已有一定距离, 使得裂尖奇异性对该点剪应力影响不是很大。从图 13(b)和(c)可以明显看出面层收缩产生的正剪切应力通过层间摩擦力传递到基层中。因图 13(a)面层的一半被约束住, 这种因剪



(a) 裂尖处于面层厚度的 1/2 处



(b) 裂尖处于面层与基层层间



(c) 基层中裂缝长度为 2 cm

注：摩擦系数均取为 0.4

图 13 表面裂缝附近层间剪应力变形图(单位：Pa)

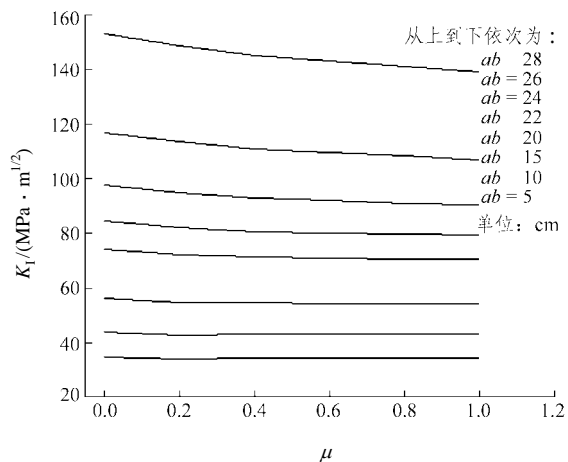
Fig.13 Shear stress and deformation between surface and subbase near the surface crack(unit：Pa)

应力的带动效应并不是很明显。

因裂尖应力奇异性的影响，导致图 13(a)和(c)的极值应力均发生在裂尖附近。裂尖附近应力由“K”场控制，具体可由式(5)给出。

4.2 反射裂缝计算结果及分析

初始反射裂缝长度贯穿于基层中，图 14 给出了裂尖位于基层中时，反射裂缝长度和摩擦系数变化时应力强度因子分布规律，从图 14 可以看出，随着裂尖的深入(反射裂缝长度的增加)，应力强度因子逐渐增大，这点很容易理解；随着层间摩擦系数的增加应力强度因子逐渐减小，而且越接近面层与基层层间，层间摩擦系数的增加导致应力强度因子衰减越明显，这是由于越向路表降温幅度越大，反射裂缝自由面收缩使靠近面层与基层相交面靠近裂缝



注：ab 为裂尖进入基层的深度

图 14 反射裂缝的应力强度因子分布图(裂尖于基层)
Fig.14 Distribution of the SIF of the reflective crack(the crack tip lying in the subbase)

面处的脱离区域逐渐增大，摩擦系数产生的抑制作用随着脱离区域的增大而越趋明显。从图 15 不同反射裂缝长度(摩擦系数相同，取值为 0.4)的局部变形图，从图中可以看出，随着反射裂缝裂尖向面层与基层交界面的靠近，面层与基层的最大竖向张开位移逐渐增大，但当裂尖处于面层与基层的交界面处时，因裂尖无约束，使得靠近交界面处的基层反射裂缝面产生较大的横向位移，裂尖的奇异性消失。

图 16 给出了反射裂缝尖端位于面层不同深度时的应力强度因子分布规律。从图 16 可以清楚看出，裂尖进入面层的深度小于某一值时，应力强度因子随着层间摩擦系数的增加而增大；大于某一值时，应力强度因子反而随着摩擦系数的增加而减小。这点可以从图 15(a) ~ (c)的裂尖附近局部变形图得到理解，在反射裂缝进入面层深度不深时，面层大部分被约束住，路表变温使基层在界面处产生的横向收缩大于面层产生的横向收缩，摩擦系数的增大带动了面层的横向收缩，所以随着摩擦系数的增加，使裂尖裂缝面的横向变形增大，应力强度因子增大。但当反射裂缝长度大于某一值时，面层在界面处的横向收缩变形值大于基层在界面处的横向收缩变形值，摩擦系数的增大抑制了裂尖裂缝面的横向变形(见裂尖局部变形图 15(e) ~ (f))，所以随着摩擦系数的增加，应力强度因子反而减小。

从图 15(d)裂尖处于面层与基层层间时的变形图可知，面层与基层间发生脱离使裂尖的奇异性消失。

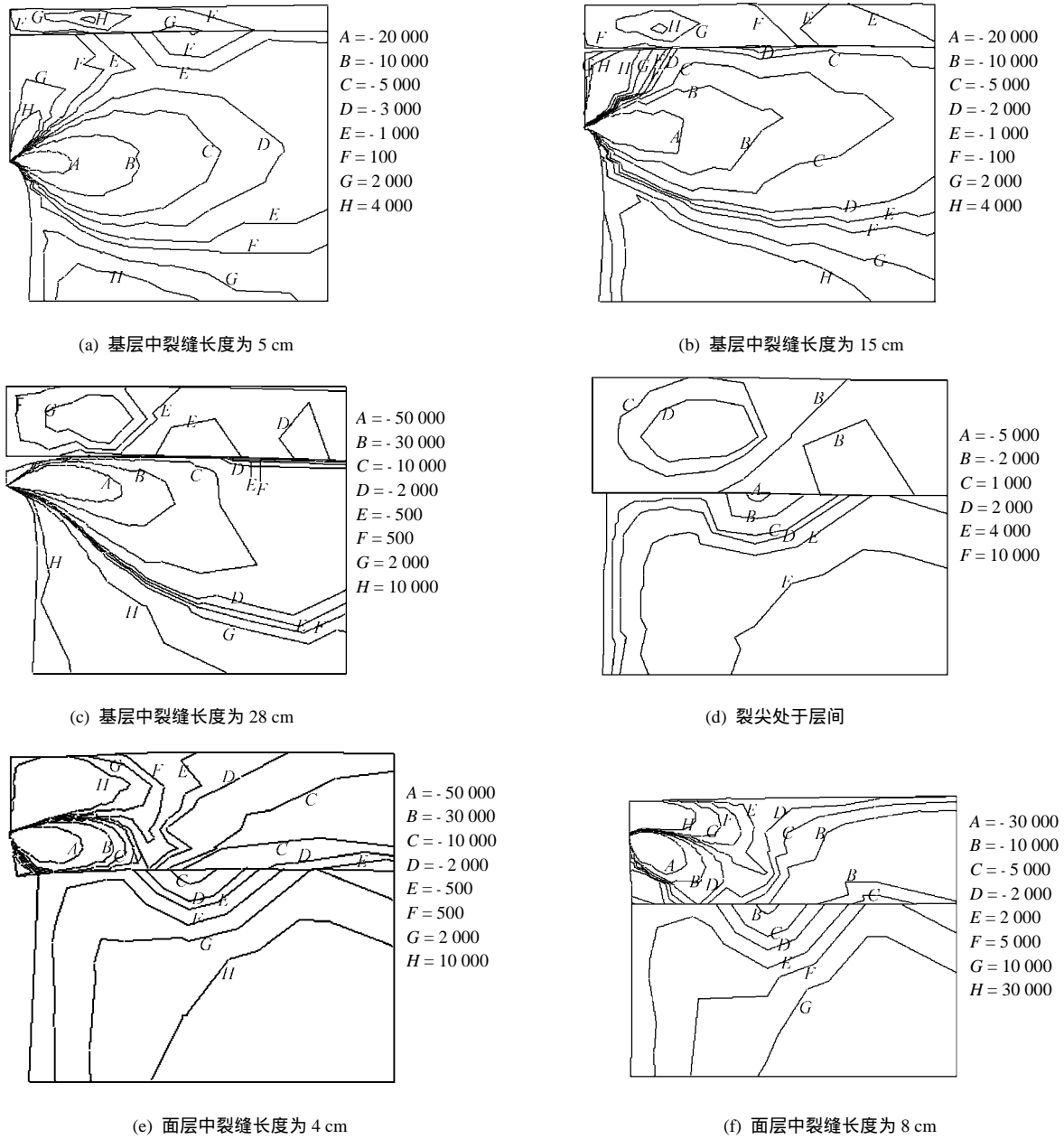


图 15 不同反射裂缝长度时裂尖附近层间剪应力变形图(单位 : Pa)

Fig.15 Shear stress and deformation between surface and subbase near the surface crack when the reflective crack length changing(unit : Pa)

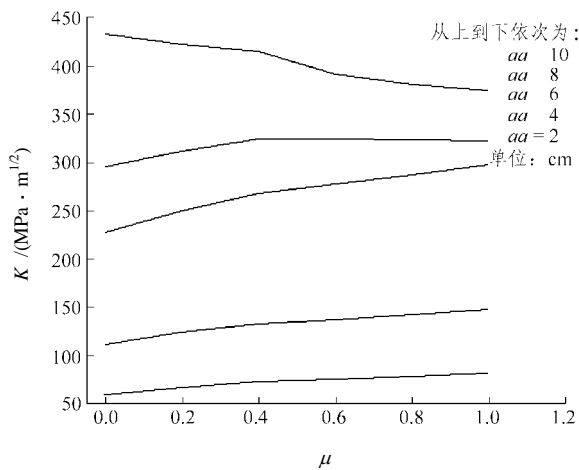
从图 15 给出靠近裂缝面层间剪应力分布图可知,面层与基层的剪应力等值线不连续,一方面是由于面层与基层的材料参数不同,另一方面是因面层与基层层间应力是靠摩擦传递的。在路表变温作用下面层与基层产生相互脱离。因裂尖应力奇异性的影响,导致图 15(a)~(c)剪应力的极值均发生在裂尖附近,实际上裂尖附近应力要远大于图中给出的剪力值,裂尖近区剪应力可由式(5)确定,图 15(a)~(c)中未示出。因裂缝面的自由变形使裂缝面附近的基层与面层脱离导致层间剪应力重分布在图中并不能反应出来,这是因为裂尖上方的面层和基层被约

束住。但图 15(d)~(f)所给出的裂尖位于面层中时剪应力分布图可以清楚看出,因基层相对于面层产生 x 坐标轴正方向相对位移使层间产生负剪应力分布。

5 结 语

本文探讨了变温对含有表面裂缝和反射裂缝的沥青混凝土路面作用,通过对表面裂缝沥青混凝土路面的分析可得出:

- (1) 随着表面裂缝长度增加应力强度因子逐渐



注：aa 为裂尖进入面层的深度

图 16 反射裂缝对应力强度因子分布图(裂尖于面层)

Fig.16 Distribution of the SIF of the reflective crack(the crack tip lying in the surface layer)

增大；(2) 表面裂缝裂尖处于面层中时，应力强度因子随着层间摩擦系数的增加而减小；(3) 表面裂缝裂尖处于基层中时，应力强度因子随着层间摩擦系数的增加而增大；但比裂尖处于面层中的应力强度因子小一个数量级。

通过对含反射裂缝沥青混凝土路面的分析可得出：

(1) 随着裂尖的深入(反射裂缝长度的增加)，应力强度因子逐渐增大；(2) 裂尖位于基层中时，随着层间摩擦系数的增加应力强度因子逐渐减小，而且越接近面层与基层的层间，摩擦系数对应力强度因子的影响越大；(3) 在反射裂缝进入面层的深度小于某一值时，应力强度因子随着层间摩擦系数的增加而增大；大于某一值时，应力强度因子反而随着摩擦系数的增加而减小。

无论是表面裂缝还是反射裂缝，当裂尖位于层间时，面层与基层在层间处发生脱离，裂尖的奇异性消失。

参考文献(References)：

[1] 沙庆林. 中国路面技术的发展和现状[J]. 国外公路, 1998, 18(2) : 1-8.(Sha Qinglin. Development and present research of the pavement technique in China[J]. Journal of Foreign Highway, 1998, 18(2) : 1-8.(in Chinese))

[2] 郑健龙,张起森. 半刚性路面反射裂缝及其应力强度因子的有限元分析[J]. 岩土工程学报,1990,12(3) 22-31.(Zheng Jianlong ,Zhang Qisen. Finite element analysis of reflection crack and stress intensity factors in half rigid pavements[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(3) : 22-31.(in Chinese))

[3] 吴赣昌. 半刚性路面的温度应力分析[M]. 北京：科学出版社，1995.(Wu Ganchang. Temperature Stress Analysis of Pavement on the Semi-rigid Road Base[M]. Beijing : Science Press , 1995.(in Chinese))

[4] 吴赣昌, 张淦生. 沥青路面温缩的应力强度分析[J]. 中国公路学报, 1996, 1(3) : 37-44.(Wu Ganchang , Zhang Gansheng. Thermal stress intensity factor analysis for asphalt concrete pavement[J]. China Journal of Highway and Transport, 1996, 1(3) : 37-44. (in Chinese))

[5] 吴赣昌, 凌天清. 半刚性基层温缩裂缝的扩展机理分析[J]. 中国公路学报, 1998, 11(1) : 21-28.(Wu Ganchang , Ling Tianqing. The analysis of developing mechanism of thermal crack of the semi-rigid road base[J]. China Journal of Highway and Transport, 1998, 11(1) : 21-28.(in Chinese))

[6] 郑健龙, 周志刚, 张起森. 加筋材料阻止沥青路面反射裂缝的桥联增韧的有限元分析[J]. 土木工程学报, 2000, 33(1) : 93-99.(Zheng Jianlong , Zhou Zhigang , Zhang Qisen. Bridge-toughening analysis of reinforcement materials preventing bituminous surface from reflection crack by FEM[J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(1) : 93-99.(in Chinese))

[7] 郑健龙, 周志刚, 张起森. 沥青路面抗裂——设计理论与方法[M]. 北京：人民交通出版社，2003.(Zheng Jianlong ,Zhou Zhigang ,Zhang Qisen. Design Theory and Method Resisting to Fracture on Asphalt Concrete[M]. Beijing : China Communications Press , 2003.(in Chinese))

[8] Shen W X. Distributed thermal cracking of AC pavement with frictional constraint[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(5) : 554-560.

[9] Timm D H. A phenomenological model to predict thermal crack spacing of asphalt pavements[Ph. D. Thesis][D]. Minnesota : University of Minnesota , 2001.

[10] 王金昌, 朱向荣, 叶俊能, 等. 动荷载作用下含裂缝公路结构体的应力强度因子[J]. 振动工程学报, 2003, 16(1) : 114-118.(Wang Jinchang ,Zhu Xiangrong ,Ye Junneng ,et al. SIF of the pavement with cracks under dynamic loading[J]. Journal Vibration Engineering , 2003, 16(1) : 114-118.(in Chinese))

[11] Hibbitt ,Karlsson ,Sorensen ,Inc.. ABAQUS/Standard User's Manual ; ABAQUS/CAE User's Manual ; ABAQUS Keywords Manual ; ABAQUSQUS Theory Manual[M]. America : Hibbitt , Karlsson , Sorensen , 2002.

[12] 王国强. 实用数值模拟技术及其在 ANSYS 上的实践[M]. 西安：西北工业大学出版社，2000.(Wang Guoqing. Practical Numerical Simulation Technique and Its Application in the ANSYS Software[M]. Xi'an : Northwestern Polytechnical University Press , 2000. (in Chinese))

[13] 王金昌. 广义荷载作用下道路与软基共同作用研究[博士学位论文][D]. 杭州：浙江大学，2003.(Wang Jinchang. Analysis of the pavement structure and soft clay ground interaction under generalized load[Ph.D. Thesis][D]. Hangzhou : Zhejiang University , 2003.(in Chinese))

[14] 范天佑. 断裂力学理论基础[M]. 北京：科学出版社，2003.(Fan Tianyou. Foundation of Fracture Mechanics Theory[M]. Beijing : Science Press , 2003.(in Chinese))