

脆性岩石破坏的演化细胞自动机(ECA)研究

王士民^{1,2}, 冯夏庭^{1,2}, 王泳嘉¹, 周辉²

(1. 东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110004;

2. 中国科学院 岩土力学重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 演化细胞自动机模型是以细胞自动机方法的基本理论为基础, 结合岩石力学的基本原理提出的。演化细胞自动机模型认为脆性岩石的应力-应变关系在微观上符合理想线弹脆性本构关系, 在宏观上则认为脆性岩石材料是一种非均质的材料, 并假定脆性岩石材料的非均质性符合 Weibull 分布。演化细胞自动机模型突破以往细胞自动机只有一类细胞的限制, 采用包含节点细胞和三角形细胞在内的两类细胞的邻居模型。该方法以位移、力、应力和应变等矢量和张量作为系统的基本变量, 将张量和纯量定义在三角形细胞中, 而将矢量定义在节点细胞上, 两类细胞共同形成细胞空间。在演化细胞自动机系统中, 两类细胞互为邻居, 依据模型所建立的局部作用规则进行演化, 并且按照以修正的莫尔-库仑准则为依据建立的破坏演化规则进行破坏演化, 分别考虑了由拉伸和剪切两种原因所引起的破坏情况, 进而实现对脆性岩石材料加载及破坏过程的模拟。

关键词: 岩石力学; 脆性岩石; 演化细胞自动机; 邻居模型; 莫尔-库仑准则

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2005)15-2634-06

STUDY ON EVOLVING CELLULAR AUTOMATA(ECA) TO MODEL CRACK OF BRITTLE ROCK

WANG Shi-min^{1,2}, FENG Xia-ting^{1,2}, WANG Yong-jia¹, ZHOU Hui²

(1. School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Key Lab of Rock and Soil Mechanics, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Based on the theory of cellular automata, evolving cellular automata(ECA) model is set up considering the fundamental of rock mechanics. In the ECA model, the strain-stress relations of the brittle rock are considered to agree with the perfect elastic constitutive law in meso-cosmic view, but in the macroscopically view, the brittle rock is a kind of nonhomogeneous material and its nonhomogeneous distribution is assumed as Weibull distribution. Breaking out the limit that the CA model only consists of one kind of cell, a neighborhood model with two kinds of cells is brought forward in the ECA model. There in, one is the node cell and the other is triangular cell. Displacement, force, stress and strain are taken as basic variables of the system. The tensor and scalar are defined at the triangular cell and the vector at the node cell. In the ECA system, the triangular cell and the node cell are taken as neighborhoods with each other and evolved according to the local international rules. The tensile failure and shear fracture are taken into account by the triangular cell's evolving followed the failure rules which are on the basis of the modified Mohr-Coulomb criteria. According to the above-mentioned method, the simulation of the loading and failure process are carried into execution.

Key words: rock mechanics; brittle rock; evolving cellular automata; neighborhood model; Mohr-Coulomb criteria

收稿日期: 2004-05-09; **修回日期:** 2004-07-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50179034); 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412708)

作者简介: 王士民(1978-), 男, 2004年于东北大学采矿工程专业获硕士学位, 主要从事智能岩石力学与岩土工程方面的研究工作。E-mail: neumining@163.com.

1 引言

细胞自动机(cellular automata, CA)也叫方块自动机(tessellation),由文[1]在 20 世纪 60 年代初首次提出的。文[2]编制了一个生命游戏程序,使得细胞自动机理论得到进一步发展。细胞自动机是一个简化的离散动力学系统,它能表示出由系统各组成部分间的合作效应所引起的系统十分复杂的特性,其最初的设想是用以模拟生物系统的某些自组织现象。从结构上看,细胞自动机是一个五元组,它有 5 个基本组成部分:细胞、细胞空间、邻居、细胞状态和演化规则。应用细胞自动机建立实际系统模型的主要内容就是确立和构建了细胞自动机关于 5 个组成部分,其中的关键是细胞状态空间和演化规则^[1,2]。

近年来,细胞自动机方法被引入到了岩石力学中,用于研究岩石的破裂及失稳问题。采用细胞自动机理论进行岩石破裂过程尤其是缺陷(裂纹、节理、断层等)扩展的研究,可以动态地模拟岩石破裂过程,对于揭开岩石失稳问题的机理具有重要的理论和现实意义。文[3~6]基于能量守恒定律和广义能量传递规则首次建立了模拟岩体非线性破坏演化过程的物理细胞自动机模型(PCA),然而,这种方法以能量这一标量作为系统的基本变量,在本质上属于一种标量形式的细胞自动机方法,只能反映细胞间能量的相互传递、自组织平衡、耗散和守恒关系,而不能反映应力、应变和位移等矢量场的变化。因此,本文在前人研究的基础上,考虑上述矢量场的变化及相关的问题,建立了演化细胞自动机(evolutionary cellular automata, ECA),以期能更有效地

模拟岩石破坏的实际物理力学过程。

2 演化细胞自动机(ECA)模型的建立

结合岩石力学的基本原理和细胞自动机的基本理论,以位移、力、应力和应变等矢量为系统的基本变量,建立了一种含有 2 种细胞的演化细胞自动机模型。

2.1 细胞的组成

将岩石试件划分成一定数目的两类细胞:一类为三角形细胞,其状态变量为三角形细胞内的应力和应变;一类为节点细胞,其状态变量为节点细胞上的位移和力。两种细胞相互连接起来,共同形成细胞空间。

2.2 细胞的邻居的界定

在以往的细胞自动机理论中,比较经典的细胞邻居模型包括冯·诺伊曼(Von·Neumann)型、摩尔(Moore)型和扩展的摩尔型^[7],这 3 种邻居模型有一个共同的特点,即每种模型中只包括一类细胞和细胞邻居(如图 1 所示)。本文根据计算的需要,在一个模型中同时包含了两类细胞,两类细胞互为邻居共同构成整个系统的邻居结构(如图 2(a)所示)。具体定义如下:对于任意一个三角形细胞,它的邻居细胞是位于该三角形细胞的顶点位置的 3 个节点细胞(0, 1, 2)(如图 2(b)所示);而对于任意一个节点细胞,它的邻居细胞是包含该节点细胞的 6 个三角形细胞(0, 1, 2, 3, 4, 5)(如图 2(c)所示),对于边界处的节点细胞,根据实际情况,分别有 1, 2 和 4 个邻居三角形细胞。

2.3 细胞的力学模型演化规则的建立

细胞自动机的演化规则是细胞自动机系统演化

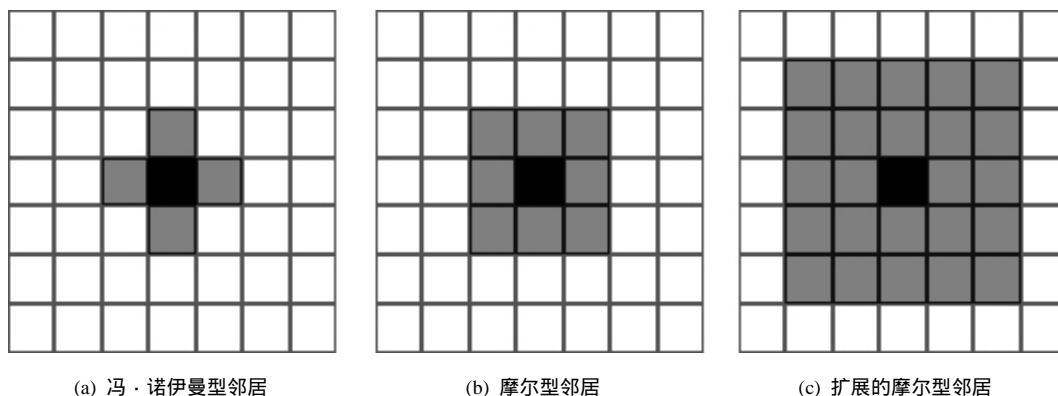


图 1 细胞自动机经典邻居模型

Fig.1 Classical neighborhood model in cellular automata

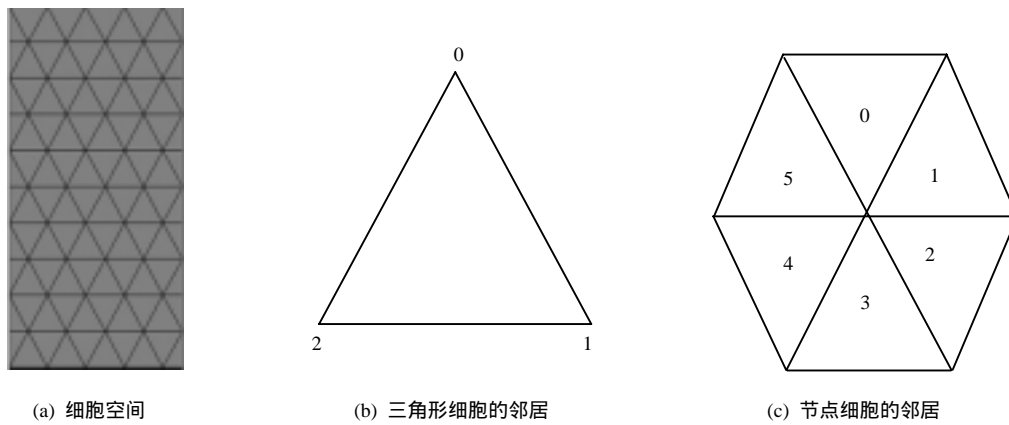


图 2 演化细胞自动机邻居模型
Fig.2 Neighborhood model of ECA

的基本依据，它是由一系列的子规则构成，每一个子规则都定义了一个细胞从上一时刻到下一时刻细胞状态改变的映射关系。在本文模型中的演化规则具体如下所述：

(1) 对于任意三角形细胞 i ，其邻居是与它相邻的节点细胞，因此，其状态变量应力在下一时刻的状态由其邻居节点细胞的位移共同决定，即

$$\sigma_i^{t+1} = f_1(\sigma_i^t, u_{ij}^t) \quad (j=0, 1, 2, 3, 4, 5) \quad (1)$$

式中： σ_i^{t+1} 为三角形细胞 i 在 $(t+1)$ 时刻的应力状态， σ_i^t 为三角形细胞 i 在 t 时刻的应力状态， u_{ij}^t 为三角形细胞 i 的第 j 个邻居节点细胞在 t 时刻的位移状态。

(2) 对于任意节点细胞 i ，其邻居是与它相邻的三角形细胞，因此，它的状态变量位移在下一时刻的状态由其邻居三角形细胞的应力和系统外力共同决定，即

$$u_i^{t+1} = f_2(u_i^t, \sigma_{ij}^t, F) \quad (j=0, 1, 2) \quad (2)$$

式中： u_i^{t+1} 为节点细胞 i 在 $(t+1)$ 时刻的位移状态， u_i^t 为节点细胞在 t 时刻的位移状态， σ_{ij}^t 为节点细胞 i 的第 j 个邻居三角形细胞在 t 时刻的应力状态， F 为系统外力。

(3) 在模拟过程中，当系统演化达到平衡以后，要对三角形细胞的应力状态进行破坏判断，因而建立三角形细胞破坏演化规则，具体规则表述如下：

如果 $f_3(\sigma_i, c, \varphi, \tau_c) = 0$ (σ_i 为系统平衡以后三角形细胞的应力状态， c 为三角形细胞的粘聚力， φ 为三角形细胞的内摩擦角； τ_c 为三角形细胞的抗拉强度)，则三角形细胞死亡，应力为

$$\sigma_i = 0 \quad (3)$$

规则(1)~(3)的具体定义可以根据实际问题的不同而不同。在本文模型中，由于考虑的脆性岩石的破坏问题是属于含有材料非线性因素的弹性问题，并且假设岩石的弹性模量和抗拉强度均符合 Weibull 分布^[8-10]，本构关系为线弹性，根据有限差分法的思想，建立如下演化规则：

$$u_{(x,y)} = \frac{1}{A}(u_0 A_0 + u_1 A_1 + u_2 A_2) \quad (4)$$

式中： A 为三角形细胞的面积； A_0 、 A_1 和 A_2 分别为三角形细胞三个子区域的面积(如图 3 所示)； u_0 、 u_1 和 u_2 分别三角形细胞 3 个邻居节点细胞的位移。

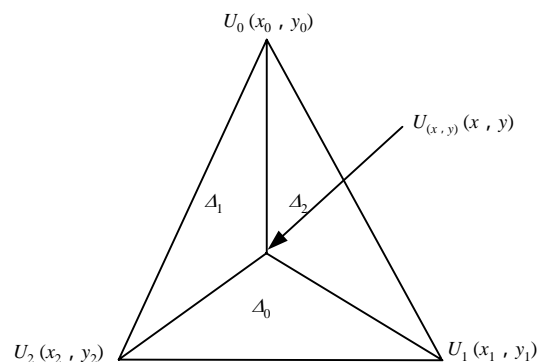


图 3 计算三角形细胞位移示意图

Fig.3 Sketch map of calculating the displacement of triangle cell

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} [u_x \quad u_y] \quad (5)$$

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{(1-\mu)} & 0 \\ \frac{\mu}{(1-\mu)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$f_2 \quad F_i = \sum_{n=0}^5 \sigma_{ij} e_{jk} \Delta x_k = \sum_{n=0}^5 F_i^n \quad (7)$$

式中： i, j, k 分别取值 x, y ； $e_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ；计算节点细胞每个邻居三角形细胞对它产生的不平衡力，然后求和，如图 4 所示。

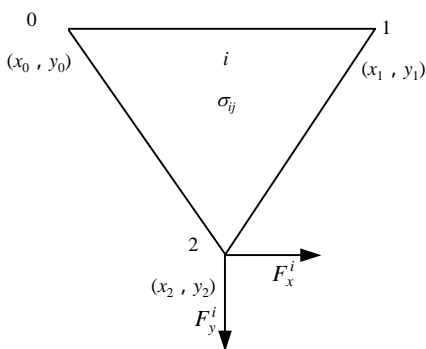


图 4 节点细胞不平衡力计算示意图

Fig.4 Sketch map of calculating the unbalance-force of node cell

$$\ddot{u}_i^t = F_i / m \quad (8)$$

$$\dot{u}_i^{t+\Delta t/2} = \dot{u}_i^{t-\Delta t/2} + \ddot{u}_i^t \Delta t \quad (9)$$

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t + \dot{u}_i^{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (10)$$

式(8)~(10)中： i 分别取 x 和 y 。

本模型考虑拉伸破坏和剪切破坏 2 种形式，因此采用最大拉应力准则和莫尔-库仑准则作为系统的破坏演化规则。

如果 $\sigma_{\min} < -\sigma_T$ ，则三角形细胞死亡。 σ_{\min} 为细胞的最小主应力， σ_T 为细胞的抗拉强度。

如果 $\tau > \tau_c$ ，则三角形细胞死亡。 τ_c 为细胞的抗剪强度。

按照莫尔-库仑准则可表示如下：

$$\tau_c = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (11)$$

式中： c 为粘聚力， φ 为内摩擦角。

应用以上 3 个演化规则，即可对岩石受力破坏的整个演化过程进行模拟，具体步骤如下：

(1) 在每步加载过程中，整个系统根据节点细胞演化规则和三角形细胞演化规则进行演化，直到整个系统达到平衡。

(2) 应用破坏演化规则对所有三角形细胞的应力状态进行破坏判定，如果满足破坏演化规则，则按式(3)进行细胞死亡处理，并重复步骤(1)，以寻找新的平衡状态；否则系统在此次加载过程中达到了真正的平衡。

3 应用实例

根据本文所建模型，编制了相应的软件(ECA)，以某地的似斑状花岗闪长岩作为背景进行模拟试验，其中，实际岩石的具体参数如表 1 所示。

表 1 岩石试件参数
Table 1 Parameters of rock specimen

弹性模量 /MPa	抗拉强度 /MPa	粘聚力 /MPa	内摩擦角 /($^{\circ}$)	泊松比	密度 /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
60 950	6.19	54.9	47.7	0.274	2 600

试件尺寸为 60 mm×30 mm(长×宽)，将试件共剖分为 1 200(30×40)个三角形细胞、656(16×41)个节点细胞，岩石的弹性模量和抗拉强度符合坡度参数 $m = 2.0$ 的 Weibull 分布；试件在试验前完整，无预制裂纹；试验以位移方式加载，每步加载量为 0.002 mm，加载步数为 100 步；试验过程中，侧面无约束，顶底面均为 y 方向进行约束， x 方向自由。试验中岩石试件破坏演化过程如图 5 所示。

从图 5 可以看出，岩石试件从第 30 步开始出现随机破坏，这部分细胞的破坏是由于岩石材料的非均匀性所引起的。随着荷载的增加，到第 38 加载步第 5 子步时，分布在岩石试件 2 条对角线上及其附近的破裂带成为了岩石试件破坏的主导方向。其他的由于分布的非均质性而产生的随机破坏细胞也在一定范围内扩展，并对主破裂产生一定的影响。在宏观上则表现为裂纹的附近出现了一些不规则的破裂区域。加载至 43 步，岩石出现大量与主破坏面相平行的宏观裂纹。另外，从图 5 可以看出，脆性

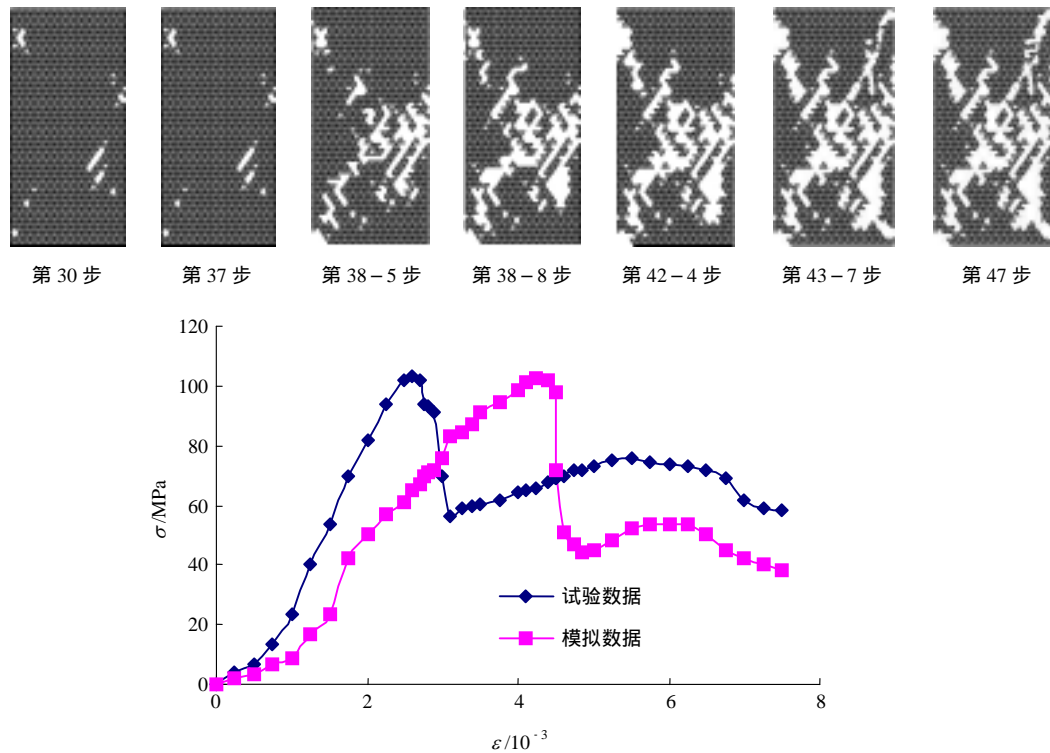


图 5 岩石试件破坏过程图及应力-应变曲线

Fig.5 Failure process and stress-strain curves of rock specimen

岩石的破坏是一个渐进的过程，大量的破坏发生在应力-应变曲线峰值之后，岩石试件加载的应力-应变曲线与试验曲线基本相符。

4 结 论

(1) 演化细胞自动机模型通过简单的局部演化反映了脆性岩石受力变形破坏系统的复杂行为。

(2) 在前人研究的基础上，以位移、力、应力和应变等矢量作为系统的基本变量，通过定量计算反映了岩石破坏过程中应力集中以及应力重新分布的过程，对岩石破坏过程中的微裂纹扩展路径进行了初步的模拟。

(3) 与以往的细胞自动机不同，演化细胞自动机包含两类细胞，演化规则依据两类细胞的交互作用建立，扩展了细胞自动机的定义，为细胞自动机方法的发展提供了一种新的思路。

(4) 通过实例验证，试验结果与实际情况基本吻合，因此，该方法的提出为研究岩石破裂机制提供了一个新的途径。

参考文献(References) :

[1] Wolfram S. Computation theory of cellular automata[J]. Comm. Math. Phys., 1984, 96 : 15.

[2] Wolfram S. Theory and Applications of Cellular Automata[M]. World Scientific, 1986. 68 - 76.

[3] 周 辉,王泳嘉,谭云亮,等. 岩石破坏过程的物理细胞自动机模型(I)—基本模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4) : 475 - 478.(Zhou Hui ,Wang Yongjia ,Tan Yunliang ,et al. Study on physical cellular automata model of rock mass failure(I)—basic model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4) : 475 - 478.(in Chinese))

[4] 周 辉,谭云亮,冯夏庭,等. 岩石破坏过程的物理细胞自动机模型(II)—模拟例证[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6) : 782 - 786.(Zhou Hui ,Tan Yunliang ,Feng Xiating ,et al. Study on physical cellular automata model of rock mass failure(II)—examples[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6) : 782 - 786.(in Chinese))

[5] 谭云亮,周 辉,王泳嘉,等. 模拟微观非均质材料破坏演化的物理系胞自动机理论[J]. 物理学报, 2001, 50(4) : 704 - 710.(Tan Yunliang ,Zhou Hui ,Wang Yongjia ,et al. Physical cellular automaton theory for simulating the failure process of micro-heterogeneous material[J]. Acta Physical Sinica, 2001, 50(4) : 704 - 710.(in Chinese))

[6] Zhou H ,Feng X T ,Wang Y J. Numerical simulation of rock mass fracture process using physical cellular automata[A]. In :SIF2002[C]. Australia : [s. n.] , 2002. 25 - 27.

[1] Wolfram S. Computation theory of cellular automata[J]. Comm. Math.

- [7] 周成虎, 孙战利, 谢一春. 地理元胞自动机研究[M]. 北京: 科学出版社, 2001.(Zhou Chenghu, Sun Zhanli, Xie Yichun. The Method of Geographic Cellular Automata[M]. Beijing: Science Press, 2001.(in Chinese))
- [8] Schangen E, Mier J G M Van. Experimental and numerical analysis of micro mechanisms of fracture of cement-based composites[J]. Cement and Concrete Composites, 1992, 14(1): 105–118.
- [9] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1988. 19–20.(Tang Chun'an. Catastrophe in Rock Unstable Failure[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1988. 19–20.(in Chinese))
- [10] 王士民. 脆性岩石细观破坏过程中的演化细胞自动机方法研究[硕士学位论文][D]. 沈阳: 东北大学, 2004.(Wang Shimin. Study on the method of cellular automata in the process of meso-cosmic crack of the brittle rock[M. S. Thesis][D]. Shenyang: Northeastern University, 2004.(in Chinese))

《岩石力学与工程学报》2005 年第 9 期被 EI 收录论文(27 篇)

No.	论文题目	作者名	页码
1	基于工程体与地质体相互作用的两体力学模型初探	谢和平 陈忠辉 周宏伟等	1 457–1 464
2	应力-水流-化学耦合下岩石破裂全过程的细观力学试验	冯夏庭 丁梧秀	1 465–1 473
3	顺层岩质边坡开挖稳定性研究	冯君 周德培 李安洪	1 474–1 478
4	硅酸盐矿物溶解动力学及其对滑坡研究的意义	徐则民 黄润秋 唐正光	1 479–1 491
5	岩土工程参数反演的一种新方法	田明俊 周晶	1 492–1 496
6	压力相关弹塑性 Cosserat 连续体模型与应变局部化有限元模拟	李锡夔 唐洪祥	1 497–1 505
7	响应面法及其在混凝土面板堆石坝可靠度分析中的应用	武清玺 俞晓正 赵魁芝	1 506–1 511
8	砂土地基中加筋深度效果研究(英文)	彭芳乐 希迪克 龙冈文夫	1 512–1 521
9	运用 RFPA ^{2D} 数值模拟开采条件下的渗流通道	刘俊杰 陈雄 张后全等	1 522–1 526
10	岩溶坝区溶蚀岩体的渗透性变异研究	张贵金 徐卫亚	1 527–1 534
11	岩石撞击过程中的升温机理分析	余为 缪协兴 茅献彪等	1 535–1 538
12	可拓评判方法在岩体质量分类中的应用	原国红 陈剑平 马琳	1 539–1 544
13	地质统计学理论在岩体参数求解中的应用	仇圣华 杨林德 陈岗	1 545–1 548
14	深基坑土钉支护的弹塑性数值模拟	武亚军 栾茂田 杨敏	1 549–1 554
15	杭州海积软土应力-应变特征与结构强度损伤规律研究	王国欣 肖树芳 黄宏伟	1 555–1 560
16	山区公路高填方涵洞加筋桥减载方法及其设计理论研究	杨锡武 张永兴	1 561–1 571
17	饱和土中圆形衬砌结构对弹性波的散射	周香莲 周光明 王建华	1 572–1 576
18	场分布参数的声波层析成像反演	宋雷 黄家会 杨维好等	1 577–1 581
19	水平承载下超大群桩受力变形特性的模型试验研究	谢涛 袁文忠 马庭林等	1 582–1 587
20	万州区滑坡滑带土抗剪强度参数概率分布拟合及其优化	罗冲 殷坤龙 陈丽霞等	1 588–1 593
21	铁路隧道初期支护极限位移的意义及确定	朱永全 张素敏 景诗庭	1 594–1 598
22	土体两种各向异性的区别与联系	张坤勇 殷宗泽 梅国雄	1 599–1 604
23	土坝坝体劈裂式灌浆施工技术的商榷	罗长军	1 605–1 611
24	高强钢弹对花岗岩正侵彻的实验研究	张德志 张向荣 林俊德等	1 612–1 618
25	劈裂注浆法在运营铁路软土地基处理中的应用	王哲 龚晓南 程永辉等	1 619–1 623
26	起爆方式对条形药包爆炸应力场的影响分析	向文飞 舒大强 朱传云	1 624–1 628
27	自重湿陷性黄土地区合理桩长初探	李晋 谢永利 冯忠居	1 629–1 634