

# 边坡加固中预应力锚索方向角的优化设计

熊文林, 何则干, 陈胜宏

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 提出了考虑坡面与滑面倾角影响的计算预应力锚索方向角的新方法, 原有的不考虑坡面与滑面倾角影响的锚索方向角计算方法是推荐方法在坡面与滑面平行条件下的一个特例。根据锚索的运用目的、施工条件和结构要求, 给出了最优锚索方向角的取值范围, 比较了两种方法的锚固效果, 理论和算例都证明推荐方法优于原有方法。计算结果表明, 坡面与滑面的倾角差(绝对值)愈大, 滑面摩擦角愈小, 新老方法的锚固效益比愈大。新方法特别适用于采用大量锚索加固边坡的情况。

**关键词:** 岩石力学; 预应力锚索; 优化设计; 方向角; 外锚头; 内锚根

**中图分类号:** TD 824.7<sup>+</sup>2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)13-2260-06

## OPTIMUM DESIGN OF DIRECTION ANGLE OF PRESTRESSED ANCHOR CABLE IN SLOPE REINFORCEMENT

XIONG Wen-lin, HE Ze-gan, CHEN Sheng-hong

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** Taking the influence of the slope and sliding surfaces obliquities into account, a new method for determining the orientation angle of prestressed anchor cable is presented. The previous method, not considering the influence, is only a particular case of the presented method when the slope surface is parallel to the sliding surface. A range of choice for the orientation angle of prestressed anchor cable, satisfying working, constructional and structural requirements, is given. The reinforcing effect is compared between these two methods; theoretical analysis and calculation examples all confirm the advantages of the presented method over the previous one. Calculation results show that the reinforcing effect ratio of presented method to previous method is increscent with increase of the difference(absolute value) between the slope and sliding surfaces inclinations and with decrease of friction angle of sliding surface. And the increscent speed is more rapidly when the inclination angle of sliding surface is less than the inclination angle of slope surface. The presented method is especially suitable to the case when large number of prestressed anchor cables in slope reinforcement are used.

**Key words:** rock mechanics; prestressed anchor cable; optimum design; direction angle; anchor head; anchor root

## 1 引言

自 1911 年美国首次采用岩石锚杆以来, 锚固技

术便迅速发展。其中, 预应力锚索由于其长度大、锚索体的强度高以及施加的预应力吨位大, 更适合于深层加固。因此, 在滑坡和危岩体的加固及深基坑护壁等方面预应力锚索得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。

**收稿日期:** 2004-03-19; **修回日期:** 2004-05-18

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50239070)

**作者简介:** 熊文林(1933-), 男, 1959年毕业于前苏联敖德萨建筑工程学院, 现任教授, 主要从事水工结构及岩土力学数值分析与解析方法方面的教学与研究工作。E-mail: hezegang@163.com。

为了追求最佳的锚固效益，工程人员在锚索施工时，一般要进行优化设计，从而确定最优锚索方向角。

关于锚固机理与布置优化的研究已经有了很多的成果，仅在数值分析法方面就有等效模拟<sup>[4, 5]</sup>和离散模拟<sup>[6, 7]</sup>两大类。然而，对工程设计而言，基于极限平衡原理的解析分析才是常规的工作。通过解析分析，可以对锚索方向角和锚索的布置提出初步优化方案。笔者通过工程实践和理论分析发现，目前常用的求解最优锚索方向角的方法——由外锚头确定最优锚索方向角的方法存在着明显的不足。因此，本文提出了更为完善的由内锚根确定最优锚索方向角的方法进行预应力锚索加固优化设计。

## 2 由外锚头确定最优锚索方向角

设  $A'$  是坡面上的某一固定点(外锚头)，其到滑面的垂直距离为  $A'B'$ 。不断改变内锚头位置  $1', 2', \dots, m'$ ，在  $A'1', A'2', \dots, A'm'$  各方向中，必存在一个锚固效果最佳的锚索方向  $A'C'$ ， $A'C'$  与滑面的交角为  $\theta_0$  (以下就称按这一方法确定的锚索方向角为  $\theta_0$ )，如图 1 所示。

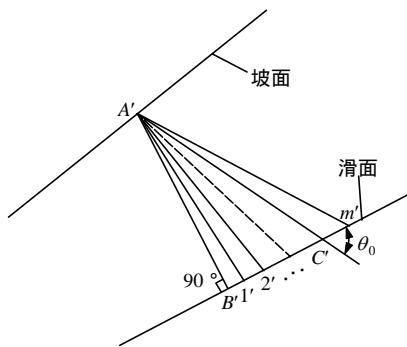


图 1 由外锚头确定最优锚索方向角

Fig.1 Determination of the optimal anchor direction angle from fixed head

设  $P_0$  为锚索  $A'C'$  的总轴向预应力，此力沿滑面提供的抗滑力  $Q_0$  为

$$Q_0 = P_0(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \quad (1)$$

式中： $\varphi$  为滑面的内摩擦角。

由  $\Delta A'B'C'$  可得锚索  $A'C'$  的长度(指锚索张拉段长度，下同)为

$$A'C' = \frac{A'B'}{\sin \theta_0} \quad (2)$$

单位长度锚索提供的抗滑力  $q_0$  为

$$q_0 = \frac{Q_0}{A'C'} = \frac{P(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin \theta_0}{A'B'} \quad (3)$$

由  $\frac{\partial q_0}{\partial \theta_0} = \frac{P(\cos 2\theta_0 + \sin 2\theta_0 \tan \varphi)}{A'B'} = 0$ ，可得

$$\tan 2\theta_0 = -\frac{1}{\tan \varphi}$$

即

$$\theta_0 = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \quad (4)$$

式(4)为目前常用的求锚索方向角的计算式<sup>[1, 2]</sup>。

由式(4)可知， $\theta_0$  只与  $\varphi$  有关，而与坡面倾角  $\alpha$  和滑面倾角  $\beta$  没有关系，即不考虑  $\alpha$  和  $\beta$  对最优锚索方向角的影响，这样求出的  $\theta_0$  只有当坡面和滑面平行(实际工程中很少见)时才是最优的；而当坡面与滑面不平时，按式(4)计算的  $\theta_0$  并不是最优的锚索方向角。

## 3 由内锚根确定最优锚索方向角

对于上述方法的存在不足，本文提出了改进的由内锚根确定最优锚索方向角  $\theta$  的计算方法。

设有一坡体，坡面倾角为  $\alpha$ ，坡体内滑面的倾角为  $\beta$ ，如图 2 所示。 $A$  是滑面上的某一固定点(内锚根)，这也比较符合实际情况，因为在工程中为了满足抗滑稳定安全的要求，常常要在滑面上的某一位置增加一定的抗滑力)，其到坡面的垂直距离为  $AB$ 。不断改变外锚头位置  $1, 2, \dots, n$ ，在  $A1, A2, \dots, An$  各方向中，必存在一个锚固效果最佳的锚索方向  $AC$ ，它与滑面的交角为  $\theta$  (以下就称按这一方法确定的锚索方向角为  $\theta$ )，由三角几何关系，可得锚索  $AC$  与坡面的交角为  $\theta + \alpha - \beta$ ，如图 2 所示。

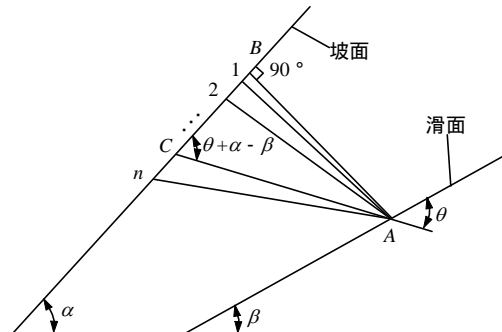


图 2 由内锚根确定最优锚索方向角

Fig.2 Determination of the optimal anchor orientation angle from fixed root

设  $P$  为锚索  $AC$  的总轴向预应力，此力沿滑面

提供的抗滑力为

$$Q = P(\cos\theta + \sin\theta \tan\varphi) \quad (5)$$

由 $\triangle ABC$ 可得锚索 $AC$ 的长度为

$$AC = \frac{AB}{\sin(\theta + \alpha - \beta)} = \frac{AB}{\sin(\theta + \gamma)} \quad (6)$$

式中： $\gamma = \alpha - \beta$ 。

单位长度锚索提供的抗滑力 $q$ 为

$$q = \frac{Q}{AC} = \frac{P(\cos\theta + \sin\theta \tan\varphi)\sin(\theta + \gamma)}{AB} \quad (7)$$

由式(7)对 $\theta$ 求导，可得

$$\frac{\partial q}{\partial \theta} = \frac{P(-\sin\theta + \cos\theta \tan\varphi)\sin(\theta + \gamma)}{AB} + \frac{P(\cos\theta + \sin\theta \tan\varphi)\cos(\theta + \gamma)}{AB}$$

令 $\frac{\partial q}{\partial \theta} = 0$ ，经整理可得

$$\tan 2\theta = \frac{\cos\gamma + \sin\gamma \tan\varphi}{\sin\gamma - \cos\gamma \tan\varphi} = \frac{1 + \tan\gamma \tan\varphi}{\tan\gamma - \tan\varphi} \quad (8)$$

$$\cot(\gamma - \varphi) = \tan(90^\circ - \gamma + \varphi)$$

故

$$\theta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} - \frac{\gamma}{2} \quad (9)$$

由式(9)可以看出： $\theta$ 不仅与 $\varphi$ 有关，而且与 $\alpha$ 和 $\beta$ 也密切相关。当坡面与滑面平行(即 $\alpha = \beta$ ，或 $\gamma = 0$ )时， $\theta = 45^\circ + \varphi/2$ ，这与由外锚头求得的锚索方向角 $\theta_0$ 是相同的，说明原有计算锚索方向角的方法是本文方法在坡面与滑面平行条件下的一个特例。

由式(9)还可以看出：当 $\gamma = 0$ 时， $\theta = 45^\circ + \varphi/2$ (如图 3(a))；当 $\gamma > 0$ 时， $\theta < 45^\circ + \varphi/2$ (如图 3(b))；当 $\gamma < 0$ 时， $\theta > 45^\circ + \varphi/2$ (如图 3(c))。式(9)也可以表示成图 4 所示的直线。

### 4 最优锚索方向角 $\theta$ 的取值范围

锚索方向角除了满足经济效益条件以外，还应满足以下要求：

(1) 运用要求

锚索应力应对抗滑稳定有利，而不是相反。为此， $\theta$ 应在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 内取值。因为当 $\theta < 0^\circ$ 或 $\theta > 90^\circ$ 时，锚索应力不但不会对抗滑稳定有利，而且有害。

(2) 施工要求

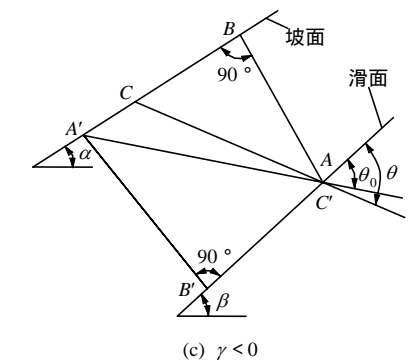
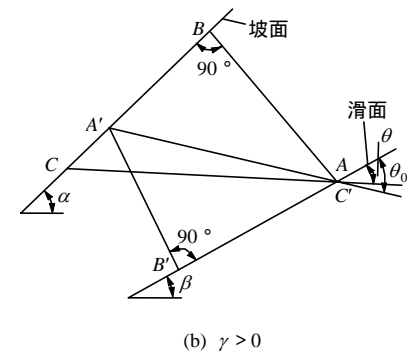
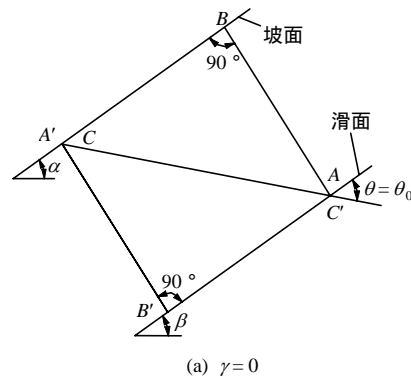


图 3  $\theta$  与  $\theta_0$  比较

Fig.3 Comparison between  $\theta$  and  $\theta_0$

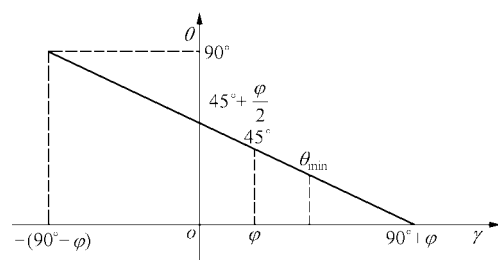


图 4  $\theta$  与  $\varphi, \gamma$  的关系

Fig.4 Relation of  $\theta$  to  $\varphi$  and  $\gamma$

锚索的倾角 $\psi$ (以倾向坡内，即外锚头高于内锚根为正)对施工有很大的影响。当 $\psi$ 为负(即内锚根高于外锚头)时，由于反倾，在内锚根施工时，水泥砂浆不便于填筑，而且内锚根空腔内的空气也不容易排出，其后果是砂浆与岩壁不易紧密粘结，甚至

可能产生砂浆与岩壁脱离的现象。因此，要求  $\psi$  大于某一给定的允许值  $[\psi]$  (如果不是特殊条件所限，一般要求最好有一定的顺坡，例如  $[\psi] = 5^\circ$ )。由此，可得

$$\psi = \theta - \beta > [\psi]$$

或

$$\theta > \beta + [\psi] = \theta'_{\min} \quad (10)$$

### (3) 结构要求

为了保证内锚根工作牢固可靠，要求内锚根必须深入到坚硬岩体内一定深度  $T_0$ 。设滑面下埋的是坚硬岩体， $T_0$  即为内锚根顶端到滑面的垂直距离。若内锚根长度为  $L_0$  ( $T_0$  和  $L_0$  与锚索的受力有关)，则要求：

$$\theta > \sin^{-1}\left(\frac{T_0}{L_0}\right) = \theta''_{\min} \quad (11)$$

一般要求  $\theta''_{\min}$  不小于  $30^\circ$ ，则  $\theta_{\min}$  取式(10)和(11)计算的大值。

## 5 两种方法锚固效益比较

虽然  $A'C'$  在以外锚头为固定端的  $A'1'$ ， $A'2'$ ， $\dots$ ， $A'm'$  各方向中是最优的，但是在以内锚根为固定端的  $A1$ ， $A2$ ， $\dots$ ， $An$  各方向中， $A'C'$  不是最优的，在这些方向中最优的是  $AC$  (参见图 1~3)，这也说明本文提出的方法优于原有方法。

本文方法与原有方法相比，单位长度锚索抗滑力提高为

$$\Delta q = q - q_0 \quad (12)$$

单位长度锚索抗滑力提高的百分率  $\rho$  (单位为%)为

$$\rho = 100 \left( \frac{\Delta q}{q_0} \right) = 100 \left( \frac{q}{q_0} - 1 \right) = 100(R - 1) \quad (13)$$

其中，

$$R = \frac{q}{q_0} \quad (14)$$

为两种方法单位长度锚索提供的抗滑力之比。

由三角几何关系，可得锚索  $A'C'$  与坡面交角为  $\theta_0 + \gamma$  (见图 2 和 3)，故锚索  $A'C'$  的长度还可以表示为

$$A'C' = \frac{AB}{\sin(\theta_0 + \gamma)} \quad (15)$$

则  $q_0$  还可以表示为

$$q_0 = \frac{Q_0}{A'C'} = \frac{P(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin(\theta_0 + \gamma)}{AB} \quad (16)$$

把式(7)和(16)代入式(14)，得

$$R = \frac{q}{q_0} = \frac{(\cos \theta + \sin \theta \tan \varphi) \sin(\theta + \gamma)}{(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin(\theta_0 + \gamma)} \quad (17)$$

若将式(4)，(9)代入式(17)，可得

$$R = \frac{\left[ \cos\left(\theta_0 - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\theta_0 - \frac{\gamma}{2}\right) \tan \varphi \right] \sin\left(\theta_0 + \frac{\gamma}{2}\right)}{(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin(\theta_0 + \gamma)} \quad (18)$$

把  $R$  值代入式(13)，得

$$\rho = 100 \times \left[ \frac{(\cos \theta + \sin \theta \tan \varphi) \sin(\theta + \gamma)}{(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin(\theta_0 + \gamma)} - 1 \right] \quad (19)$$

或

$$\rho = 100 \times \left\{ \frac{\left[ \cos\left(\theta_0 - \frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\theta_0 - \frac{\gamma}{2}\right) \tan \varphi \right] \sin\left(\theta_0 + \frac{\gamma}{2}\right)}{(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin(\theta_0 + \gamma)} - 1 \right\} \quad (20)$$

由式(18)式对  $\gamma$  求二阶导数，并将  $\gamma = 0$  代入，可得

$$\left( \frac{\partial^2 R}{\partial \gamma^2} \right)_{\gamma=0} = \frac{\cos^3 \theta_0 + (0.5 + \cos^2 \theta_0) \sin \theta_0 \tan \varphi}{(\cos \theta_0 + \sin \theta_0 \tan \varphi) \sin^2 \theta_0} > 0 \quad (21)$$

二阶导数在  $\gamma = 0$  时为正，说明  $(R)_{\gamma=0} = 1$  和  $(\rho)_{\gamma=0} = 0$  是极小值。这也进一步证明本文方法优于原有方法。

对于给定的坡面和滑面，即对于给定的  $\alpha$ ， $\beta$  和  $\varphi$ ，都可以由式(9)计算  $\theta$ ，由式(13)计算  $\rho$ 。

## 6 算例

为了重点研究  $\varphi$  和  $\gamma$  对  $\theta$  和  $\rho$  的影响，特选取以下 3 组典型的算例：

第 1 组算例 设坡度  $\alpha$  为  $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  的单面边坡被 2 条断层 ( $\beta_1 = 10^\circ, \varphi_1 = 10^\circ, \beta_2 = 50^\circ, \varphi_2 = 10^\circ$ ) 分别切割(见图 5(a));

第 2 组算例 设坡度  $\alpha$  为  $30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$  的单面边坡被 2 条断层 ( $\beta_1 = 20^\circ, \varphi_1 = 20^\circ, \beta_2 = 60^\circ, \varphi_2 = 20^\circ$ ) 分别切割(见图 5(b));

第 3 组算例 设双面坡  $\alpha_1 = 40^\circ$  和  $\alpha_2 = 20^\circ, \alpha_1 = 50^\circ$  和  $\alpha_2 = 10^\circ, \alpha_1 = 60^\circ$  和  $\alpha_2 = 0^\circ$  被一结构面 ( $\beta = 30^\circ, \varphi = 30^\circ$ ) 分别切割(见图 5(c))。

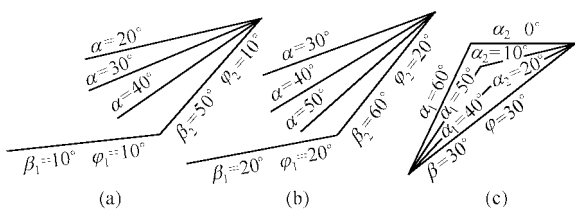


图 5 算例示意图

Fig.5 Sketch of calculation examples

每组算例有 6 个坡面与滑面 ( $\alpha, \beta, \varphi$ ) 的组合, 3 组共 18 个组合。对每组  $\alpha, \beta$  和  $\varphi$ , 按式(9)计算  $\theta$ , 按式(13)计算  $\rho$ 。计算结果示于表 1 和图 6。

若将  $\varphi$  和  $\gamma$  的范围适当扩大, 按式(9)计算  $\theta$ , 按式(13)计算  $\rho$ , 并绘制成图表, 见表 1 和图 6, 7。则锚索加固设计(尤其是初步估算)也可用查图表的方式进行, 即根据给定的  $\alpha, \beta$  和  $\varphi$ , 查相应图表

表 1  $\rho, \theta$  与  $\varphi$  和  $\gamma$  的关系

Table 1 Relation of  $\rho$  or  $\theta$  to  $\varphi$  and  $\gamma$

$\gamma(^{\circ})$	$\varphi = 0^{\circ}$		$\varphi = 10^{\circ}$		$\varphi = 20^{\circ}$		$\varphi = 30^{\circ}$		$\varphi = 40^{\circ}$	
	$\rho(\%)$	$\theta(^{\circ})$	$\rho(\%)$	$\theta(^{\circ})$	$\rho(\%)$	$\theta(^{\circ})$	$\rho(\%)$	$\theta(^{\circ})$	$\rho(\%)$	$\theta(^{\circ})$
-40	189.9	65	87.9	70	55.2	75	39.5	80	30.5	85
-30	36.6	60	25.6	65	19.4	70	15.5	75	12.9	80
-20	10.1	55	7.9	60	6.4	65	5.4	70	4.7	75
-10	1.9	50	1.6	55	1.3	60	1.1	65	1.0	70
0	0.0	45	0.0	50	0.0	55	0.0	60	0.0	65
10	1.3	40	1.1	45	1.0	50	0.9	55	0.9	60
20	4.7	35	4.2	40	3.8	45	3.5	50	3.3	55
30	9.8	30	8.9	35	8.2	40	7.7	45	7.4	50
40	16.6	25	15.3	30	14.3	35	13.7	40	13.4	45

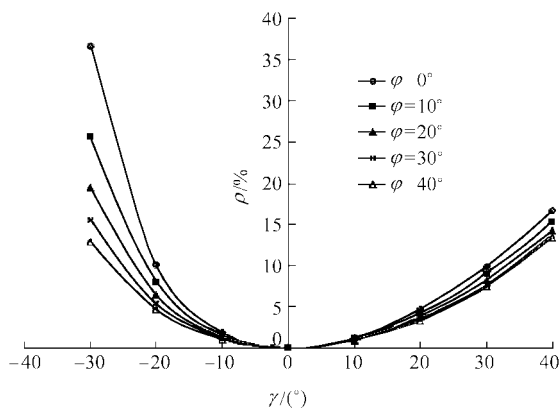


图 6  $\rho$  与  $\varphi$  和  $\gamma$  的关系

Fig.6 Relation of  $\rho$  to  $\varphi$  and  $\gamma$

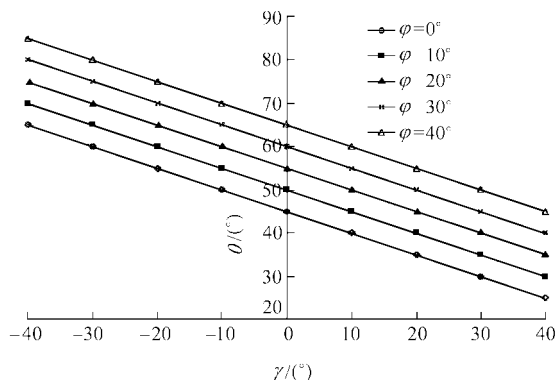


图 7  $\theta$  与  $\varphi$  和  $\gamma$  的关系

Fig.7 Relation of  $\theta$  to  $\varphi$  and  $\gamma$

就可求出  $\theta$  和  $\rho$  值。

## 7 结 语

从以上的分析及表 1 和图 6 可以得出以下几点规律性的认识:

(1) 当  $\gamma = 0$  时, 用两种方法计算得出的锚索方向角是相同的, 这说明原有不考虑坡面和滑面倾角影响的锚索方向角计算方法是本文方法在坡面与滑面平行条件下的一个特例。

(2) 当坡面与滑面不平行(即  $\gamma \neq 0$ , 或  $\alpha \neq \beta$ ) 时, 用两种方法计算得出的锚索方向角不同。当  $\gamma < 0$  (即  $\alpha < \beta$ ) 时,  $\theta > \theta_0$ ; 当  $\gamma > 0$  (即  $\alpha > \beta$ ) 时,  $\theta < \theta_0$ 。

(3) 当  $\gamma \neq 0$  (即  $\alpha \neq \beta$ ) 时, 本文方法的锚固效益优于原有方法, 即  $R > 1, \rho > 0$ , 并且坡面与滑面的倾角差别越大, 即  $|\gamma|$  ( $\gamma$  的绝对值) 越大,  $\rho$  值也越大, 说明本文方法比原有方法越优越。

(4)  $\gamma < 0$  (即  $\alpha < \beta$ ) 时  $\rho$  随  $|\gamma|$  增大而增长的速度

度比  $\gamma > 0$  (即  $\alpha > \beta$ ) 时  $\rho$  随  $|\gamma|$  增大而增长的速度更快。

(5) 当其他条件相同时, 滑面的内摩擦角  $\varphi$  越小, 本文方法的优越性(即  $\rho$  值)也越大。

预应力锚索在高边坡加固设计中(如三峡、李家峡、吉林台等工程中)得到越来越广泛的应用, 采用预应力锚索加固的规模和投资相当巨大。但过去锚索方向角一般都按  $\theta_0 = 45^\circ + \varphi/2$  设计而不考虑坡面与滑面倾角的影响, 这在坡面与滑面不平行, 特别是倾角差别较大时会造成很大的浪费。本文提出的可以考虑坡面与滑面倾角影响的预应力锚索方向角设计方法理论和算例都证明其优于原有的方法。

### 参考文献(References):

- [1] 赵长海, 董在志, 陈群香. 预应力锚固技术[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.(Zhao Changhai, Dong Zaizhi, Chen Qunxiang. Prestressed Anchor Techniques[M]. Beijing: China Water Power Press, 2001.(in Chinese))
- [2] 陈胜宏, 陈敏林, 赖国伟. 水工建筑物[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.(Chen Shenghong, Chen Minlin, Lai Guowei. Hydraulic Structures[M]. Beijing: China Water Power Press, 2004.(in Chinese))

- [3] 中国岩土锚固工程协会. 岩土锚固新技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 1998.(China Rock and Soil Anchor Engineering Association. New Anchor Techniques of Rock and Soil[M]. Beijing: China Communications Press, 1998.(in Chinese))
- [4] Chen S H, Egger P. Three-dimensional elastoviscoplastic finite element analysis of reinforced rock masses and its application[J]. Int. J. for Num. and Anal. Meth. in Geomech., 1999, 23(1): 61-78.
- [5] Chen S H, Pande G N. Rheological model and finite element analysis of jointed rock masses reinforced by passive, fully-grouted bolts[J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1994, 31(3): 273-277.
- [6] Swoboda G, Marencé M. Numerical modeling of rock bolts in intersection with fault system[A]. In: Proc. Numerical Models in Geomechanics(NUMOG5)[C]. Swansea: Pineridge Press Ltd., 1992. 729-738.
- [7] John C M, Van Dillen D E. Rockbolts: a new representation and its application in tunnel design[A]. In: Proc. the 24th U. S. Symp. on Rock Mechanics[C]. Rotterdam: A. A. Balkema, 1983. 13-25.

## 新书简介

《水污染的工程风险分析》一书由彭静编著, 清华大学出版社 2005 年 1 月出版, 定价 36.00 元。

该书包括水污染风险分析的理论、方法和实例研究 3 个方面, 系统地介绍了风险分析理论及定量化分析方法在水环境保护中的应用。

该书共分 6 章: 第 1 章论述风险分析对水质管理的重要性; 第 2 章给出风险的基本定义及风险识别标准, 讲述概率方法和模糊数学的基本理论, 介绍水污染的风险问题; 第 3 章系统地介绍了风险量化分析的方法; 第 4 章总结风险的量化分析方法在环境水质风险评价中的应用过程; 第 5 章从管理应用的角度, 阐述风险管理的价值、效益和对决策的支持; 第 6 章结合希腊和澳大利亚实际水域的水污染, 实例分析沿海水污染、河流水污染和地下水污染的风险问题。

该书由国际水利工程与研究协会中国分会引进版权, 由中国水利水电科学研究院组织翻译, 是该领域内有国际声誉的范本, 可作为水利、环境及相关专业科研人员及高等院校师生的参考书。