

关于有限元边坡稳定性分析中 安全系数的定义问题

郑宏^{1,2}, 田斌², 刘德富², 冯强²

(1. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071; 2. 三峡大学 土木水电学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要:在边坡稳定性分析的极限平衡法中存在3种安全系数的定义:定义1将安全系数定义为剪切强度比剪应力;定义2将安全系数定义为强度储备系数,当土体抗剪强度除以安全系数后,边坡将处于临界平衡状态;定义3将安全系数定义为沿某一特定滑面的抗滑力比滑动力。讨论了定义3与定义1之间的关系,给出了在进行有限元边坡稳定性分析时确定对应于定义3和定义2的临界滑面的统一算法,最后通过算例证明了一般情况下基于定义3所求得的安全系数和临界滑面不同于基于定义2所求得的结果,同时指出基于定义3的计算结果会表现出一些不合理的现象。

关键词:数值分析;边坡稳定性分析;安全系数;有限元

中图分类号: O 242.21

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2005)13-2225-06

ON DEFINITIONS OF SAFETY FACTOR OF SLOPE STABILITY ANALYSIS WITH FINITE ELEMENT METHOD

ZHENG Hong^{1,2}, TIAN Bin², LIU De-fu², FENG Qiang²

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

2. College of Civil and Hydroelectric Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: There exist three definitions of safety factor in slope stability analyses by limit equilibrium methods (LEM). Definition 1 defines the safety factor as the ratio of the shear strength of soil to the shear stress required for equilibrium. Definition 2 defines the margin of safety factor as the factor of the strength reduction, by which the shear strength of the soil would have to be divided to bring the slope into a state of critical equilibrium. Definition 3 defines the safety factor as the ratio of the resistant shear force to the driving shear force along a certain slip surface. This study discusses the relation between Definition 1 and 3. A unified algorithm is given, which is used to locate the critical slip lines corresponding to Definition 3 and Definition 2 respectively. It is also proved while the finite element method is used to analyze slope stability, both the safety factor and the potential slip surface based on Definition 3 are different from those on Definition 2. Some irrational results might be obtained if Definition 3 is used in finite element slope stability analysis.

Key words: numerical analysis; slope stability analysis; safety factor; finite element method(FEM)

1 引言

数十年来, 尽管涌现了以有限元法为代表的现

代数值分析方法, 经典的极限平衡法在边坡稳定性分析中仍然居于主导地位。然而, 由于有限元法的独特优势, 国内外近年来对于有限元——强度折减技术的研究仍方兴未艾^[1-16]。文[1]对于截止于1996

收稿日期: 2004-02-11; **修回日期:** 2004-06-05

基金项目: 湖北省杰出青年基金资助; 湖北省优秀创新团队基金资助

作者简介: 郑宏(1964-), 男, 博士, 1985年毕业于东北大学机械工程系, 现任中国科学院武汉岩土力学研究所研究员、三峡大学特聘教授, 主要从事岩土力学方面的教学与研究工作。E-mail: hzheng@whrsm.ac.cn.

年前 25 a 间的极限平衡法和有限元法在边坡稳定性分析中的应用状态做出了非常精彩的总结。

边坡稳定性分析中最重要的概念就是安全系数，但是不同的场合或不同的方法所使用的安全系数的定义是有区别的，如果不加区别地对基于不同定义的安全系数所算得的结果进行比较就会得出一些不适当的结论。本文讨论了在极限平衡法和有限元法中 3 种常用的安全系数定义之间的关系，指出在利用有限元法分析边坡稳定性时，基于定义 2 所算得的安全系数和临界滑面都不同于基于定义 3 的相应结果，同时利用定义 3 所求得的计算结果会表现出一些明显不合理的现象。

2 3 种常见的安全系数定义

边坡安全系数的定义方式有多种，如文[7]就列举了 7 种安全系数定义，然而文[1, 17]却将安全系数定义为

$$F^1 = \frac{[\tau]}{\tau} \tag{1}$$

式中： τ 为滑面上的剪应力， $[\tau]$ 为土体的容许剪切强度。

对于 Mohr-Coulomb 材料有

$$[\tau] = c - \sigma \tan \varphi \tag{2}$$

式中： c ， φ 为抗剪强度参数； σ 为滑面在该点的正应力，这里将拉应力规定为正。

本文称式(1)所给出的安全系数的定义为定义 1，其应用仅限于极限平衡法。

文[1]还给出了与定义 1 “等价的”安全系数定义：安全系数是这样一个系数 F^2 ，当土体抗剪强度除以 F^2 后，边坡将处于临界平衡状态。本文称其为定义 2。

定义 2 似乎最早是由文[18]引进的，如今大多数极限平衡法所使用的是定义 2。例如，在建立条块的平衡方程时，作用在条块底部沿滑面的剪力被设定为 $\frac{1}{F^2}(cl + N \tan \varphi)$ ，这里 l 为滑面被该条块所截得的长度， N 为作用在条块底部的法向力。

显然，定义 1 给出的安全系数在概念上是局部的，即 F^1 不仅随位置而变，而且即使在同一点也会随滑面在经过该点时的方位的不同而不同，这一点早已被文[19~21]所证实。只是人们在建立极限平衡法时，都自觉地将安全系数视为一个常数 F ，这个 F 实际上是 F^1 的一个平均值^[1]。作者认为将 F^1 视为常数 F ，实际上是极限平衡法引入的又一假定，

这对于该方法中的非静定的条块系统是允许的。一般说来，只要所引入的假定在力学上合理，在数量上刚好能够求解出这个力系，就不会出现原则上的错误。因此，文[1]所说的“等价”也仅是基于上述假定上的等价，或者说是局限于经典的极限平衡法中的等价。

在除极限平衡法以外的其他数值方法，如有限元法中，人们还广泛地使用如下安全系数定义：

$$F^3 = \frac{\int_s [\tau] ds}{\int_s \tau ds} \tag{3}$$

式中： s 为临界滑面。

本文将此定义称之为定义 3，也可作为 Fellienius 法安全系数的定义。对于圆弧滑面， F^3 实际上也是关于圆心的抗滑力矩比滑动力矩，具有鲜明的物理意义。此定义有两个明显的好处：其一是仅需对边坡进行一次非线性求解，其二则是能够考虑应力路径对安全系数的影响。但对于非圆弧和非直线滑面，该定义的物理意义受到一些学者的质疑^[22]：它既非力在空间上的矢量和，又非力在某一固定方向上的投影的代数和。文[23]还列举了在有限元分析中所采用的安全系数的其他定义。

下面来讨论 F^1 和 F^3 之间的关系问题。

显然，若 F^1 被假定为常数，则 $F^3 = F^1$ ；否则由式(1)可得

$$[\tau] = F^1 \tau \tag{4}$$

对式(5)在某一特定滑面 s 上进行曲线积分得

$$\int_s [\tau] ds = \int_s F^1 \tau ds \tag{5}$$

假设剪应力 τ 沿 s 的符号不发生改变，则由积分第一中值定理^[24]可知，在 s 上存在一点 ξ ，使得

$$\int_s F^1 \tau ds = F^1_\xi \int_s \tau ds \tag{6}$$

其中， F^1_ξ 为 F^1 在 s 上的点 ξ 的值。由式(3)~(6)得

$$F^3 = F^1_\xi \tag{7}$$

即 F^3 为 F^1 在 s 上某一点的值。但是如果剪应力的方向沿滑面 s 发生改变，并不能确保式(7)总是成立，此时定义 3 的意义就更加模糊。

3 在有限元法中安全系数的合理选用

在有限元法中，本构关系的引入使得任一点的

应力都能够直接得到, 这时显然不能再假定 F^1 是一个常数。

如果利用有限元法来计算边坡的 F^3 , 仅需要取真实材料参数做一次非线性分析, 然后基于某种算法, 如文[5, 25, 26], 搜索出具有最小 F^3 的临界滑面。由于 F^1 不再是一个常数, 所以通常情况下基于有限元所算得的 F^3 及其临界滑面都不同于基于极限平衡法所算得的 F^2 及其临界滑面。然而, 一些学者并没有意识到这一点, 他们基于有限元的安全系数(实际上是 F^3)和极限平衡法的安全系数(实际上是 F^2)之间的差异较大, 就认为有限元所求得的安全系数不可靠, 这实际上是混淆了 2 种场合下的安全系数的概念。

然而, 如果利用有限元法来计算基于强度储备概念的安全系数, 一般都采用强度折减技术, 即通过不断地按同一比例降低土体的抗剪强度参数, 并将边坡达到临界平衡状态^[16]时所对应的折减系数取为 F^2 。虽然尚未从理论上证明基于有限元——强度折减技术所算得的安全系数与基于较严格满足平衡条件的极限平衡法所算得的安全系数的一致性, 但是文[2~16]的研究表明, 这两者的计算结果非常靠近。不仅如此, 文[26]的算例还揭示基于这两者的临界滑面也非常一致。而且, 如果要发生滑坡, 临界滑面上的点必将都处于塑性流动状态, 即都位于由极限平衡状态的强度参数所决定的屈服面上, 就应该以此状态作为极限状态来考察目前尚处于安全状态的边坡的安全储备情况。因此, 作者认为如果要使分析结果与极限平衡法的计算结果具有可比性, 那么强度折减技术应作为基于变形分析的边坡稳定性分析的首选方法。当然, 强度折减法目前尚存在两方面的不足: 其一是计算量过大, 为了使边坡达到极限状态, 通常需求解很多个非线性问题; 其二是不能考虑应力路径对于边坡安全系数的影响。

4 基于定义 3 的临界滑面和基于定义 2 的临界滑面的定位问题

假定已通过非线性分析求得了边坡在自然状态下的应力场, 现在来搜寻具有最小 F^3 的临界滑面。设点 x 是域内任一点, 过点 x 沿任意方向 l 的点安全度定义为

$$F(x, l) = \frac{[\tau]}{\tau} \quad (8)$$

假设土体符合 Mohr-Coulomb 准则, 不难证明, 当 l 与点 x 的第一主应力 σ_1 成 $\pm\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ 时,

$F(x, l)$ 取最小值, 即式(7)所定义的 $F(x, l)$ 在点 x 处存在 2 个最小取值方向, 从而在整个域内也就存在 2 个向量场, 显然潜在滑移线应与这 2 个向量场中的一个相切。

设 s' 为任一潜在滑移线, 根据以上分析, s 应满足如下常微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dl} &= \cos \beta_i \\ \frac{dy}{dl} &= \sin \beta_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: dl 为曲线 s' 的微分弧长; β_i 为 dl 的方向角, 且有

$$\beta_i = \alpha \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (10)$$

式中: α 为 σ_1 与 x 轴的夹角。

因此, 过域内任一点都存在 2 条潜在滑移线满足式(8)。为了搜寻具有最小 F^3 的临界滑面, 可根据经验设定 N 个离散点, 分别求出过这 N 个点且满足式(8)的 $2N$ 条曲线, 同时对每一条曲线求相应的 F^3 , 从中选出 F^3 最小的曲线作为临界滑面。

文[26]给出了数值求解临界滑面的预测——校正算法。如果要求与基于强度储备概念的安全系数 F^2 相对应的临界滑面, 应首先利用强度折减技术使边坡达到极限平衡状态, 然后利用与上述过程相类似的算法求出相应的临界滑面, 只是注意要将式(9)中的真实摩擦角 φ 替换成临界摩擦角 φ^s , 即 $\varphi^s = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \varphi}{F^2}\right)$ 。

5 算 例

图 1 是一公路边坡的计算剖面, 内含 2 种不同的岩性。表 1 列出了岩性参数。图 2 是所使用的有限元计算网格和边界条件。虽然岩土类材料被证明更符合非关联法则, 但是考虑到非关联法则可能会导致不稳定现象^[27], 对于像边坡这样的变形受到较小约束的结构, 不同于地基承载力问题, 关联法则并不会明显夸大结构的极限载荷^[11]。因此, 本文在弹塑性计算中采用的是关联法则。

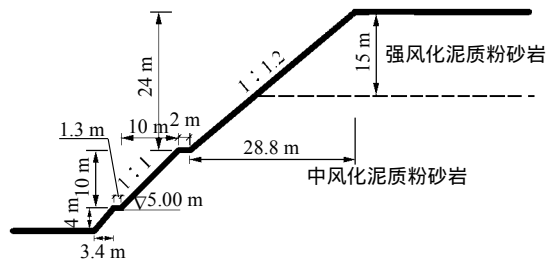


图 1 计算剖面

Fig.1 Section for computation

表 1 岩性参数表

Table 1 Parameters of rocks

岩性	$\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	c / kPa	$\phi / (^\circ)$	E / MPa	μ
强风化泥质粉砂岩	24.0	34.0	26	2×10^4	0.35
中风化泥质粉砂岩	25.0	39.0	35	5×10^4	0.30

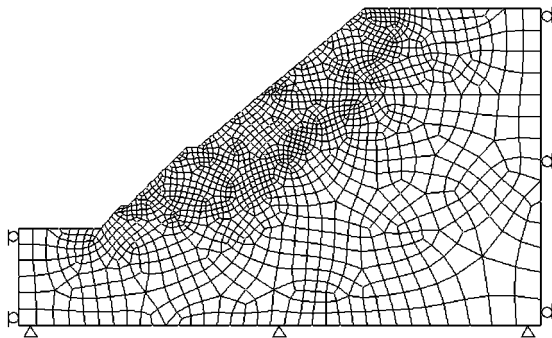


图 2 计算网格和边界条件

Fig.2 Mesh and boundary conditions

图 3 给出了基于定义 2 和 3 的安全系数及其临界滑面, 注意在利用强度折减技术求解 F^2 时, 对泊松比 ν 也进行了同步调整, 调整的策略见文[6]。由此可见 $F^3 (F^3 = 1.48)$ 比 $F^2 (F^2 = 1.58)$ 低 6.3%, 但 F^3 的临界滑面(滑面 3)的位置却高于 F^2 的临界滑面(滑面 2), 这些都符合极限平衡法的一般规律。文[17]由 Fellenius 法给出的安全系数通常要比更精确的极限平衡法的结果低 5%~20%。

图 4 是边坡在临界状态下的等效塑性应变等值线图。作为对比, 表 2 列出了 Fellenius 法和 Bishop 法在滑面 2 和 3 上的安全系数。从表 2 可以看出, 极限平衡法的结果略低于有限元法的结果, 这在理论上是可以得到解释的。在条分法中, 为了使问题定解, 必须对条间力做出或多或少的假定, 这些假定从一定程度上放松了条块间的约束, 也必将使系统的安全度有所降低。

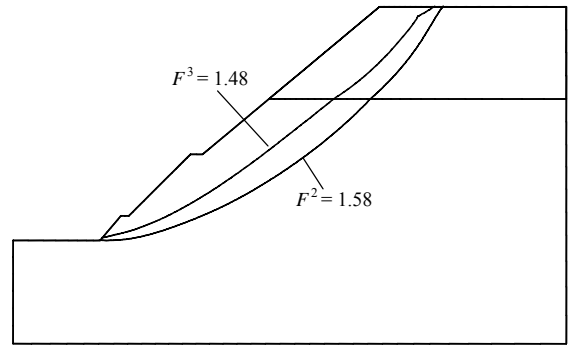


图 3 基于定义 2 和 3 的安全系数及其临界滑面

Fig.3 Safety factors and potential slip surfaces based on Definitions 2 and 3 respectively using FEM

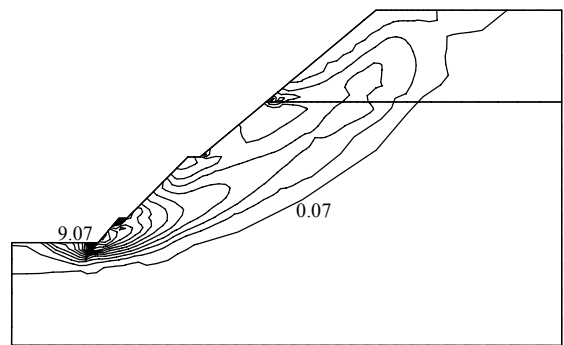


图 4 临界状态下的等效塑性应变等值线

Fig.4 Contour lines of equivalent plastic strain in the critical state

表 2 两个滑面上的安全系数

Table 2 Safety factors of two slip surface

方法	滑面 3(上滑面)	滑面 2(下滑面)	
LEM	Fellenius 法	1.393	1.344
	Bishop 法	1.542	1.536
FEM	基于抗滑力比滑动力概念	1.480	-
	基于强度折减技术	-	1.580

即使对于 Fellenius 法, 其在基于定义 2(强度折减技术)所求得的滑面 2 上的安全系数也低于基于定义 3 所求得的滑面 3 上的安全系数, 这再一次说明, 当利用有限元法来极限边坡稳定性分析时, 基于抗滑力比滑动力安全系数概念(定义 3)的结果是不可靠的, 比较合理的是利用强度折减技术来求解基于强度储备概念的安全系数及其临界滑面。以本例为例, 基于强度折减技术所求得的安全系数(1.580)与 Bishop 法在滑面 2 上的安全系数(1.536)仅相差 2.8%。

尽管基于 2 种概念的安全系数仅相差 6.3%, 但

所对应的临界滑面却存在明显的差异。

6 结 论

利用有限元法, 基于抗滑力比滑动力安全系数概念(定义 3)所算得的安全系数 F^3 及其临界滑面都不同于基于强度折减技术所算得的安全系数 F^2 及其临界滑面, 这种差异在两者所对应的临界滑面上要更突出一些。因此, 无法将有限元算得的 F^3 及其临界滑面与那些较严格满足平衡条件的极限平衡法如 Bishop 法和 Spencer 法等的结果相比较。在现阶段, 作者推荐采用有限元——强度折减技术来进行边坡稳定性分析。

参考文献(References):

- [1] Duncan J M. State of the art : limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1996, 122(7): 577–596.
- [2] 连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 406–411.(Lian Zhenying, Han Guocheng, Kong Xianjing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4): 406–411.(in Chinese))
- [3] 宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(1): 1–7.(Song Erxiang. Finite element analysis of safety factor for soil structures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(1): 1–7.(in Chinese))
- [4] Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. Géotechnique, 1999, 49(3): 387–403.
- [5] Zou J Z, Williams D J. Search for critical slip surface based on finite element method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1995, 32(1): 233–246.
- [6] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626–628.(Zheng Hong, Li Chunguang, Lee Chaofeng, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(5): 626–628.(in Chinese))
- [7] 史恒通, 王成华. 土坡有限元稳定分析若干问题的探讨[J]. 岩土力学, 2000, 21(2): 152–155.(Shi Hengtong, Wang Chenghua. Some problems in finite element analysis of slope stability[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(2): 152–155.(in Chinese))
- [8] 郑颖人, 赵尚毅, 张鲁渝. 用有限元强度折减法进行边坡稳定分析[J]. 中国工程科学, 2002, 4(1): 57–61.(Zheng Yingren, Zhao Shangyi, Zhang Luyu. Slope stability analysis by strength reduction FEM[J]. Engineering Science, 2002, 4(1): 57–61.(in Chinese))
- [9] Matsui T, San K C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique[J]. Soils and Foundations, 1992, 32(1): 59–70.
- [10] Dawson E M, Roth W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. Géotechnique, 1999, 49(6): 835–840.
- [11] Dawson E, Motamed F, Nesarajah S, et al. Geotechnical stability analysis by strength reduction[A]. In: Griffiths D V ed. Geotechnical Special Publication: Slope Stability 2000—Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000[C]. [s. l.]: [s. n.], 2000. 99–113.
- [12] Lechman J B, Griffiths D V. Analysis of the progression of failure of earth slopes by finite elements[A]. In: Griffiths D V ed. Geotechnical Special Publication: Slope Stability 2000—Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000[C]. [s. l.]: [s. n.], 2000. 250–265.
- [13] Dawson E, You K, Park Y. Strength-reduction stability analysis of rock slopes using the Hoek-Brown failure criterion[A]. In: Labuz J F ed. Geotechnical Special Publication: Trends in Rock Mechanics[C]. [s. l.]: [s. n.], 2000. 65–77.
- [14] Jeremić B. Finite element methods for 3D slope stability analysis[A]. In: Griffiths D V ed. Slope Stability 2000—Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000[C]. [s. l.]: [s. n.], 2000. 224–239.
- [15] 葛修润, 任建喜, 李春光, 等. 三峡左厂 3[#]坝段深层抗滑稳定三维非线性有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 389–394.(Ge Xiurun, Ren Jianxi, Li Chunguang, et al. 3D-FEM analysis of deep sliding stability of 3[#] dam foundation of left power house of the Three Gorges project[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(4): 389–394.(in Chinese))
- [16] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(3): 1–8.(Luan Maotian, Wu Yajun, Nian Tingkai. A criterion for evaluating slope stability based on development of plastic zone by shear strength reduction FEM[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2003, 23(3): 1–8.(in Chinese))
- [17] Craig R F. Soil Mechanics[M]. London: [s. n.], 1997.
- [18] Bishop A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. Géotechnique, 1955, 5(1): 7–17.
- [19] Wright S G, Kulhawy F G, Duncan J M. Accuracy of equilibrium slope stability analysis[J]. J. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, 1973, 99(10): 783–791.
- [20] Tavenas F, Trak B, Leroueil S. Remarks on the validity of stability

- analyses[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1980, 17(1): 61-73.
- [21] Chugh A K. Variable factor of safety in slope stability analysis[J]. Géotechnique, 1986, 36(1): 57-64.
- [22] 邵国建, 卓家寿, 章青. 岩体稳定性分析于评价准则研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 691-696.(Shao Guojian, Zhuo Jiashou, Zhang Qing. Research on analysis method and criterion of rock mass stability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 691-696.(in Chinese))
- [23] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.(Chen Zuyu. Stability Analysis of Soil Slopes[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003.(in Chinese))
- [24] 陈传璋, 陈传临, 朱学炎, 等. 数学分析(上册)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979.(Chen Chuanzhang, Chen Chuanlin, Zhu Xueyan, et al. Mathematical Analysis(Vol. 1)[M]. Beijing: People's Education Press, 1979.(in Chinese))
- [25] 王成华, 夏绪勇, 李广信. 基于应力场的土坡临界滑动面的蚂蚁算法搜索技术[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 813-819.(Wang Chenghua, Xia Xuyong, Li Guangxin. An algorithm in search of the critical slip surface in soil slopes based on stress fields[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(5): 813-819.(in Chinese))
- [26] 郑宏, 刘德富, 罗先启. 基于变形分析的边坡临界滑面的确定[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(6): 708-716.(Zheng Hong, Liu Defu, Luo Xianqi. Determination of potential slide line of slopes based on deformation analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(6): 708-716.(in Chinese))
- [27] Zienkiewicz O C, Taylor R L. The Finite Element Methods[M]. [s. l.]: [s. n.], 1991.

新书简介

《公路工程质检工程师手册——桥涵工程分册》一书由杨文渊, 徐犇编著, 人民交通出版社 2005 年 6 月出版, 定价 60.00 元。

该书采用图表表达的方式, 以最新标准、规范为依据, 结合工程实践经验, 论述了公路工程桥涵方面的质量检验和质量标准、质量保证要点、常见问题现象与处理等内容。

该书可作为公路工程质检工程师、监理工程师及其他公路工程施工从业人员和大专院校相关专业师生的参考书。

《土木工程概论》一书由徐礼华编著, 武汉大学出版社 2005 年 8 月出版, 定价 30.00 元。

该书是武汉大学“十五”规划教材, 系统介绍了土木工程设计的理论和实践问题, 既有国内实际工程经验的高度概括, 又有基本理论的简要阐述。该书还对土木工程、测绘工程专业的特点进行了详细阐述, 以使两个专业的学生更好地掌握土木工程各专业的知识要点。

该书可作为大专院校相关专业师生的参考书。

《桥梁工程鉴定与加固手册》一书由陈开利, 王邦楣等编著, 人民交通出版社 2005 年 6 月出版, 定价 100.00 元。

该书的宗旨在于讲述桥梁鉴定与加固。前者是对桥梁建筑质量进行检查, 研究分析危害原因, 提出维修建议。后者则是确定具体的整治补强方案、方法以及如何实施操作。该书参考了大量国内外有关技术资料, 较严格地执行了我国公路桥梁养护规范、施工规范、质量检验评定技术标准及铁路桥梁检定规范。

该书可作为桥梁工程技术人员的参考书。