

一种新的岩体力学数值计算方法——叠单元法

汪卫明, 陈胜宏

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘要:提出了一种新的岩体力学数值计算方法——叠单元法。首先,对含多条不连续面的复杂岩体,将其离散成不含不连续面的整体网格和各条不连续面及其邻近区域的局部网格,而且网格之间相互独立。位移场通过在各网格中插值并叠加得到。然后,由虚功原理推导出了整体平衡方程中的广义刚度矩阵和荷载向量的具体表达式,并对其数值积分方法进行了讨论。最后,分析了2个平面应力问题的算例,且通过与有限单元法的计算结果进行对比,验证了叠单元法的准确性和合理性。叠单元法的最大特点是可以将复杂岩体的网格划分工作分解成几个相互独立的简单网格,从而使网格离散变得简便易行。该方法可以直接推广到三维问题和非线性问题中,因此,有望广泛应用于复杂岩体的变形与稳定分析。

关键词:岩石力学;叠单元法;岩体;不连续面

中图分类号: TU 458⁺.4; TP 183

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2005)07-1093-06

A NOVEL NUMERICAL ANALYSIS METHOD FOR ROCK MASSES —SUPERPOSED ELEMENT METHOD

WANG Wei-ming, CHEN Sheng-hong

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: Superposed element method (SEM), a novel numerical analysis method for rock masses, is proposed in this paper. At first, for the complicated rock masses containing many discontinuities, the mesh of the whole domain without any discontinuity and the mesh for each discontinuity, together with its adjacent zone, are generated separately. The displacement field is interpolated in each mesh and superposed together. Then, the generalized stiffness matrix and load vector in the equilibrium equations are formulated by using the virtual work principle, and the numerical integration method is discussed. Finally, two numerical examples of plane stress problem are studied by the new method, and the results are very close to those calculated by using FEM. The most distinguished characteristic of SEM is that its mesh generation is simplified greatly by partitioning the mesh of complicated rock mass into several separated simple meshes. The new method can be expanded to solve three-dimensional and non-linear problems directly, and is expected to be widely used in the deformation and stability analysis of complicated rock masses.

Key words: rock mechanics; superposed element method; rock mass; discontinuity

1 引言

岩体中普遍存在断层、泥化夹层和节理等不连

续面。这些不连续面对岩体的变形和稳定起着非常重要的作用。如何在岩体力学的数值模拟中尽可能真实地反映这一性质,一直备受力学界和工程界的关注。

收稿日期: 2004-10-18; **修回日期:** 2004-12-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50239070)

作者简介: 汪卫明(1975-),男,博士,1996年毕业于武汉水利电力大学水电工程系水利水电工程建筑专业,现为武汉大学在站博士后,主要从事水工结构和岩土工程数值模拟方面的研究工作。E-mail: wmwang@whu.edu.cn.

有限单元法(FEM)由于具有成熟的理论体系,且有多种大型商业软件可供选用,因此成为目前岩体工程中应用最为广泛的数值计算方法。但是当岩体中的不连续面较多时,有限单元法的网格划分工作量和难度则显过大。因此,实际工程中一般只能根据经验判断选取几条较重要的不连续面纳入计算网格。有鉴于此,近年来许多学者都致力于新的岩体力学数值方法研究,如:不连续岩体力学方法、数值流形方法(NMM)^[1]和无网格法^[2~6]等。不连续岩体力学方法主要包括刚体弹簧元法、离散元法(DEM)^[7, 8]、不连续变形分析法(DDA)^[1]、界面元法^[9, 10]、块体单元法^[11~16]等,将工程岩体视为被断层和节理等不连续面切割形成的块体结构,在处理不连续面发育充分的岩体变形和稳定问题时具有独特的优势。不连续岩体力学方法与以有限单元法为代表的连续介质力学方法是 2 套平行的方法体系,彼此互为补充和映证,但均无法取代对方的地位和作用。而数值流形方法和无网格法则不同,它们在概念上将连续和不连续介质力学问题统一起来。无论是数值流形方法的数学和物理这 2 套覆盖,还是无网格法的点覆盖函数加权,都可以统一描述连续和非连续位移场,从而大大简化甚至彻底取消了网格划分。但复杂岩体的覆盖构造和自动生成比较困难的问题也随之而来,因此,还有待进一步研究。

笔者提出了一种具备有限单元法和块体单元法优点的复合单元法(CEM)^[17~21]。该法将不连续面、锚杆、排水孔等视为复合单元内的子单元,网格离散不受不连续面、锚杆、排水孔等因素的影响,简化了前期处理的工作量,使得锚固和渗控优化设计与分析变得十分方便。

基于相同的目的,将提出另外一种新的岩体力学数值计算方法。对于含多条不连续面的复杂岩体,将其离散成不含不连续面的整体网格和各条不连续面及其邻近区域的局部网格,而且网格之间相互独立。由于位移场是通过在各网格中插值后再叠加得到,因此将此方法称为叠单元法(superposed element method, SEM)。

2 叠单元法的基本原理

2.1 结构离散

叠单元法的主要特点是将岩体中的不连续面离散成彼此独立的网格。考察图 1(a)所示的结构,内

含 1 条不连续面 F。在进行结构离散时,首先不考虑不连续面 F,而将结构离散成图 1(b)所示的整体网格;然后只考虑不连续面 F 及其附近区域,并将其离散成图 1(c)所示的局部网格。如果有 2 条或 2 条以上不连续面,则将其分别离散成图 1(c)所示的局部网格,且网格之间相互独立。

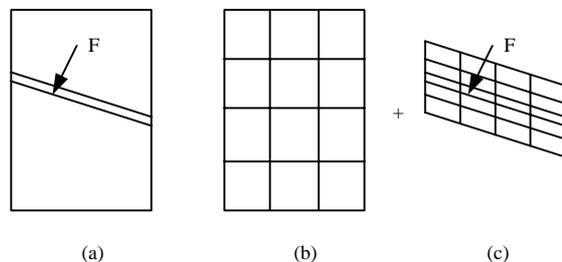


图 1 叠单元法的结构离散示意图

Fig.1 Schematic diagram of mesh generation of SEM

2.2 位移模式

仍然以图 1 中所示结构和网格为例,为叙述方便,用下标“g”表示图 1(b)所示整体网格,下标“1”表示图 1(c)所示局部网格。任意点的位移 {u} 可以表示为

$$\{u\} = [N_g]\{u_g\}_e + [N_1]\{u_1\}_e \quad (1)$$

式中: [N_g] 和 [N₁] 分别为整体网格和局部网格的形函数矩阵, {u_g}_e 和 {u₁}_e 分别为对应的广义位移向量。

因为在整体网格和局部网格的重叠区内,该向量并不等于节点的位移,而是节点位移的一部分,所以称其为节点广义位移向量。为保证结构内部位移连续,对局部网格在整体结构内部的边界节点(如图 1(c)的上、下边界节点),均取全部方向的广义位移约束。

任意点的应变 {ε} 可以表示为

$$\{\varepsilon\} = [B_g]\{u_g\}_e + [B_1]\{u_1\}_e \quad (2)$$

式中: [B_g] 和 [B₁] 分别为整体网格和局部网格的应变矩阵。

2.3 本构关系

考虑线弹性情况,则任意点的应力 {σ} 可表示为

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B_g]\{u_g\}_e + [D][B_1]\{u_1\}_e \quad (3)$$

式中: [D] 为弹性矩阵,且为单元材料的弹性模量和泊松比的函数。

2.4 平衡方程

叠单元法的虚功原理可以表示为

$$\iiint_v \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv = \iiint_v \{\delta u\}^T \{q_v\} dv + \iint_s \{\delta u\}^T \{q_s\} ds \quad (4)$$

式中： $\{q_v\}$ 和 $\{q_s\}$ 分别为结构的体积分布力和面分布力，带“ δ ”的向量为虚向量。

将式(1)~(3)代入式(4)，整理可得

$$\iiint_v ([B_g]^T [D] [B_g] \{u_g\}_e + [B_g]^T [D] [B_l] \{u_l\}_e) dv = \iiint_v [N_g]^T \{q_v\} dv + \iint_s [N_g]^T \{q_s\} ds \quad (5)$$

$$\iiint_v ([B_l]^T [D] [B_g] \{u_g\}_e + [B_l]^T [D] [B_l] \{u_l\}_e) dv = \iiint_v [N_l]^T \{q_v\} dv + \iint_s [N_l]^T \{q_s\} ds \quad (6)$$

进一步可以表示为

$$[K] \{u\}_e = \{f\}_e \quad (7)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{gg} & K_{gl} \\ K_{lg} & K_{ll} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\{u\}_e = \left\{ \begin{matrix} \{u_g\}_e^T & \{u_l\}_e^T \end{matrix} \right\}^T \quad (9)$$

$$\{f\}_e = \left\{ \begin{matrix} \{f_g\}_e^T & \{f_l\}_e^T \end{matrix} \right\}^T \quad (10)$$

式中： $[K]$ 为整体广义刚度矩阵， $\{u\}_e$ 为节点广义位移向量， $\{f\}_e$ 为节点广义荷载向量。

$[K]$ 由 3 种类型的子矩阵组成，分别表达为

$$[K_{gg}]_{ij} = \iiint_v [B_g]_i^T [D] [B_g]_j dv \quad (11)$$

$$[K_{ll}]_{ij} = \iiint_v [B_l]_i^T [D] [B_l]_j dv \quad (12)$$

$$[K_{gl}]_{ij} = [K_{lg}]_{ji}^T = \iiint_v [B_g]_i^T [D] [B_l]_j dv \quad (13)$$

$\{f\}_e$ 由 2 个部分组成，分别为

$$\{f_g\}_e = \iiint_v [N_g]^T \{q_v\} dv + \iint_s [N_g]^T \{q_s\} ds \quad (14)$$

$$\{f_l\}_e = \iiint_v [N_l]^T \{q_v\} dv + \iint_s [N_l]^T \{q_s\} ds \quad (15)$$

以上推导过程考虑的是图 1 所示整体网格和一条不连续面的局部网格叠加在一起的情况。对于有 2 条或 2 条以上不连续面的情况，只需将式(8)~(10)进行扩充即可。

2.5 数值积分

式(11)~(15)中均涉及到积分运算。其中，

式(11)，(12)，(14)，(15)与有限单元法形式一致，采用高斯数值积分方法即可。而式(13)的积分区域是整体网格和局部网格的重叠部分，需采用以下方法进行数值积分：首先，从整体网格和局部网格中各取 1 个单元(记为单元 g 和单元 l ，要求两者有重叠部分)，并选取体积较小的单元加密高斯点(不失一般性，设其为单元 l)；然后，对每个高斯点，判断其是否在单元 g 内，若是，则在单元 l 中计算雅可比矩阵的行列式值和 $[B_l]$ 矩阵，在单元 g 内计算 $[B_g]$ 矩阵，并与弹性矩阵(取单元 l 的材料参数)相乘；最后，累加所有在单元 g 内的高斯点对广义刚度矩阵的贡献，即可得到单元 g 和单元 l 的重叠部分对式(13)的贡献。

3 算例分析

根据上述基本原理，编制了 1 个平面应力问题的叠单元法分析程序，并考察了 2 个算例。对每个算例，均同时采用有限单元法和叠单元法 2 种方法进行计算，以便于比较。

3.1 算例 1

图 2 所示梁结构长 8.00 m，高 0.80 m，正中间含 1 条宽 0.02 m 的不连续面，两端固定。梁结构的弹性模量为 10 GPa，泊松比为 0.25；不连续面的弹性模量为 1 GPa，泊松比为 0.35。施加结构自重荷载，容重为 0.025 MN/m³。

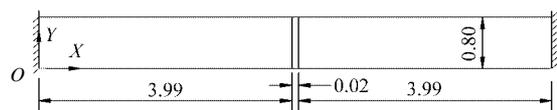


图 2 算例 1 示意图(单位：m)

Fig.2 Schematic diagram of example 1 (unit : m)

图 3，4 分别是有限单元法和叠单元法计算所用的网格。有限元网格共划分了 80 个四边形单元，105 个节点。叠单元法的网格由 2 个部分叠加而成，图 4(a)是没考虑不连续面的网格，单元数为 64，节点数为 85；图 4(b)是不连续面及邻近区域的网格，单元数为 24，节点数为 35。



图 3 算例 1 的有限元网格

Fig.3 FEM mesh of example 1

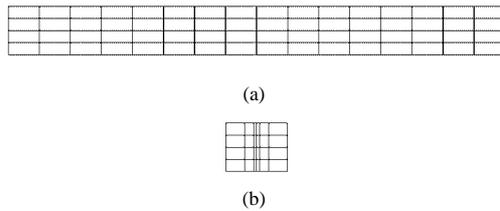


图 4 算例 1 的叠单元网格

Fig.4 SEM mesh of example 1

图 5 比较了 2 种方法计算出的梁结构下部边界的挠度曲线。图 6 比较了 2 种方法计算出的不连续面上各应力分量沿高度方向的分布曲线。分析对比结果，叠单元法计算的位移分量最大相对误差为 0.43%，应力分量最大相对误差为 1.68%。

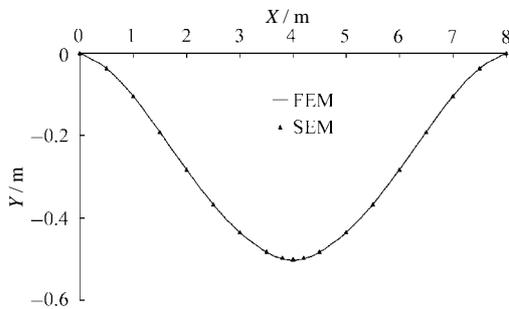


图 5 算例 1 的挠度曲线

Fig.5 Deflection curve of example 1

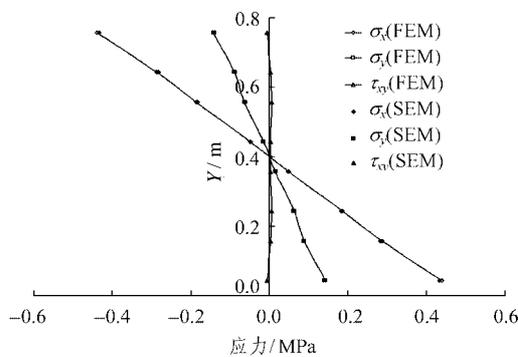


图 6 算例 1 的不连续面应力分布曲线

Fig.6 Stress distribution along the discontinuity of example 1

3.2 算例 2

图 7 所示边坡含 2 条不连续面 F1 和 F2，其中，F1 宽 0.96 cm，F2 宽 0.89 cm。边坡岩体的弹性模量为 10 GPa，泊松比为 0.25；不连续面的弹性模量为 1 GPa，泊松比为 0.35。施加结构自重荷载，容重为 0.025 MN/m³。计算时对边坡左、右侧边界以及下部边界均取法向位移约束。

图 8，9 分别是有限单元法和叠单元法计算所用的网格。有限元网格共划分 1 681 个四边形单元，

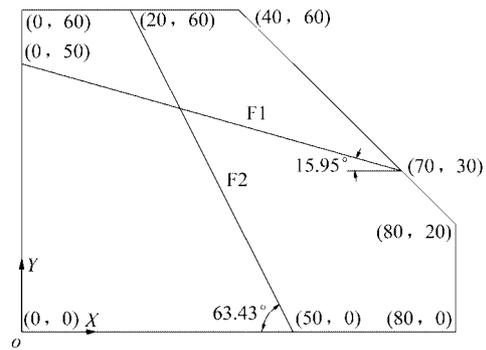


图 7 算例 2 示意图

Fig.7 Schematic diagram of example 2

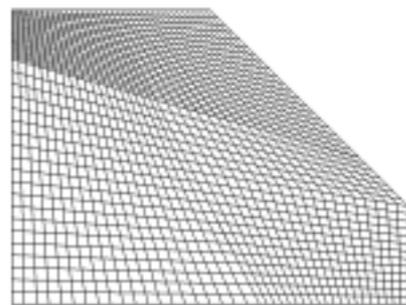
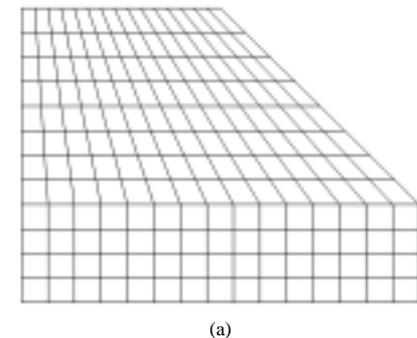


图 8 算例 2 的有限元网格

Fig.8 FEM mesh of example 2



(a)



(b)



(c)

图 9 算例 2 的叠单元网格

Fig.9 SEM mesh of example 2

1764 个节点。叠单元法的网格由 3 个部分叠加而成，图 9(a)是没考虑不连续面的网格，单元数为 180，节点数为 208；图 9(b)是不连续面 F1 及附近区域的网格，单元数为 280，节点数为 328；图 9(c)是不连续面 F2 及邻近区域的网格，单元数为 280，节点数为 328。

图 10,11 分别为有限单元法计算的位移和主应力矢量分布情况。图 12,13 则是叠单元法的计算结果。

对比可见，叠单元法计算的位移和应力分布规律与有限单元法是一致的。

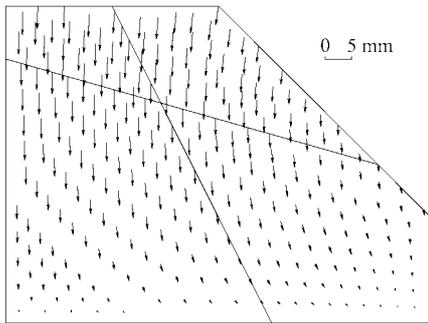


图 10 算例 2 的位移矢量图(FEM)
Fig.10 Displacement vector of example 2 (FEM)

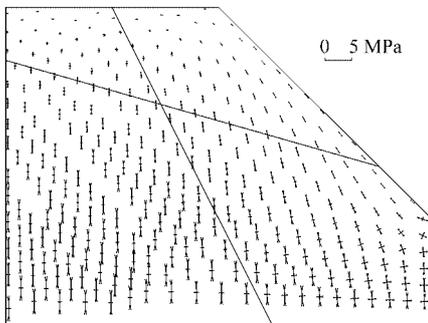


图 11 算例 2 的主应力矢量图(FEM)
Fig.11 Stress vector of example 2 (FEM)

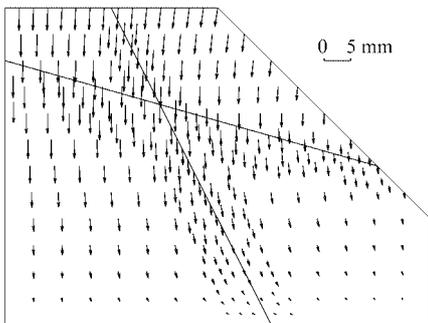


图 12 算例 2 的位移矢量图(SEM)
Fig.12 Displacement vector of example 2 (SEM)

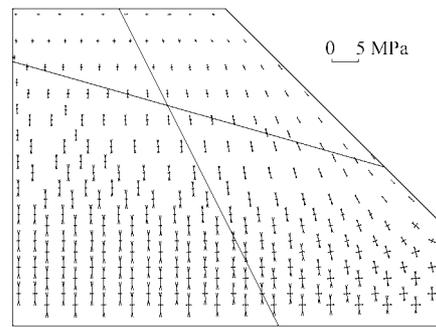


图 13 算例 2 的主应力矢量图(SEM)
Fig.13 Stress vector of example 2 (SEM)

图 14, 15 分别是不连续面 F1 和 F2 上的应力分布情况，2 种方法的计算结果非常接近。

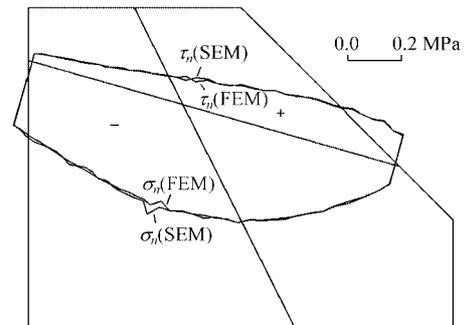


图 14 算例 2 中不连续面 F1 的应力分布
Fig.14 Stress distribution along discontinuity F1 of example 2

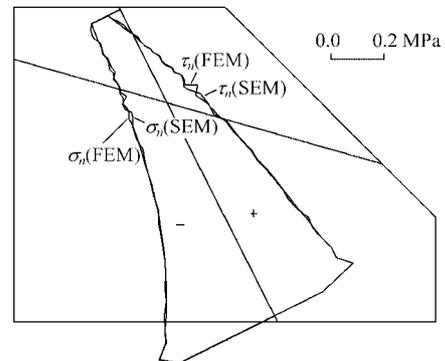


图 15 算例 2 中不连续面 F2 的应力分布
Fig.15 Stress distribution along discontinuity F2 of example 2

4 结 语

本文提出一种新的岩体力学数值计算方法——叠单元法，其最大特点是网格离散简便易行。作为初步研究，文中只考虑了线弹性的情况，且仅进行了平面应力问题的算例分析。分析结果表明：该方法可以直接推广到三维问题和非线性问题中，因此，有望广泛应用于复杂岩体的变形与稳定分析。

参考文献(References) :

- [1] 石根华. 数值流形方法与非连续变形分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.(Shi Genhua. Numerical Manifold Method and Discontinuous Deformation Analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.(in Chinese))
- [2] Belytschko T, Lu Y Y, Gu L. Element-free Galerkin methods[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37: 229–256.
- [3] Lu Y Y, Belytschko T, Gu L. A new implementation of the element-free Galerkin methods[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1994, 113: 397–414.
- [4] Belytschko T, Krongauz Y, Organ D, et al. Meshless method: an overview and recent developments[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996, 139: 3–47.
- [5] Duarte C A M, Oden J T. An h-p adaptive method using clouds[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996, 139: 237–262.
- [6] Liszka T J, Duarte C A M, Tworzydło W W. H-p-meshless cloud method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996, 139: 263–288.
- [7] Cundall P A. Formulation of a three-dimensional distinct element model—part 1: a scheme to detect and represent contacts in system composed of many polyhedral blocks[J]. International Journal of Rock Mechanics in Mining Science and Geomechanics Abstract, 1988, 25(3): 107–116.
- [8] Hart R D, Cundall P A, Lemos J. Formulation of a three-dimensional distinct element model—part 2: mechanical calculations for motion and intersection of a system composed of many polyhedral blocks[J]. International Journal of Rock Mechanics in Mining Science and Geomechanics Abstract, 1988, 25(3): 117–126.
- [9] 卓家寿, 赵宁. 不连续介质静、动力分析的刚体弹簧元法[J]. 河海大学学报, 1993, 21(5): 34–43.(Zhuo Jiashou, Zhao Ning. Piecewise rigid body-interface spring method for problems of discontinuous medium[J]. Journal of Hohai University, 1993, 21(5): 34–43.(in Chinese))
- [10] 赵宁, 卓家寿. 结构的三维非线性界面元分析[J]. 河海大学学报, 1995, 23(2): 23–31.(Zhao Ning, Zhuo Jiashou. 3D non-linear interface element analysis of structures[J]. Journal of Hohai University, 1995, 23(2): 23–31.(in Chinese))
- [11] 陈胜宏, 王鸿儒, 熊文林. 岩体三维弹粘塑性块体理论的初步研究[J]. 武汉水利电力学院学报, 1990, 23(6): 55–61.(Chen Shenghong, Wang Hongru, Xiong Wenlin. A preliminary study on three dimensional elastic-viscoplastic block theory for rock masses[J]. Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, 1990, 23(6): 55–61.(in Chinese))
- [12] Chen S H. A new development in elastic-viscoplastic block theory of rock masses[A]. In: Proc. of the 8th Int. Conf. on Comput. Meth. and Advan. in Geomech.[C]. West Virginia (U.S.A.): A. A. Balkema, 1994. 2 235–2 240.
- [13] 陈胜宏. 岩体的广义弹粘塑性块体理论[J]. 水利学报, 1996, (1): 78–84.(Chen Shenghong. A general formulation of elastic-viscoplastic block theory of rock masses[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1996, (1): 78–84.(in Chinese))
- [14] 任青文, 余天堂. 块体单元法的理论和计算模型[J]. 工程力学, 1999, 16(1): 67–77.(Ren Qingwen, Yu Tiantang. Theory and calculating model of block element method[J]. Engineering Mechanics, 1999, 16(1): 67–77.(in Chinese))
- [15] Wang W M, Chen S H. A new implementation of elastic-viscoplastic block theory for rock masses[A]. In: Proc. of the 10th Int. Conf. on Comput. Meth. and Advan. in Geomech.[C]. Arizona (U. S. A.): A. A. Balkema, 2001. 417–422.
- [16] 汪卫明, 陈胜宏. 岩体的三维弹粘塑性阶谱块体单元法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(4): 525–531.(Wang Weiming, Chen Shenghong. 3D Elasto-visco-plastic hierarchical block element method for rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(4): 525–531.(in Chinese))
- [17] 陈胜宏, 强晟, 陈尚法. 加锚岩体的三维复合单元模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 1–8.(Chen Shenghong, Qiang Sheng, Chen Shangfa. Study on the three-dimensional composite element model of bolted rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(1): 1–8.(in Chinese))
- [18] Chen S H, He Z G, Egger P. Study of hollow friction bolts in rock by a three-dimensional composite element method[A]. In: Handley M, Stacey D ed. Proc. of the 10th ISRM Cong.[C]. South Africa: The South African Institute of Mining and Metallurgy, 2003. 203–206.
- [19] Chen S H, Xu Q, Hu J. Composite element method for seepage analysis of geotechnical structures with drainage hole array[J]. Journal of Hydrodynamics (Ser. B), 2004, 16(3): 260–266.
- [20] Chen S H, Qiang S, Chen S F, Egger P. Composite element model of the fully grouted rock bolt[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2004, 37(3): 193–212.
- [21] Chen S H, Qiang S. Composite element model for discontinuous rock masses[J]. International Journal of Rock Mechanics in Mining Science and Geomechanics Abstract, 2004, 41(7): 865–870.