

# 三向应力作用下的 Rankine 被动土压力公式

陈秋南<sup>1,2</sup>, 张永兴<sup>2</sup>, 周小平<sup>2</sup>

(1. 湖南科技大学 土木工程学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

**摘要:** 基于 Mohr-Coulomb 理论推导的 Rankine 被动土压力计算公式, 只考虑大小主应力的影响, 没有考虑中间主应力的影响, 而三向应力作用的双剪强度理论克服了 Mohr-Coulomb 屈服准则的不足, 使被动土压力公式在三向应力作用下推导出来, 更加符合实际, 实例演算表明三向应力状态下的被动土压力值大于经典 Rankine 被动土压力值, 计算结果用于设计更偏于安全。

**关键词:** 土力学; 三向应力状态; 双剪强度理论; 被动土压力

**中图分类号:** TU 432

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)05-0880-03

## FORMULA OF RANKINE PASSIVE EARTH PRESSURE IN TRIAXIAL STATE OF STRESS

CHEN Qiu-nan<sup>1,2</sup>, ZHANG Yong-xing<sup>2</sup>, ZHOU Xiao-ping<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

2. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** The traditional formula of Rankine passive earth pressure of retaining wall is deduced based on Mohr-Coulomb strength theory in which the intermediate principal stress is not considered. In this paper, the formula of Rankine passive earth pressure of retaining wall in triaxial state of stress is established based on twin shear strength theory. A calculation example shows that the passive earth pressure of retaining wall is increased when the influence of the intermediate principal stress is considered.

**Key words:** soil mechanics; triaxial state of stress; twin shear theory; passive earth pressure

## 1 引言

自俞茂宏提出双剪强度理论以来, 该理论在金属材料方面获得了广泛的应用, 近年来在岩土工程材料方面也有很大应用, 如地基极限承载力<sup>[1,2]</sup>、巷道围岩弹塑性分析<sup>[3]</sup>、围压卸荷过程应力-应变关系<sup>[4]</sup>等。经典 Rankine 被动土压力公式是基于 Mohr-Coulomb 理论, 只考虑二维应力, 而没有考虑中间主应力  $\sigma_2$  的影响。实验证明中间主应力对土体的屈服和破坏也有影响<sup>[1-4]</sup>。故经典 Rankine 被

动土压力公式并不能完全反映挡土墙压力的实际情况。双剪强度理论考虑了中间应力  $\sigma_2$  及应力 Lode 角  $\theta_\sigma$  对土屈服和破坏的影响, 比 Mohr-Coulomb 屈服准则考虑较为全面, 比较适用于岩土材料<sup>[5-10]</sup>。

## 2 基本假设

挡土墙的土压力计算基本假设为:

(1) 挡土墙是一弹性半无限空间。

(2) 挡土墙墙背光滑(满足剪应力为 0 的边界应力条件)、竖直及墙后填土表面水平并无限延长。

收稿日期: 2003-11-17; 修回日期: 2003-12-18

基金项目: 国家“十五”科技攻关计划项目(2001BA604A02)

作者简介: 陈秋南(1968-), 男, 1987年毕业于井冈山师范学校物理专业, 现为博士研究生、副教授, 主要从事岩土与隧道工程方面的研究工作。  
E-mail: cqndoc@163.com.

### 3 三向应力作用下被动土压力公式

平面应变问题的双剪强度理论可以表示为

$$\sigma_3 - \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} + \left( \sigma_3 + \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \right) \sin \varphi = 2c \cos \varphi \quad (1)$$

根据文[8~10], 可令  $\sigma_2 = \frac{m}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ , 则式(1)

变为

$$[(4-m) + (4+m)\sin \varphi]\sigma_3 - [(m+2) - (m+2)\sin \varphi]\sigma_1 = 8c \cos \varphi \quad (2)$$

由文[4]知, 当土体处于弹性状态时,  $m < 1$ ; 当土体屈服时,  $m \rightarrow 1$ 。

变换式(2), 大主应力  $\sigma_1$  和小主应力  $\sigma_3$  之间应满足以下关系式:

$$\sigma_1 = \frac{(4-m) + (4+m)\sin \varphi}{(m+2) - (m+2)\sin \varphi} \sigma_3 - \frac{8c \cos \varphi}{(m+2) - (m+2)\sin \varphi} \quad (3)$$

$$\sigma_3 = \frac{(m+2) - (m+2)\sin \varphi}{(4-m) + (4+m)\sin \varphi} \sigma_1 + \frac{8c \cos \varphi}{(4-m) + (4+m)\sin \varphi} \quad (4)$$

对于图 1 所示的挡土墙, 当墙体受到外力作用而推向土体时, 填土中任意深度  $z$  处的竖向应力  $\sigma_z = \gamma z$  不变, 即小主应力不变, 而水平应力  $\sigma_x$  却逐渐增大直至出现 Rankine 被动状态,  $\sigma_x$  达到最大值, 即被动土压力强度, 是大主应力。式(4)变为

$$\sigma_p = \frac{(4-m) + (4+m)\sin \varphi}{(m+2) - (m+2)\sin \varphi} \gamma z + \frac{8c \cos \varphi}{(m+2) - (m+2)\sin \varphi} = \gamma z k_p + 2c \sqrt{k_p} \quad (5)$$

其中,

$$k_p = \frac{(4-m) + (4+m)\sin \varphi}{(m+2) - (m+2)\sin \varphi}$$

$$\sqrt{k_p} = \frac{4 \cos \varphi}{(m+2) - (m+2)\sin \varphi}$$

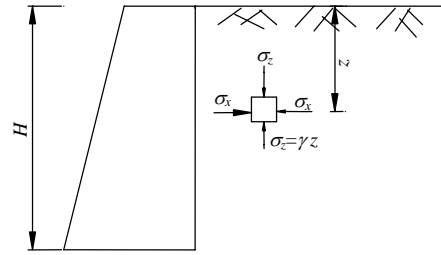


图 1 被动土压力计算简图

Fig.1 Calculation schematic of passive earth pressure

由式(5)可知粘性土的被动土压力强度呈梯形分布, 如图 2 所示。

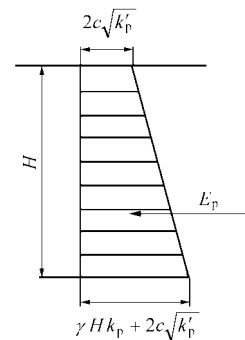


图 2 被动土压力强度分布

Fig.2 Distribution of passive earth pressure

挡土墙取单位长度计算时, 则被动土压力  $E_p$  为

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_p + 2cH \sqrt{k_p} \quad (6)$$

粘性土被动土压力  $E_p$  通过梯形压力分布图的形心。

对于无粘性土, 因粘聚力为 0, 即式(6)第 2 项为 0, 所以其被动土压力为三角形分布, 被动土压力通过三角形的形心。

### 4 算例分析

已知某挡土墙高 8 m, 墙背竖直光滑, 填土面水平。填土的物理力学参数指标分别为:  $c = 12.0$  kPa,  $\varphi = 20^\circ$ ,  $\gamma = 18.0$  kN/m<sup>3</sup>。试求该挡土墙所受到的被动土压力。

(1) 经典 Rankine 被动土压力公式算法  
被动土压力系数为

$$k_p = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) = 2.04$$

被动土压力为

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_p + 2cH \sqrt{k_p} = 1449.60 \text{ kN/m} \quad (7)$$

(2) 三向应力状态下的 Rankine 被动土压力公式计算法

当  $m = 1$  时, 被动土压力系数为

$$k_p = \frac{(4 - m) + (4 + m) \sin \varphi}{(m + 2) - (m + 2) \sin \varphi} = 2.386$$

$$\sqrt{k'_p} = \frac{4 \cos \varphi}{(m + 2) - (m + 2) \sin \varphi} = 1.904$$

则被动土压力为

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_p + 2cH \sqrt{k'_p} = 1739.904 \text{ kN/m} \quad (8)$$

当  $m = 0.9$  时, 被动土压力系数为

$$k_p = \frac{(4 - m) + (4 + m) \sin \varphi}{(m + 2) - (m + 2) \sin \varphi} = 2.503$$

$$\sqrt{k'_p} = \frac{4 \cos \varphi}{(m + 2) - (m + 2) \sin \varphi} = 0.717$$

则被动土压力为

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 k_p + 2cH \sqrt{k'_p} = 1579.392 \text{ kN/m} \quad (9)$$

比较经典 Rankine 被动土压力公式与三向应力状态下 Rankine 被动土压力公式的计算结果式(7)~(9)可知, 三向应力状态考虑了土的中间主应力作用, 计算出的被动土压力值比经典 Rankine 被动土压力值大, 且随着中间主应力参数  $m$  的增大, 被动土压力逐渐增大。

## 5 结 论

(1) 三向应力状态下的双剪强度理论 Rankine 被动土压力公式计算值比经典 Rankine 被动土压力值大。

(2) 随着中间主应力参数  $m$  的增大, 被动土压力逐渐增大, 且  $m = 1$  时被动土压力值最大。

### 参考文献(References):

[1] 周小平, 黄煜镔, 丁志诚. 考虑中间应力的太沙地基极限承载力公式[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1554-1556. (Zhou Xiaoping, Huang Yubin, Ding Zhicheng. Influence of intermediate principal stress on the formula of Terzaghi ultimate bearing capacity of foundations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(10): 1554-1556. (in Chinese))

[2] 周小平, 王建华, 张永兴. 三向应力状态下条形地基极限承载力计算方法[J]. 重庆建筑大学学报, 2002, 24(3): 28-32. (Zhou Xiaoping, Wang Jianhua, Zhang Yongxing. Calculation of ultimate bearing capacity of foundation under triaxial compressive loading[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2002, 24(3): 28-32. (in Chinese))

[3] 胡小荣, 俞茂宏. 统一强度理论及其在巷道围岩弹塑性分析中应用[J]. 中国有色金属学报, 2002, 12(5): 1021-1026. (Hu Xiaorong, Yu Maohong. Unified strength and its application in elasto-plastic analysis to tunnel[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2002, 12(5): 1021-1026. (in Chinese))

[4] 周小平, 哈秋聆, 张永兴. 考虑裂隙间相互作用下围压卸荷过程应力应变关系[J]. 力学季刊, 2002, 23(2): 227-235. (Zhou Xiaoping, Ha Qiuling, Zhang Yongxing. Constitutive model for crack-weakened rock mass under confining pressure unloading with crack interaction effect[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2002, 23(2): 227-235. (in Chinese))

[5] 张学言. 岩土塑性力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1993. (Zhang Xueyan. Geotechnical Plastic Mechanics[M]. Beijing: China Communications Press, 1993. (in Chinese))

[6] 俞茂宏, 咎月稳, 李建春. 统一强度理论角点奇异性的统一处理[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(增): 849-852. (Yu Maohong, Zan Yuewen, Li Jianchun. Unified manner to eliminate the corner singularity of unified strength theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(Supp.): 849-852. (in Chinese))

[7] 俞茂宏. 双剪强度理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998. (Yu Maohong. Twin Shear Theory and Its Application[M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese))

[8] 罗汀, 姚仰平, 松冈元. 基于 SMP 准则的土的平面应变公式[J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 390-393. (Luo Ting, Yao Yangping, Matsuoka H. Soil strength equation in plane strain based on SMP[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(4): 390-393. (in Chinese))

[9] Kimata T, Uchida K, Hasegawa T. A considering on the intermediate principal stress of plane strain tests[A]. In: Proc. 27th Japan National Conf. On SMFE[C]. [s. l.]: [s. n.], 1992. 693-694.

[10] Matsuoka N. Prediction of plane strain strength for soils from triaxial compression[A]. In: Proc. of 10<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.[C]. Stockholm: [s. n.], 1981. 682-683.