

# 边坡工程可靠性的支持向量机估计

陆有忠<sup>1</sup>, 杨有贞<sup>2</sup>, 张会林<sup>1</sup>

(1. 北京科技大学 土木与环境工程学院, 北京 100083; 2. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200030)

**摘要:** 针对边坡工程可靠性分析中存在的问题以及边坡工程地质条件、岩土体参数和力学上的不确定性, 基于支持向量机的结构简单、学习性能出色和有较强的推广性等优点, 提出了用支持向量机来估计边坡工程的可靠性。结果分析表明, 该方法具有一定的工程参考和使用价值。

**关键词:** 岩土力学; 边坡工程; 可靠性; 支持向量机; 边坡稳定性分析

**中图分类号:** TU 457      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-6915(2005)01-0149-05

## RELIABILITY EVALUATION OF SLOPE ENGINEERING BY SUPPORT VECTOR MACHINE

LU You-zhong<sup>1</sup>, YANG You-zhen<sup>2</sup>, ZHANG Hui-lin<sup>1</sup>

(1. *School of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;*  
2. *School of Watercraft Ocean and Architecture Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China*)

**Abstract:** Based on the problems existing in reliability analysis of slope engineering, complicated geological conditions of slope engineering, physicomechanical parameters of rock and soil, and uncertainty of mechanical mechanism, support vector machines(SVM) method is presented and applied to evaluate the reliability of slope engineering. The results show that the SVM method has advantages in its simple structure, excellent capability in studying and good application prospects.

**Key words:** rock and soil mechanics; slope engineering; reliability; support vector machines; slope stability analysis

## 1 引言

边坡工程可靠性分析是边坡稳定性分析的重要组成部分。长期以来, 边坡工程中通常用取定值的方法研究其稳定性<sup>[1, 2]</sup>。从 20 世纪 70 年代中后期开始, 国外学者把概率统计原理引用到边坡工程可靠性分析中。目前, 国内许多学者也进行了边坡工程可靠性的概率分析研究以及神经网络估计<sup>[3-6]</sup>。但可靠性概率分析的缺点是: 计算前所需要的大量统计资料难于获取, 各因素的概率模型及数字特征

等合理选取问题还没有得到很好的解决, 其计算较一般的极限平衡方法更复杂和困难。而利用神经网络<sup>[7, 8]</sup>(主要是 BP 网络)估计边坡工程可靠性时, 由于样本数有限和缺乏理论指导, 存在如下不足: (1) 要预先设定神经网络的结构或在训练过程中不断地进行摸索, 造成了这种方法对“使用者”先验知识和经验的过分依赖; (2) 神经网络可能会陷入局部极小; (3) 产生“过学习”问题。

本文针对以上可靠性分析中遇到的困难, 利用支持向量机理论的最大特点——根据 Vapnic 结构风险最小化(structural risk minimization, 简称为 SRM)

**收稿日期:** 2003-3-21; **修回日期:** 2004-9-2

**作者简介:** 陆有忠(1976-), 男, 2001 年于宁夏大学物理电气信息学院物理专业获硕士学位, 现为博士研究生, 主要从事人工智能以及岩土工程优化设计理论与方法方面的研究工作。E-mail: yz\_lu@126.com。

原则，尽量提高学习机的泛化能力，即由有限的训练集样本得到的小的误差能够保证对独立的测试集仍保持小的误差。另外，支持向量机算法是一个凸二次优化问题，能够保证找到的极值解是全局最优解。

## 2 支持向量机的基本原理

支持向量机(support vector machine，简称为 SVM)是基于 Vapnic - Chervonenkis(即 VC)理论的创造性机器学习方法，是由 Vapnic 和他在 AT&T 贝尔实验室的合作者提出的<sup>[9]</sup>。下面以 2 类分类问题说明支持向量机的基本原理<sup>[9-11]</sup>。

对于 2 类分类问题，就是找到一个可计算的分类函数  $y = f(x)$ ， $x \in R^n$ ， $y \in \{1, -1\}$ 。设给定  $l$  个样本，即

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\} \quad (1)$$

式中： $x_i \in R^n$ ， $y_i \in \{1, -1\}$ 。找到一个可将样本分离的超平面，即

$$(w \bullet x) + b = 0 \quad (2)$$

式中： $w \in R^n$ ， $b \in R$ 。对应的分类函数为

$$f(x) = \text{sign}[(w \bullet x) + b] \quad (3)$$

超平面满足约束条件：

$$y_i[(w \bullet x) + b] \geq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, l) \quad (4)$$

因为两类样本离超平面都有一定的距离，所以引入一个松弛变量  $\xi_j \geq 0$ ，于是超平面的约束变为

$$y_i[(w \bullet x) + b] \geq 1 - \xi_j \quad (i = 1, 2, \dots, l) \quad (5)$$

如果样本集中的所有向量均能被某个超平面正确划分，并且距离超平面最近的异类向量之间的距离最大(即边缘最大化)，则该平面为最优超平面。这样分类使问题变成满足  $\xi_j \geq 0$  和式(3)的最小化问题，即

$$\min : \Phi(w) = \frac{1}{2}(w \bullet w) + C \sum_{i=1}^l \xi_j \quad (6)$$

式中：方程右边第 1 项是使两类样本到超平面的最小距离为最大；第 2 项是使误差最小； $C$  为惩罚参数， $C$  越大对错误的惩罚越重。这个带有约束的优化问题可以通过引入 Lagrange 函数( $\alpha_i \geq 0$ ， $\mu_i \geq 0$ )来解，即

$$L(w, b, \alpha, \mu) = \frac{1}{2}\|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l \xi_j -$$

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i [y_i (w \bullet x + b) - 1 + \xi_j] - \sum_{i=1}^l \mu_i \bullet \xi_j \quad (7)$$

上式必须满足对  $w, b$  最小化，对  $\alpha_i, \mu_i$  最大化，即由 Karush - Kuhn - Tucker(简称 KKT)条件可得

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0 \quad (8)$$

$$w = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i x_i \quad (9)$$

由此可得优化问题的对偶形式，即最大化函数为

$$\max : w(\alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l \alpha_i \alpha_j y_i y_j (x_i \bullet x_j) + \sum_{i=1}^l \alpha_i \quad (10)$$

约束条件为

$$\alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i y_i = 0 \quad (12)$$

相应的分类函数可化为

$$f(x) = \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i (x \bullet x_i) + b \right] \quad (13)$$

对于非线性可分的情况，可使用一个非线性函数  $\phi$ ，把输入向量  $x$  映射到一个高维特征空间(Hilbert 空间)中，然后在此空间中构建最优超平面，相应的超平面为

$$w \bullet \phi(x) + b = 0 \quad (14)$$

所以分类函数变为

$$f(x) = \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i (\phi(x_i) \bullet \phi(x)) + b \right] \quad (15)$$

支持向量机理论只考虑高维特征空间的点积运算，即设有核函数  $K$ (kernel function)，则其满足：

$$K(u_i, u_j) = \phi(u_i) \bullet \phi(u_j) \quad (16)$$

而不直接用函数  $\phi$ ，从而巧妙地解决了这个问题。

相应的优化问题式(10)~(12)可化为

$$\max : w(\alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j) + \sum_{i=1}^l \alpha_i \quad (17)$$

约束条件即为式(11)，(12)，则分类函数变为

$$f(x) = \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i (K(x, x_i) + b) \right] \quad (18)$$

式中： $x_i \in R^n$  表示第  $i$  个样本，是一个  $n$  维向量，代表影响边坡稳定的  $n$  个因素，为输入变量； $y_i$  表示边坡是否发生破坏， $y_i$  取 1 为稳定，取 -1 为破坏； $x$  为可靠性指标。

对以上的优化问题有很多方法可以解决，例如序列最小化(SMO)算法和内点算法<sup>[12]</sup>。远离超平面的输入向量所对应的 $\alpha_i$ 必定为零，而非零的 $\alpha_i$ 对应的向量完全确定了超平面，因此称为支持向量(support vector, 简称 SV)。分类函数 $f(x)$ 由 SV 唯一确定，非 SV 被移去；重复训练，分类超平面不会改变，而移去一个 SV 则超平面往往改变。常用的核函数如下：

(1) 线性核：

$$K(x, y) = x \bullet y$$

(2) 多项式核：

$$K(x, y) = [(x \bullet y) + 1]^d \quad (d=1, 2, \dots)$$

(3) 径向基函数核：

$$K(x, y) = \exp[-\|x - y\|^2 / (2\sigma^2)] \quad (\sigma > 0)$$

(4) 2 层神经网络核：

$$K(x, y) = \tanh[a(x \bullet y) - \delta]$$

式中： $\tanh(\cdot)$  为 Sigmoid 函数； $a, \delta$  为常数。

### 3 构造边坡工程可靠性的支持向量机模型

利用 SVM 进行边坡工程可靠性分析，就是寻找影响边坡稳定和发生破坏之间的关系<sup>[13-16]</sup>，即式(18)。

对边坡工程可靠性的估计，其影响因素有：内摩擦角 $\varphi$ 、边坡角 $\psi_f$ 、岩石容重 $\gamma$ 、孔隙压力 $r_u$ 、粘聚力 $c$ 和边坡高度 $H$ 。本估计所使用的模型参数是从国内 30 多个边坡收集的 25 个实例中所得到的<sup>[17]</sup>。其中，所得数据的可靠性指标 $x$ 是将确定性分析中计算最小安全系数方法推广到计算最小可靠性指标所得。利用所得数据，选取 20 个样本进行学习，将剩余的 5 个样本作为考核本系统的检验样本。利用学习样本(表 1)模型进行训练，直到误差小于 0.006 为止。根据学习结果，稳定实例是 7 个，破坏实例是 13 个。通过多种核函数和大量参数调试，发现最好的模型为多项式核函数，且 $d=2, C=0.6$ 。学习后得到支持向量 16 个。各个支持向量的 $\alpha$ 值及其对应的样本序号见表 2。用此模型对 40 个学习样本和 10 个测试样本进行预测，其中，学习样本错误数为 2，测试样本错误数为 0。

多项式核函数中的参数 $d$ 值和 $C$ 值对模型的影

表 1 模型学习样本

Table 1 Samples of study model

样本序号	内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$	边坡角 $\psi_f / (^\circ)$	岩石容重 $\gamma / \text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	孔隙压力 $r_u / \text{kPa}$	粘聚力 $c / \text{kPa}$	边坡高度 $H / \text{m}$	可靠性指标 $x$	边坡状态 $y$
1	21.0	33.0	21.00	0.30	17.00	214.9	2.142	-0.994
2	23.0	34.2	21.60	0.30	17.00	252.3	2.035	-1.003
3	21.0	39.6	26.40	0.30	26.40	335.2	2.724	1.006
4	28.4	42.5	26.40	0.30	28.00	360.1	2.169	-0.998
5	28.4	36.0	27.00	0.30	19.50	264.5	2.653	0.957
6	32.0	41.2	29.10	0.30	27.90	342.1	2.174	1.026
7	33.0	36.5	30.20	0.35	35.60	286.4	3.065	-1.115
8	35.7	32.1	21.90	0.35	38.70	206.3	3.124	-1.002
9	35.0	39.8	26.80	0.25	52.10	341.2	3.052	-0.982
10	37.1	41.6	27.40	0.40	62.00	352.3	2.853	-0.963
11	37.6	45.7	28.00	0.40	54.90	394.1	2.140	-0.982
12	38.5	50.2	29.60	0.40	32.60	458.9	2.068	1.015
13	38.0	46.8	28.50	0.25	38.60	406.3	2.351	-1.002
14	24.5	44.3	28.00	0.25	64.80	385.7	2.637	-1.149
15	24.0	35.9	27.40	0.25	55.30	268.3	3.182	1.147
16	24.0	43.8	27.40	0.35	28.00	376.4	3.681	1.021
17	32.6	36.9	28.30	0.35	0.00	125.1	2.796	-0.964
18	33.2	38.5	26.50	0.35	21.40	258.4	2.358	-1.153
19	30.9	44.7	27.00	0.30	21.00	184.7	3.254	-1.006
20	31.0	42.9	29.40	0.40	10.50	346.9	2.748	1.102

表 2 边坡工程可靠性样本学习后得到的 SV 值及 $\alpha$ 值

Table 2 The values of SV and  $\alpha$  obtained from the samples of reliability for slope engineering after studying

SV	样本序号	$\alpha$	SV	样本序号	$\alpha$
1	1	0.008 152	9	11	0.012 857
2	3	0.016 728	10	12	0.020 741
3	4	0.036 682	11	14	0.170 250
4	5	0.007 813	12	15	0.009 211
5	6	0.023 715	13	16	0.011 362
6	7	0.200 000	14	17	0.025 168
7	9	0.020 319	15	19	0.200 000
8	10	0.009 574	16	20	0.007 639

响十分明显，经过调试多个值可得  $d$  和  $C$  值与最大相对误差关系曲线分别如图 1 和 2 所示。

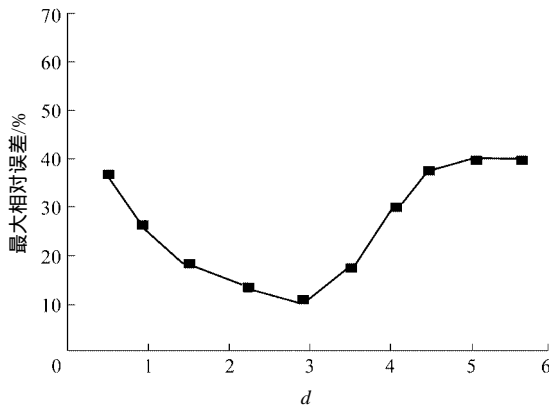


图 1  $d$  值对预测结果的影响( $C = 2$ )

Fig.1 The effect of  $d$  value on the forecast result( $C = 2$ )

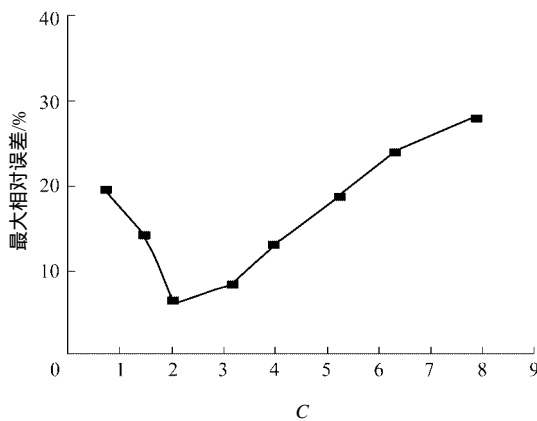


图 2  $C$  值对预测结果的影响( $d = 3$ )

Fig.2 The effect of  $C$  value on the forecast result( $d = 3$ )

根据可靠性指标的实际值和预测值结果，可算得绝对误差最大值为 0.15，相对误差最大值为 9%(见表 3)。由此可见，基于支持向量机模型的边坡工程可靠性预测的精度是相当高的。

### 4 结 语

SVM 作为一种新的基于统计学习理论的学习机(statistical learning theory，简称为 SLT)，近几年无论在算法理论本身还是在其他领域中的应用都有很大发展。作为一种新型的学习机，SVM 可从训练样本中很好地提取特征，最终实现的非线性分类器可以比以往的方法更有效地区分真实样本与虚假样本。本文把它应用于边坡工程可靠性分析，由于边坡稳定与否受很多因素影响，而且有些因素很难

表 3 支持向量机预测结果与真值对比

Table 3 Contrast of SVM's estimation and true values

样本序号	可靠性指标 $x$			
	预测值	真实值	绝对误差	相对误差/%
1	3.276	3.271	0.005	0.15
2	1.234	1.132	0.102	9.00
3	5.421	5.410	0.011	0.20
4	2.610	2.602	0.008	0.31
5	3.519	3.548	- 0.029	- 0.82
6	4.018	4.045	- 0.027	- 0.67
7	2.004	2.018	- 0.014	- 0.69
8	3.779	3.629	0.150	3.11
9	1.357	1.321	0.036	2.73
10	5.128	5.036	0.092	3.93

定量描述(如粘聚力)，因此，也就很难在边坡稳定与否之间建立一种确定关系；而 SVM 可以充分利用以前的实例，通过学习建立边坡稳定与否以及各因素之间的一种关系模型，从而判断出边坡状态。

通过边坡工程可靠性模型的建立，可得出如下结论：

- (1) 用 SVM 建立模型比较简单，对各个因素的数据无需处理，即可以是整数或小数等。
- (2) 在模型的建立中，核函数的选择起着决定性作用。若选择合适，则可以提高运算速度和精度。
- (3) 由于 SVM 是通过解一个凸二次规划问题得出的结果，所以找到的解是全局最优解，并且有很高的精度。

### 参考文献(References)：

[1] Whitman R V. Evaluation calculated risk in geomechanical engineering[J]. J. Geotech. Engrg., ASCE, 1984, 110(8) : 145 - 188.

[2] 戴自航,沈蒲生. 土坡稳定分析简化 Bishop 法的数值解[J]. 岩土力学, 2002, 23(6) : 760 - 764.(Dai Zihang, Shen Pusheng. Numerical solution of simplified Bishop method for stability analysis of soil slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(6) : 760 - 764.(in Chinese))

[3] 张 兴. 边坡工程的可靠性分析[A]. 见：陈祥福编. 岩土力学进展[C]. 北京：中国展望出版社，1990. 31 - 40.(Zhang Xing. Reliability Analysis for Slope Engineering[A]. In : Chen Xiangfu ed. Progress on

- Geomechanics[C]. Beijing :China Publishing House of Prospect ,1990. 31 – 40. (in Chinese))
- [4] Cho S E , Lee S R. Evaluation of surficial stability for homogeneous slopes considering rainfall characteristics[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering ,ASCE ,2002 ,128(9) :756 – 763.
- [5] 贺建民, 邱贤德, 阎宗岭等. 矿山边坡可靠性概率分析的研究[J]. 重庆工业管理学院学报, 1999, 13(3) : 6 – 11.(He Jianmin , Qiu Xiande , Yan Zongling , et al. Study on fail-safe probability analysis of mine side slope[J]. Journal of Chongqing Industrial College , 1999 , 13(3) : 6 – 11.(in Chinese))
- [6] 张社荣, 贾世军, 郭怀志. 岩石边坡稳定的可靠度分析[J]. 岩土力学, 1999, 20(2) : 57 – 61.(Zhang Sherong , Jia Shijun , Guo Huaizhi. Reliability analysis of the rock slope stability[J]. Rock and Soil Mechanics , 1999 , 20(2) : 57 – 61.(in Chinese))
- [7] Pradeep U K , Nitin K D. Neural networks for profiling stress history of clays from PCPT data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering , ASCE , 2002 , 128(7) : 569 – 579.
- [8] 林鲁生, 冯夏庭, 白世伟等. 人工神经网络在边坡滑移预测中的应用[J]. 岩土力学, 2002 ,23(4) :508 – 510.(Lin Lusheng ,Feng Xiating , Bai Shiwei ,et al. Applilcation of artificial neural network to prediction of sliding slope[J]. Rock and Soil Mechanics , 2002 , 23(4) : 508 – 510.(in Chinese))
- [9] Vapnic V N. The Nature of Statistical Learning Theory[M]. New York : Springer-Verlag , 1995. 126 – 178.
- [10] Burges C J C. A tutorial on support vector machines for pattern recognition[J]. Data Mining and Knowledge Discovery , 1998 , 2(2) : 124 – 164.
- [11] 张学工. 关于统计学习理论与支持向量机[J]. 自动化学报, 2000 , 26(1) : 32 – 42.(Zhang Xuegong. Introduction to statistical learning theory and support vector machines[J]. Journal of Automatic Chemistry , 2000 , 26(1) : 32 – 42.(in Chinese))
- [12] Shevade S K. Improvements to the SMO algorithm for SVM regression[J]. IEEE , Transactions on Neural Networks , 2000 , 11(5) : 1 188 – 1 193.
- [13] 赵洪波, 冯夏庭, 尹顺德. 基于支持向量机的岩体工程分级[J]. 岩土力学, 2002 , 23(6) : 698 – 701.(Zhao Hongbo , Feng Xiating , Yin Shunde. Classification of engineering rock based on support vector machine[J]. Rock and Soil Mechanics , 2002 , 23(6) : 698 – 701.(in Chinese))
- [14] 冯夏庭, 赵洪波. 岩爆预测的支持向量机[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2002 , 23(1) : 57 – 59.(Feng Xiating , Zhao Hongbo. Prediction of rockburst using support vector machine[J]. The Journal of East-north University(Natural Science) ,2002 ,23(1) :57 – 59.(in Chinese))
- [15] 彭文轩, 刘东燕, 杨建国. 支护岩体滑移安全系数分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002 ,21(5) :684 – 687.(Pen Wenxuan ,Liu Dongyan , Yang Jianguo. Analysis on safety factor of anchored rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering ,2002 ,21(5) : 684 – 687.(in Chinese))
- [16] 赵洪波, 冯夏庭. 支持向量机函数拟合的边坡稳定性估计[J]. 岩石力学与工程学报, 2003 , 24(4) : 241 – 245.(Zhao Hongbo , Feng Xiating. Application of support vector machines function fitting in slope stability evaluation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2003 , 24(4) : 241 – 245.(in Chinese))
- [17] Sah N K , Sheorey P R , Upadhyaya L N. Maximum likelihood estimation of stability[J]. Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abs. , 1994 , 31(1) : 47 – 50.