

# 基于支持向量机的边坡稳定性预测模型

罗战友<sup>1,2</sup>, 杨晓军<sup>1</sup>, 龚晓南<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 岩土工程研究所, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江科技学院 岩土工程研究所, 浙江 杭州 310012)

**摘要:** 根据影响边坡稳定性的主要因素, 建立了边坡稳定性的支持向量机预测模型。该模型通过有限的经验数据的学习, 建立了边坡稳定性与其影响因素之间的非线性关系。运用所建立的模型对具体的岩体边坡进行了判定, 由结果知, 基于线性核的支持向量机分类器不能有效地建立边坡稳定与影响因素之间的非线性映射, 而基于神经网络核及径向基函数核的分类器能正确判定边坡的稳定性。

**关键词:** 岩土力学; 边坡稳定; 统计学习; 支持向量机; 核函数

**中图分类号:** TU 457

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)01-0144-05

## SUPPORT VECTOR MACHINE MODEL IN SLOPE STABILITY EVALUATION

LUO Zhan-you<sup>1,2</sup>, YANG Xiao-jun<sup>1</sup>, GONG Xiao-nan<sup>1</sup>

(1. Geotechnical Engineering Institute, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310012, China)

**Abstract:** Based on the main factors with important influence on slope stability, the support vector machine (SVM) model of slope evaluation is established. The nonlinear relation between slope stability and influencing factors is obtained from the finite empirical data by SVM model, and the model is applied to the practical engineering. Based on the results, it is not effective enough for SVM model of linear kernel function to find the nonlinear mapping between classification of slope stability and influencing factors, but the classifying device based on neural kernel functions and radial based function (RBF) kernel can correctly determine the classification of slope stability.

**Key words:** rock and soil mechanics; slope stability; statistics learning; support vector machine (SVM); kernel function

## 1 前言

边坡工程是一类典型的岩土工程, 边坡稳定性分析与评价结果的正确与否直接关系到边坡工程的成败。就目前而言, 判别边坡稳定性的方法主要有以下两大类: (1) 确定性方法。如极限平衡分析法, 是在假定滑动面形状及位置的前提下, 依据相应的力学理论(弹塑性理论, 粘弹性理论等)来评价边坡

的稳定性<sup>[1]</sup>。(2) 不确定性方法。它是结合影响边坡稳定性的各种因素, 利用一定的数学物理理论(如模糊数学理论<sup>[2]</sup>、灰色系统理论<sup>[3]</sup>、专家系统理论<sup>[4]</sup>、神经网络理论<sup>[5-7]</sup>等), 给出判定边坡稳定性的半定量分析方法。众所周知, 自然边坡是由漫长的地质作用造成的, 是一个受多因素影响、随时空变异的复杂动态系统。如用确定性的方法, 因其滑动面的位置及形状不能很好地确定, 有时还可能存在多个滑动面, 且边坡破坏的力学机理并不十分明确,

**收稿日期:** 2003-01-20; **修回日期:** 2003-04-31

**作者简介:** 罗战友(1975-), 男, 1998年毕业于西安建筑科技大学土木工程土木工程专业, 现主要从事静力压桩、地基处理及智能岩土力学方面的研究工作。E-mail: luozhanyou@sohu.com.

因此，会造成不能准确地评价边坡的稳定性<sup>[8-10]</sup>。针对边坡工程具有可变性、不确定性、没有原型和数据有限及地质环境复杂等特性，不确定性的研究方法能够充分地考虑边坡的各种影响因素。对于不确定性的分析方法，人工神经网络应用最为广泛。但人工神经网络是基于启发式的，没有相当完备的理论基础，不能很好地控制训练后的网络推广，且有时不能达得全局最优。而支持向量机却能有效地弥补神经网络的不足。文[11~13]在支持向量机的应用方面做了较多的工作，但在边坡稳定性方面，采用的是支持向量机的回归模型法，而本文采用了支持向量机的分类模型法，和其相比有如下的特点：

- (1) 模型采用的是分类决策函数，而不是拟合函数。
- (2) 对不同核函数的预测结果进行了对比，指出了其在预测边坡稳定方面的适应性。

## 2 支持向量机模型

支持向量机(SVM)是基于统计学习理论的通用机器学习方法，尤其是对于有限样本情况下的统计学习问题，有更好的推广能力<sup>[14]</sup>。Vapnik 是支持向量机方法的主要发明者，也是统计学习理论的创立者之一。其基本思想是通过某种事先选择的非线性映射，将输入向量映射到一个高维特征空间，在这个空间中构造最优分类超平面。其基本过程如图 1 所示。

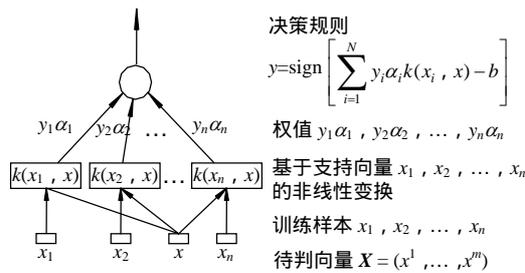


图 1 支持向量机模型示意图

Fig.1 Model of support vector machine

由图 1 可知，SVM 构造的复杂程度取决于支持向量的数目，而不是特征空间的维数。

### 2.1 支持向量机原理

假设训练样本为

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \in X \times Y \quad (1)$$

式中： $X$  为输入空间向量， $X \subset R^n$ ， $n$  为训练样本数； $Y$  为模式空间， $Y = \{+1, -1\}$ 。

分离超平面为

$$y = \text{sign}[(w \cdot x) + b] \quad (2)$$

式中： $w$  为权值向量， $x$  为输入向量， $b$  为阈值。

对可分的超平面分类器，无训练误差的分类条件为

$$y_i [(w \cdot x_i) + b] = 1 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

若采用线性函数来分类，通常在实际应用中结果不理想，因此，通常采用先对输入变量进行非线性变换。通过下面的非线性映射把输入空间  $R^n$  中的数据映射到一个特征空间  $F$  中，如

$$\left. \begin{aligned} \Phi: R^n &\rightarrow F \\ x &\rightarrow \Phi(x) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这样，分类超平面就变为

$$y = \text{sign}[w \cdot \Phi(x) + b]$$

在特征空间中无误差分类的约束条件为

$$y_i (w \cdot \Phi(x_i) + b) = 1 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

学习的目标是寻找  $w \in F$  和标量  $b$  来满足期望风险最小。根据 VC 理论，最小化经验风险和模型复杂度的一个上界可以表示为如下的二次规划问题，即

$$\min_{w, b} \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (6)$$

当特征映射未知时，不能直接求解式(4)，但可以对隐含的特征映射来求解。对二次规划问题，对式(3)的每个约束条件引入 Lagrange 乘子  $\alpha_i \geq 0$ ， $i=1, 2, \dots, n$ ，得到下面的 Lagrange 函数：

$$L(w, b, \alpha) = \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i [y_i (w \cdot \Phi(x_i) + b) - 1] \quad (7)$$

任务变为关于  $w, b$  最小化和关于  $\alpha_i$  最大化。在最优点，根据 K-T 条件有  $\frac{\partial L}{\partial b} = 0$  和  $\frac{\partial L}{\partial w} = 0$ 。通过简单计算可得

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i &= 0 \\ w &= \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i \Phi(x_i) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

把式(6)代入式(4)中，可得到如下对偶二次规划问题：

$$\left. \begin{aligned} \max \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j (\Phi(x_i) \cdot \Phi(x_j)) \\ \text{s.t. } \alpha_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

从对偶二次规划问题可知， $\Phi(x_i)$  之间只通过内积相互作用。由 Mercer 定理可知，满足 Mercer

条件的函数  $k(u, v)$ ，称为 Mercer 核函数(简称 Mercer 核、正定核)。那么存在一个空间  $H$  和映射  $\Phi: R^n \rightarrow H$ ，使得  $k(u, v) = \Phi(u) \cdot \Phi(v)$  [15]。所以，通过所谓的核技巧，可以用输入空间中的数据直接计算特征空间中像的内积。通过解对偶问题可以得到系数  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n$ 。 $\alpha_i \neq 0$  所对应的向量  $x_i$  称为支持向量，这样就导致了一个非线性的决策函数：

$$f(x) = \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i (\Phi(x) \cdot \Phi(x_i)) + b \right] = \text{sign} \left[ \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i k(x, x_i) + b \right] \quad (10)$$

当处理噪音数据时，引入松弛变量  $\xi_i$  来放宽约束为

$$\left. \begin{aligned} y_i(w \cdot \Phi(x_i) + b) - 1 - \xi_i \\ \xi_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

它允许一定的分类误差。此时最小化式(6)和经验误差的上界  $\sum_{i=1}^n \xi_i$  的和为

$$\min_{w, b} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i$$

式中： $C$  为惩罚参数，它决定了经验误差和模型复杂度之间的一种折中。这就导致对偶问题：

$$\left. \begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j (\Phi(x_i) \cdot \Phi(x_j)) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq \alpha_i \leq C, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

### 2.2 支持向量机模型的建立步骤

(1) 选择边坡的工程实例作为学习样本  $(x_i, y_i)$ 。其中， $x_i$  是六维向量，表示影响边坡稳定的因素，分别代表岩石重度、粘聚力、内摩擦角、边坡角、边坡高度和孔隙水压力； $y_i$  是一维向量，其值为 -1 和 1，分别代表边坡的破坏与稳定状态。

(2) 选择核函数及参数值。常用的核函数有线性核函数、多项式核函数、径向基函数核及神经网络核函数。

(3) 根据核函数，求解式(10)。

(4) 利用获得的  $\alpha_i$  及  $b$  代入式(8)可获得分类判别函数，即建立起了边坡稳定性与其影响因素之间的非线性关系。由这个模型回判训练样本是否满足精度要求，若达不到精度可转到步骤(2)重新选择核

函数及参数。

(5) 利用所得的分类函数就可以对未知的边坡进行评判。

对于式(10)的二次优化问题，目前已经有很多解决方法，常用的有 SMO 法、分解方法等，各种方法均有各自的特点。本文采用的是分解方法，可在样本训练的过程中较快地得到寻优的结果。

## 3 实验及结果

### 3.1 正定核函数的选择

根据前面所述支持向量机的基本思想，不同的核函数可以构造不同的支持向量机，且有不同的分类效果。为了比较，本文所采用的正定核为

线性核： $K(x, x_i) = (x \cdot x_i) + \theta$

神经网络核函数(Sigmoid)：

$$K(x, x_i) = \tanh[k(x \cdot x_i) + \theta]$$

径向基函数核(RBF)：

$$K(x, x_i) = \exp(-\gamma \|x - x_i\|^2)$$

### 3.2 支持向量机参数的选择

支持向量机的参数主要为核函数参数和惩罚参数  $C$ ，不同的参数将直接影响到支持向量机的学习效率和推广能力。但支持向量机方法并没有给出易实现的选择内积核函数参数的一般方法，比如，径向基函数的宽度等。鉴于此，本文采用试算法，就是根据所选择的样本对边坡稳定状态进行学习，通过对核函数参数和惩罚参数  $C$  的测试，可以得到较合适的参数值。

### 3.3 支持向量机模型的应用

为了验证所建立的基于支持向量机的边坡稳定预测模型的正确性，本文选择了 32 个研究清楚并且有明确结论的实例作为研究对象<sup>[3]</sup>。描述边坡稳定性的影响因素及其实测值如表 1 所示。用前 32 个序列作为训练样本，建立基于支持向量机的边坡稳定性分类器，将另外 7 个测试样本作为待评价对象。从表 2 中可以看出，评价结果中基于线性核的分类器其判别的能力较差；而对于 Sigmoid 及径向基函数的核而言，其评判结果与实际的边坡稳定性评价的情况相吻合。这是由于岩石边坡的稳定性是由多种因素引起的，由线性核所建立的支持向量机分类器不能在超平面空间中把样本完全正确分开，故线性核用于此并不理想。

表 1 边坡稳定状态及评价结果

Table 1 Stability states of slope and results of SVM assessment

序号	岩石重度 $\gamma$ /kN·m <sup>-3</sup>	粘聚力 $c$ /kPa	内摩擦角 $\phi$ /( $^{\circ}$ )	边坡高度 $H$ /m	孔隙水压力 $u$ /kPa	边坡实际状态	评价结果			
							线性核	Sigmoid 核	RBF 核	
1	20.41	33.52	11.00	16	45.70	0.20	破坏	破坏	破坏	破坏
2	18.84	0.00	20.00	20	7.62	0.45	破坏	破坏	破坏	破坏
3	21.43	0.00	20.00	20	61.00	0.50	破坏	破坏	破坏	破坏
4	19.06	11.71	28.00	35	21.00	0.11	破坏	破坏	破坏	破坏
5	18.84	14.36	25.00	20	30.50	0.45	破坏	破坏	破坏	破坏
6	21.51	6.94	30.00	31	76.81	0.38	破坏	破坏	破坏	破坏
7	14.00	11.97	26.00	30	88.00	0.45	破坏	破坏	破坏	破坏
8	18.00	24.00	30.15	45	20.00	0.12	破坏	破坏	破坏	破坏
9	23.00	0.00	20.00	20	100.00	0.30	破坏	破坏	破坏	破坏
10	22.40	10.00	35.00	45	10.00	0.40	破坏	破坏	破坏	破坏
11	20.00	20.00	36.00	45	50.00	0.50	破坏	破坏	破坏	破坏
12	27.00	40.00	35.00	43	420.00	0.25	破坏	稳定*	破坏	破坏
13	27.00	32.00	33.00	42	301.00	0.25	破坏	稳定*	破坏	破坏
14	31.30	68.00	37.00	49	200.50	0.25	破坏	破坏	破坏	破坏
15	31.30	68.00	37.00	46	366.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
16	31.30	68.60	37.00	47	305.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
17	20.41	24.90	13.00	22	10.67	0.35	稳定	稳定	稳定	稳定
18	18.84	15.32	30.00	25	10.67	0.38	稳定	稳定	稳定	稳定
19	22.40	100.00	45.00	45	15.00	0.25	稳定	破坏*	稳定	稳定
20	24.00	0.00	40.00	33	8.00	0.30	稳定	稳定	稳定	稳定
21	20.00	0.00	20.00	20	8.00	0.35	稳定	稳定	稳定	稳定
22	27.00	50.00	40.00	42	407.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
23	27.00	35.00	35.00	42	359.00	0.25	稳定	破坏*	稳定	稳定
24	27.00	37.50	35.00	38	320.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
25	27.00	32.00	33.00	42	289.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
26	27.00	14.00	31.00	41	110.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
27	27.00	31.50	29.70	41	135.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
28	27.00	16.80	28.00	50	90.50	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
29	27.00	26.00	31.00	50	92.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
30	27.00	10.00	39.00	41	511.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
31	27.00	10.00	39.00	40	470.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
32	25.00	46.00	35.00	47	443.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
33	20.00	20.00	36.00	45	50.00	0.25	破坏	破坏	破坏	破坏
34	19.63	11.97	20.00	22	21.19	0.40	破坏	破坏	破坏	破坏
35	21.82	8.62	32.00	28	12.80	0.49	破坏	稳定*	破坏	破坏
36	25.00	55.00	36.00	45	299.00	0.25	稳定	破坏*	稳定	稳定
37	27.30	10.00	39.00	40	480.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
38	25.00	46.00	35.00	46	393.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定
39	25.00	48.00	40.00	49	330.00	0.25	稳定	稳定	稳定	稳定

注：\* 表示预测与实际情况不相符。

表 2 基于支持向量机的边坡稳定预测模型的评价结果

Table 2 Classification results based on SVM model of slope stability

核类型	核函数参数值	C 值	误判训练样本数(32)	误判测试样本数(7)
线性核	无	5 000	4	2
Sigmoid 核	2 和 0	1 000	0	0
径向基函数核	1	100	0	0

## 4 结 语

(1) 利用支持向量机分析方法能够考虑影响边坡稳定性的主要因素。对于岩体边坡这种复杂的系统而言，可使判别的结果更加趋于合理。

(2) 基于支持向量机的边坡稳定性预测模型与其他的 uncertain 判别方法相比，具有完备的理论基础和严格的理论体系(相比之下，神经网络有更多的启发式成分)，对于小样本而言，具有更良好的推广能力；而其他综合指标的判别法是在统计基础上判别的，在很大程度上受统计规律的影响。

(3) 对于像边坡稳定性这类比较复杂的问题而言，其影响因素较多，很难用线性的正定核建立一个能把样本完全正确分类的超平面；而非线性的核(径向基函数核和 Sigmoid 核)能很好地解决这个问题。

(4) 本文是基于经验的支持向量机分析，其结果的准确性和可靠性在很大程度上取决于所选用的训练样本的典型性和代表性。

## 参考文献(References) :

- [1] 顾晓鲁, 钱鸿缙, 刘惠珊等. 地基与基础[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1996.(Gu Xiaolu, Qian Hongjin, Liu Huishan, et al. Soil and Foundation[M]. Beijing: Chinese Architecture and Building Press, 1996.(in Chinese))
- [2] 李彰明. 模糊分析在边坡稳定性评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(5): 490-495.(Li Zhangming. Application of fuzzy analysis in slope stability evaluation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(5): 490-495.(in Chinese))
- [3] 陈新民, 罗国焯. 基于经验的边坡稳定性灰色系统分析与评价[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(3): 638-641.(Chen Xinmin, Luo Guoyu. Grey system and evaluation of stability based on experience[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(3): 638-

- 641.(in Chinese))
- [4] 饶文碧, 谢颁华, 夏 晖等. 基于神经网络专家系统的边坡系统设计[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2002, 30(8): 98–104.(Rao Wenbi, Xie Banhua, Xia Hui, et al. Models of integrating ANN with ES and their application in slope stability estimate[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Nature Science), 2002, 30(8): 98–104.(in Chinese))
- [5] 夏元友, 李新平, 程 康等. 用人工神经网络估算岩质边坡的安全系数[J]. 工程地质学报, 1998, 6(2): 154–159.(Xia Yuanyou, Li Xinping, Cheng kang, et al. Estimate safety factors of rock slope by using artificial neural network[J]. Journal of Engineering Geology, 1998, 6(2): 154–159.(in Chinese))
- [6] 夏元友, 朱瑞赓, 李新平等. 基于神经网络的岩质边坡稳定性评估系统研究[J]. 自然灾害学报, 1996, 5(1): 94–104.(Xia Yuanyou, Zhu Ruigeng, Li Xinping, et al. A system of rock slope stability evaluation based on artificial neural network[J]. Journal of Natural Disasters, 1996, 5(1): 94–104.(in Chinese))
- [7] 夏元友, 李新平, 朱瑞赓等. 基于人工神经网络的边坡稳定性工程地质评价方法[J]. 岩土力学, 1996, 17(3): 27–33.(Xia Yuanyou, Li Xinping, Zhu Ruigeng, et al. Engineering geology evaluation method for slope stability based on artificial neural network[J]. Rock and Soil Mechanics, 1996, 17(3): 27–33.(in Chinese))
- [8] 丰定祥, 吴家秀, 葛修润等. 边坡稳定性分析中几个问题的探讨[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(3): 1–9.(Feng Dingxiang, Wu Jiaxiu, Ge Xiurun, et al. Some problems of slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(3): 1–9.(in Chinese))
- [9] 张 兴, 廖国华. 多滑动面边坡的破坏概率[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(5): 55–62.(Zhan Xing, Liao Guohua. Failure probability of slope with multiple slope surfaces[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(5): 55–62.(in Chinese))
- [10] 夏元友, 李 梅. 边坡稳定性评价方法研究及发展趋势[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(7): 1 087–1 091.(Xia Yuanyou, Li Mei. Evaluation method research of slope stability and its development trend[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(7): 1 087–1 091.(in Chinese))
- [11] 赵洪波, 冯夏庭. 支持向量机函数拟合在边坡稳定性估计中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 241–245.(Zhao Hongbo, Feng Xiating. Application of support vector machines function fitting in slope stability evaluation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(2): 241–245.(in Chinese))
- [12] 赵洪波, 冯夏庭. 非线性位移时间序列预测的进化——支持向量机方法及应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 468–471.(Zhao Hongbo, Feng Xiating. Study and application of genetic—support vector machine for nonlinear displacement time series forecasting[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(4): 468–471.(in Chinese))
- [13] 赵洪波, 冯夏庭, 李邵军等. 福宁高速公路八尺门滑坡变形演化规律预测研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 631–634.(Zhao Hongbo, Feng Xiating, Li Shaojun, et al. Forecasting evaluation of slope deformation by genetic—support vector machine[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(4): 631–634.(in Chinese))
- [14] 张学工. 统计学习理论的本质[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.(Zhang Xuegong. Statistical Learning Theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.(in Chinese))
- [15] Vapnik V N. Three fundamental concepts of the capacity of learning machines[J]. Physica A., 1993, 200(2): 538–544.