

纤维 / 基体界面裂纹扩展断裂能¹⁾

张双寅

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 本文通过研究纤维 / 基体界面裂纹断裂能, 分析了几种界面脱粘断裂功的理论表达式; 着重研究了单纤维拔出试验中界面残余压应力及界面摩擦对界面裂纹能量释放率的重要性.

关键词 界面脱粘, 能量释放率, 纤维拔出, 残余应力

1 问题的提出

纤维 / 基体界面断裂能量释放率是复合材料的重要细观力学参数, 对材料的宏观工程特性起着至关重要的作用. 多年来各国科学家提出了各种表征界面脱粘断裂参数的试验方法和理论公式. 早在 1969 年 Outwater 与 Murphy^[1] 提出了第一个纤维 / 基体界面脱粘的能量释放率表达式

$$G_d = \frac{V_f \sigma_f^2 l_d}{2E_f} \quad (1)$$

式中, V_f 是纤维体积分数, σ_f 为纤维断裂应力, E_f 为纤维模量, l_d 为脱粘长度. 化成单纤维 / 基体界面情况, 其脱粘功 (Work of debonding) 为

$$W_d = \frac{\sigma_f^2 l_d}{2E_f} \cdot \pi r_f^2 \quad (2)$$

r_f 为纤维半径, 上式不难写成界面脱粘能量释放率

$$G_i = \frac{\sigma_f^2 r_f}{4E_f} \quad (3)$$

式 (2) 曾被许多文献引用, 可是在 Kelly^[2] 和 Hull^[3] 的著名专著中, 它被写成

$$W_d = \frac{\pi d^2 \sigma_f^2 l_d}{24E_f} \quad (4)$$

d 为纤维直径. 然而, 无论式 (2) 还是式 (4) 均难以令人认同. 其实, 式 (2) 为纤维应力达到 σ_f 时在脱粘长度上的应变能, 一般说来界面脱粘时纤维应力 σ_d 远小于 σ_f , 且界面脱粘并不同时发生纤维断裂. 所以, 笔者宁可相信

$$G_d = V_f \sigma_d^2 l_d / (2E_f) \quad (5)$$

此式可见于文 [4]. 化成单纤维界面脱粘能量释放率为

$$G_i = \frac{\sigma_d^2 r_f}{4E_f} \quad (6)$$

文 [5] 用单玻璃纤维拔出试验测量了 G_i , 令人遗憾的是文中公式与计算结果均有疏误. Chua 等在研究单纤维拔出 (图 1) 界面脆性破坏时, 认为当界面存贮的应变能达到或超过界面裂纹扩展功时界面发生破坏, 提出如下公式^[6]

$$G_i = \frac{\sigma_d^2 r_f^2}{4E_f} \cdot \frac{1}{n \text{Sth}(nS)} = f_1 \frac{\sigma_d^2 r_f^2}{4E_f} \quad (7)$$

式中, $n = \left\{ E_m / \left[E_f (1 + \nu_m) \ln \left(\frac{r_m}{r_f} \right) \right] \right\}^{1/2}$, $S = \frac{L}{r_f}$, L 为纤维埋入长度, ν_m 为基体泊松比, r_f 与 r_m 为纤维与基体半径. 此式一个特点是 G_i 与纤维埋入长度有关, G_i 与 L 基本上成反比.

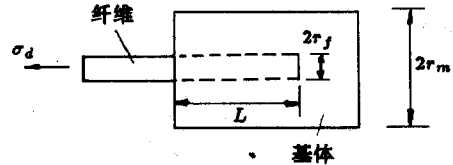


图 1 纤维拔出图

本文将着重分析单纤维拔出过程中界面部分脱粘裂纹扩展能量释放率 G_{II} 的理论公式, 考虑界面残余压应力与摩擦对 G_{II} 的作用.

2 无残余应力界面断裂能量释放率

研究图 2 所示纤维拔出模型, 界面已部分开裂. 文 [7] 应用能量法导出了忽略界面残余应力界面裂纹扩展的能量释放率的计算公式

$$G_{II} = \frac{\sigma_d^2 r_f}{4E_f} \left[\frac{\lambda}{\lambda + \frac{V_f}{1 - V_f}} \right] = f_2 \frac{\sigma_d^2 r_f}{4E_f} \quad (8)$$

式中, $\lambda = E_m / E_f$. 此式简单, 与预裂纹长度无关, 便于应用. 文 [8] 指出式 (8) 是基于“均匀应变

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目.

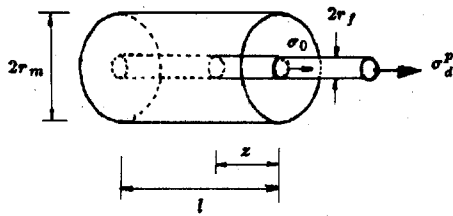


图2 部分界面脱粘纤维拔出示意图

假设”得到的,并用有限元法分析了它的正确性及 G_{II} 对 λ 与 V_f 变化的适用范围,尽管“均匀应变假设”与有限元法的应力、应变分布相去甚远,它仍对很大范围的 λ 与 V_f 值给出正确的预测结果.当 E_m 比 E_f 相差太大时,式(8)预测误差较大.应予以修正,建议如下修正公式

$$G_{II} = \frac{\sigma_d^2 r_f}{4E_f} \left(\frac{\lambda^\alpha}{\lambda^\alpha + \frac{V_f}{1-V_f}} \right) \quad (9)$$

式中, α 为小于1且接近于1的常数,例如,当 $\lambda = 0.00657$ 时,式(8) G_{II} 的相对误差大于10%,采用式(9)令 $\alpha = 0.97$, G_{II} 的相对误差只有3.5%.

式(8)的一个令人注意之处是它不包含组分材料泊松比.文[9]的作者由剪滞分析(Shear-lag analysis)得到了与式(8)相似的表达式,不过其中包含材料的泊松比

$$G_{II} = \frac{\sigma_d^2 r_f}{4E_f} \cdot \frac{(1-2k\nu_f)^2}{\left[(1-2k\nu_f) + \frac{\gamma}{\lambda}(1-2k\nu_m) \right]} = \frac{f_3 \sigma_d^2 r_f}{4E_f} \quad (10)$$

式中, $k = (\lambda\nu_f + \gamma\nu_m) / [\lambda(1-\nu_f) + 1 + \nu_m + 2\gamma]$; $\gamma = r_f^2 / (r_m^2 - r_f^2)$, ν_m 与 ν_f 为基体和纤维的泊松比.

不难看出式(7)、(8)和(10)有一共同之处,即式(6)之前乘以不同的无量纲系数,为了比较3式之间的差异,对如下适合于碳/环氧复合材料参数作了对比计算, $E_f = 258.6$ GPa, $E_m = 3.4$ GPa, $\nu_f = 0.25$, $\nu_m = 0.35$, $r_f = 4.5$ mm, $r_m = 16.2$ mm, 计算结果列于表1.

表1 不同公式的对比计算

公式	f_1^*	f_2	f_3
结果	0.403	0.1348	0.1343

* 为 f_1 与埋入长度 L 有关, 计算取 $L=130$ mm.

表1说明 f_2 与 f_3 基本相等,公式(10)考虑泊松比对计算结果影响很小.公式(7)与式(8)、(10)差别很大,当 L 变小时 f_1 变大,这不太合理.

3 界面残余应力与摩擦对 G_{II} 的作用

树脂基复合材料由固化温度到使用温度有一个很大的温度降 ΔT ,由于树脂的热膨胀系数 α_m 比纤维的热膨胀系数 α_f 大很多,在服役温度下界面存在很大的压应力.用轴对称热弹性力学方法可以求得界面残余压应力,略去推导过程,下边给出残余应力的计算公式

$$q_0 = (\alpha_m - \alpha_f)\Delta T / \left[\frac{1 + \nu_m \left(\frac{1 + V_f}{1 - V_f} \right)}{E_m} - \frac{1 - \nu_f}{E_f} \right] \quad (11)$$

式中, V_f 为纤维体积比, $V_f = \frac{r_f^2}{r_m^2}$. ΔT 为温度降,取负值,所以 q_0 为压应力,也为负值.以碳纤维增强环氧为例, $\alpha_m = 22 \times 10^{-6}/K$, $\alpha_f = 3.1 \times 10^{-6}/K$,环氧固化温度为 $180^\circ C$,故 ΔT 约为负 $160^\circ C$,所以可得 q_0 的估计值为 $q_0 \approx -7.376$ MPa.

文献[9]研究了图2所示界面部分脱粘轴对称纤维拔出界面断裂问题,给出了拔出拉应力 σ_d^p 与界面开裂长度 z 之间的关系

$$\sigma_d^p = \sigma_0 + (\bar{\sigma} - \sigma_0) \left[\frac{\exp(\bar{\lambda}z) - 1}{\exp(\bar{\lambda}z) - 1 + \theta} \right] \quad (12)$$

式中, $\bar{\sigma}$ 为残余应力对拔出应力的影响,表达式为

$$\bar{\sigma} = -[q_0/k] \{ 1 + (\gamma/\lambda)(\nu_m/\nu_f) \}$$

$$\theta = [1 + (\tau/\lambda)(\nu_m/\nu_f)] / \{ 1 + (\gamma/\lambda)[(1-2k\nu_m)/(1-2k\nu_f)] \}$$

$$\bar{\lambda} = 2\mu k / r_f$$

式中, μ 为界面摩擦系数,因纤维表面处理工艺不同而差别很大^[10]. σ_0 为脱粘裂纹长度 $z=0$ 或忽略界面摩擦效应 ($\bar{\lambda}=0$) 时的拔出拉应力.

由式(12)可见,界面裂纹长度 z 不同,纤维拔出应力 σ_d^p 不同,纤维内应变能不同.应变能的大小与界面裂纹扩展相关,单位面积裂纹扩展引起的应变能改变就是界面脱粘能量释放率 G_{II} 的较好估计值,于是

$$G_{II} = \frac{(\sigma_d^p)^2 r_f}{4E_f} \quad (13)$$

此式与式(8)相似.

为了说明界面残余应力与摩擦对拔出应力 σ_d^p 与 G_{II} 的影响,计算了 σ_d^p 与 G_{II} 随 z 的变化曲线(图3).与文[8]的有限元分析相联系,取 $\sigma_0 = 1$ GPa,

令界面摩擦系数 $\mu = 0.25$, 应该说明此值是偏小的估计. 其他参数已由前文给出. 于是算得 $k = 0.0213$. $\theta = 1.351$, $\bar{\lambda} = 0.002367 \text{ mm}^{-1}$, $\bar{\sigma} = 1.924 \text{ GPa}$. 图 3 中虚线为无量纲拔出应力 $\bar{\sigma}_d^p = \sigma_d^p / \sigma_0$, 其值由图 3 的右纵坐标标出. 实线为无量纲能量释放率 $\bar{G}_{II} = G_{II} / \left(\frac{\sigma_0^2 r_f}{4E_f} \right)$, 左侧纵坐标表示 \bar{G}_{II} 的值. 可见, 界面残余应力与摩擦对界面断裂能量释放率有明显的影响.

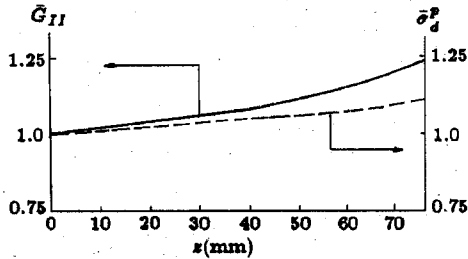


图 3 \bar{G}_{II} 与 $\bar{\sigma}_d^p$ 随裂纹长度 z 的变化

4 结束语

关于纤维 / 基体界面开裂能的研究虽然已有 20 多年的历史了, 并发展了多种力学模型, 但至今仍不能说问题已经解决了. 从理论上说, G_{II} 的精确计算需要知道纤维与基体内的应力分布. 然而, 不论剪滞理论还是简化的弹性理论, 都只能给出近似的结果. 从试验上看, 用轴对称单纤维拔出试验法测定 G_{II} 原理很简单颇受人们欢迎, 但是实施起来却相当麻烦, 纤维埋入长度, 纤维自由长度 (纤

维夹具与基体之间的距离), 试验系统的刚性, 界面残余应力与摩擦力等因素都对试验结果造成很大影响. 若计及树脂粘弹性效应问题就更复杂多了.

参 考 文 献

- 1 Outwater J O and Murphy M C. Proc. 24th SPI/RP Conference. Paper C11, New York, 1989
- 2 Kelly A. Strong Solids. 2nd Ed. Oxford: Clarendon Press, 1973: 212
- 3 Hull D. An Introduction to Composite Materials. Cambridge University Press, 1981: 145. 也可见中译本《复合材料导论》张双寅等译, 北京: 中国建筑工业出版社, 1992: 182
- 4 Kim J K, Mai Y W. *Comp Sci Tech*, 1991, 41: 333~378
- 5 Chua P S, Piggott M R. *Comp Sci Tech*, 1985, 22: 107~119
- 6 Chua P S, Piggott M R. *Comp Sci Tech*, 1985, 22: 295
- 7 Charalambides P G, Evans A G. *J Am Ceram Soc*, 1989, 72(5): 746~753
- 8 张双寅. 纤维 / 基体界面脱粘能量释放率. 材料研究学报, 1996, 9(6): 563~567
- 9 Kim J K, Mai Y W. *J Mater Sci*, 1992, 27: 3143~3154
- 10 Chua P S, Piggott M R. *Comp Sci Tech*, 1985, 22: 185~196

(本文于 1995 年 6 月 9 日收到)

一种新的隐格式构造及在跨音流动中的应用

刘 仪 曹春丽 刘 斌

(西安交通大学叶轮机械研究所, 西安 710049)

摘要 本文提出了一种任意曲线坐标系下的 Navier-Stokes 方程组的隐式矢量通量分裂格式的构造方法. 该方法避开了近似因子分解、无矩阵运算, 具有精度高、稳定性好、计算量少等优点. 在扩压器进气道跨音流场的计算中, 准确地捕获了激波, 与实验比较, 结果令人满意.

关键词 隐格式, 矢量通量分裂, 数值计算, 跨音流场, 激波

随着计算流体力学的发展, 数值模拟的流动现象越来越复杂, 这就要求我们发展一种高效、高精度的计算方法, 近年来发展起来的矢量通量分裂格式由于能较好地模拟物理上扰动信息的传播规律, 是一种很有潜力的方法. Steger 和 Warming 于 1981 年对此作了较全面的论述^[1], 文献 [2] 将矢量通量分裂技术应用于 McCormack 的两步显格式中, 但其时间步长必须满足 CFL 条件, 收敛较慢, 且两步