

一致,但在同一马赫数下,前者在底压系数比后者高,两者的差别大约为5%,对于不同的雷诺数其差别则不相同.这表明即便在超音速紊流条件下,雷诺数对底阻的影响还是存在的,因此在计算弹丸底部阻力时应充分考虑飞行雷诺数对底部阻力的影响,在使用风洞实验数据时也应考虑雷诺数对底部阻力的影响并作必要修正,以提高外弹道计算精度.

### 3 结论

即使在超音速紊流条件下,雷诺数对底阻的影响还是存在的.本方法考虑弹丸底部膨胀前附面层状态对弹丸压力的影响,使计算结果更接近真实情况.

### 参 考 文 献

1 Chapman D R. An analysis of base pressure at supersonic velocities and comparison with experiment,

NACA TN 2137, 1951

2 Korst H H. A theory for base pressure in transonic and supersonic flow. *J Appl Mech*,1956,23(4): 593-600

3 赵鹤书, 王强. 含喷流的尾支风洞实验模型底压计算与分析. *空气动力学学报*, 1992, 10(4):488-491

4 Roshko A, Thomke G J. Observations of turbulent reattachment behind an axisymmetric downstream-facing step in supersonic flow. MSSD Rept. SM-43066, 1965 Douglas

5 Moore F G. Body alone aerodynamics of guided and unguided projectiles at subsonic, transonic and supersonic mach numbers. AD 754099,1972

6 Philip K Sasman, Robert J Cresci. Compressible turbulent boundary layer with pressure gradient and heat transfer. *AIAA J*, 1966, 4(1): 19-25

(1995年3月24日收到第1稿,  
1995年6月26日收到修改稿)

## 湿度应力场理论的耦合方程<sup>1)</sup>

缪协兴

(中国矿业大学数力系, 徐州 221008)

**摘要** 本文介绍湿度应力场理论的基本概念, 推导了弹性范围内湿度场和应力场的耦合方程.

**关键词** 膨胀岩, 膨胀理论, 湿度应力, 扩散方程

### 1 湿度应力场理论的概念

在水的物理化学作用下, 能产生体积膨胀、物性软化、碎裂和泥化等现象的一类岩石被称为膨胀岩. 目前, 已有40多个国家和地区发现存在膨胀岩, 其中我国是膨胀岩分布最广的国家之一. 由于膨胀岩复杂的变形力学机制, 常常引起许多工程事故. 例如, 楼房和桥梁的开裂, 地下硐室围岩的隆起, 各种围岩支护的失效, 地下管道和交通道路的破坏等等. 因此, 膨胀岩问题是当今岩石力学领域中极为重要和复杂的研究课题之一.

膨胀岩体遇水作用后主要有两个方面的因素造成其体内的应力和应变场发生变化. 其一是由于体积膨胀变形受到外部约束和体内各部分之间的相

互约束, 不能自由发生所引起; 其二是由于局部受潮部分岩性的软化所造成. 因此, 在膨胀岩工程中, 除了要研究原岩应力和开挖等因素引起围岩中的应力和位移变化外, 还要研究遇水作用引起的应力和位移变化. 在一定的水源作用下, 围岩中各点的含水率将随时间和其位置而发生变化, 我们称之为湿度场的变化, 由这种湿度场的变化而引起的应力场变化就称为湿度应力场.

目前, 有不少分析和计算膨胀岩遇水作用问题的理论和方法. 例如, Gysel的一维膨胀理论<sup>[1]</sup>, Wittke的三维膨胀理论<sup>[2]</sup>, 陈宗基<sup>[3]</sup>和孙钧<sup>[4]</sup>等的流变本构方程型膨胀理论等. 但是, 这些理论都不能全面地考虑产生湿度应力场的因素. 对此, 我们受温度应力场理论的启发, 提出了一种新的湿度应力场理论<sup>[5]</sup>. 湿度应力场理论和温度应力场理论一样, 有三层含意: 1) 膨胀岩(物)体遇水(热)作用, 产生(温)湿度场变化; 2) 湿(温)度场变化引

<sup>1)</sup> 中国博士后科学基金和煤炭科学基金联合资助项目.

起岩(物)体体积膨胀和物性软化; 3) 体积膨胀和物性软化造成应力和位移场的变化. 这三层含意是一个整体, 三者之间是相互耦合的.

## 2 湿度应力场理论的物理基础

从现象上看, 膨胀岩吸水后的体积膨胀和物性软化可类比于由于温度升高而引起的物体体积膨胀和物性软化. 但是, 其中的物理机制是有区别的. 温度升高是使物体中分子的动能增加而引起的体积和物性变化, 而湿度增加是使膨胀岩中的水化膜增厚和分子之间的结合力降低而引起体积和物性变化. 两者比较, 膨胀岩遇水作用后的体积和物性变化机制更加复杂. 例如, 有些强膨胀岩遇水作用后会发生崩解和泥化现象; 有些膨胀岩随湿度的循环变化, 其物理特性会有所改变; 膨胀岩中普遍存在着正交各向异性膨胀的特性, 等等.

总的说来, 膨胀岩遇水后的体积膨胀和物性软化是其主要物理特征, 这是湿度应力场可与温度应力场类比的基础. 将湿度应力应变关系近似成线弹性关系是湿度应力场理论得以简单表达的前提, 更为复杂的理论描述也不难以此启发而延伸出来.

## 3 膨胀岩体中的水分扩散

水向膨胀岩体中的渗入属非饱和水分扩散问题, 非饱和水分的扩散受岩体物理组分和结构的控制, 是一个在裂隙中的流动和向小块颗粒介质扩散的过程. 这种扩散性的流动是十分复杂的, 是液态和气态形式的混合, 并与溶质、温度和体积变化等有关. 由 Darcy(达西)定律推导出的实用流动方程为

$$V_i = -k_{ij} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \quad (1)$$

式中,  $V_i$  为  $i$  方向的流动体速度;  $k_{ij}$  为渗透系数;  $x_j$  为  $j$  方向上的坐标;  $\psi$  为流动势函数, 可以表示为

$$\psi = -h + \psi_1 \quad (2)$$

式中,  $h$  为吸水作用力;  $\psi_1$  为重力势和覆盖压力势之和. 一般覆盖压力势比  $h$  要小得多. 这样, 式(1)可以变为

$$V_i = -k_{ij} \left( \frac{\partial h}{\partial x_j} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

而  $\frac{\partial \psi_1}{\partial x_j} = \rho_w F_j$ , 则式(3)成为

$$V_i = -k_{ij} \left( \frac{\partial h}{\partial x_j} + \rho_w F_j \right) \quad (4)$$

式中,  $\rho_w$  是单位体积水的质量密度,  $F_j$  是  $j$  方向上的体积力.

由水分扩散过程中的质量守恒定律可得

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \quad (5)$$

式中,  $\theta$  为单位体积的含水量;  $t$  为时间.

大量的研究资料表明, 吸水作用力和含水率及体积变形之间存在如下关系

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (6)$$

式中,  $\beta$  表示单位体积含水量与体积变化系数, 与应力状态有关;  $e$  表示体积应变,  $e = \varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}$  为应变分量.

## 4 湿度应力场的耦合方程

水分在膨胀岩体中的扩散与含水率, 吸水作用力, 体积变形等都是耦合的. 这里将进一步推导这种耦合状态下的应力场控制微分方程.

如果让岩体吸水后自由膨胀, 并且是各向同性膨胀, 则将产生的应变分量  $\varepsilon'_{ij}$  为

$$\varepsilon'_{ij} = \alpha \varepsilon_{ij} \theta \quad (7)$$

式中,  $\alpha$  为线膨胀系数;  $\varepsilon_{ij}$  为 Kronecker 记号.

值得说明的是, 在各向同性膨胀下  $\beta = 3\alpha$ .

在受到外部和内部各部分之间的约束情况下,  $\varepsilon'_{ij}$  并不能自由发生, 于是就产生了湿度应力, 这部分应力也要引起附加的应变. 这样, 可得总的应变分量

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon''_{ij} + \varepsilon'_{ij} \quad (8)$$

式中,  $\varepsilon''_{ij}$  为附加应变, 与附加应力  $\sigma''_{ij}$  之间服从广义虎克定律关系. 则总应变可表示为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\mu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\mu}{E} \delta_{ij} \sigma + \alpha \delta_{ij} \theta \quad (9)$$

此式也可写成

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_{ij} + \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \delta_{ij} e - \frac{E\alpha}{1-2\mu} \delta_{ij} \theta \quad (10)$$

$$\sigma''_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{E\alpha}{1-2\mu} \delta_{ij} \theta \quad (11)$$

式(9)至(11)中,  $\sigma_{ij}$  为总应力分量;  $\sigma = \sigma_{ii}$  为总体积应力;  $E$  为弹性模量;  $\mu$  为泊松比.

所谓膨胀岩遇水作用的软化现象, 具体反映到物性参数上就是  $E$  随含水率增加而下降,  $\mu$  略有

上升. 当然, 强度也会有所降低. 式 (9) 和 (10) 已经反映出了由于湿度增加引起岩性软化会造成岩体中应力场变化的这种力学机制. 由于  $E$  和  $\mu$  与湿度 (含水率) 有关, 因而这些微分方程是非线性的.

在不计孔隙水压的情况下, 将式 (10) 代入一般弹性体平衡方程可得湿度应力场的平衡微分方程

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{E\alpha\theta}{1-2\mu} \right) = 0 \quad (12)$$

式中,  $\rho$  为岩体的质量密度.

上述方程, 再加上几何方程和协调方程及边界条件等, 就构成了湿度和应力场的控制微分方程系统, 方程之间是相互耦合的. 由此可求得湿度场、应力场、应变场和位移场. 当然这是极为复杂的微分方程系统, 如不加简化, 很难求得解析解, 一般需要采用数值解.

## 5 结 语

本文从膨胀岩体中的水分扩散和产生湿度应力的机制分析出发, 导出了湿度场和应力场的耦合微分方程系统, 较为完整地建立起了岩石膨胀理论的数学、物理和力学基础. 当然, 方程中有不少物性参数是十分复杂的. 虽有许多已有研究成果可以利用, 但还需做进一步的试验研究工作, 以确定具体变化规律. 另外, 在弹性变形范围内建立湿度应力场方程, 这在较大程度上是一种近似. 如分析问题的变形量较大, 需建立湿度应力场理论的弹塑性方程.

这里给出的湿度应力场的耦合方程, 不仅对弹性膨胀岩石适用, 而且对弹性膨胀土也适用. 这些方程与 Richard<sup>[6]</sup>、Boit<sup>[7]</sup> 等的弹性膨胀土湿度应力场方程比较, 更具有普遍意义. 由于受温度应力场理论的启发, 真正考虑了吸水膨胀变形与围岩内外部约束所引起的应力应变的变化. 当然, 原岩应力, 开挖和支护等因素对围岩应力应变的作用也完全包含在这些方程中.

## 参 考 文 献

- 1 Gysel M. Design methods for structure in swelling rock. *ISRM*, 1975,6:377-381
- 2 Wittke W. Foundations for the design and construction of tunnel in swelling Rock. *Proc.4th Int.Cong. on Rock Mech.*, Montreux,1979,2:219-229
- 3 陈宗基. 膨胀岩与隧洞稳定. *岩石力学与工程学报*, 1990, 9(3):175-183
- 4 孙钧, 凌建明. 渗水膨胀粘弹塑性围岩压力隧洞的耦合蠕变效应. *同济大学学报*, 1984,(2):81-87
- 5 缪协兴, 杨成永, 陈至达. 膨胀岩体中的湿度应力场理论. *岩土力学*, 1993,14(4): 49-55
- 6 Richards B G. Model for slab foundations on expansive clays. In: *Proc.8th Int.Conf.Soil Mech.Found.*, Moscow, 1973,22:185-191
- 7 Biot M A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic Solid. *J Appl Phys*, 1974,23:182-185

(1993 年 1 月 2 日收到第 1 稿,

1995 年 6 月 21 日收到修改稿)

# 智能数字式毕托管

周兴华 郝久玉

(天津大学力学系, 天津 300072)

**摘要** 本文采用了微差压传感器和单片机技术, 研制成智能数字式毕托管, 可以直接显示出所测流体的速度值.

**关键词** 毕托管, 智能, 微差压传感器

## 1 测速原理

毕托管作为一种常规的流速测量仪表, 必须与

微压计连接, 测出毕托管总压与静压之差才能求得流速. 智能数字式毕托管是一种新型的测速仪器, 见图 1.

它集毕托管、微差压计 (微差压传感器) 和计算功能 (单片机) 于一身, 使用方便, 可直接显示出测量值. 毕托管的测速原理和结构如图 2、图 3 所示.