

根据前述公式可计算出

$$\tau_z \Big|_{z=0} = 34.51 \text{ mPa}$$

$$w \Big|_{z=1000\text{m}} = 0.0619 \text{ m}$$

6.4 屈曲计算

$$P_{cr} = 649 \text{ N}$$

$$\lambda_0 = 1.9276 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\lambda_L = n\lambda_0 = \frac{1000}{8}\lambda_0 = 0.024 \text{ m}$$

6.5 塑性计算

$$M_e = 541 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_s = 721 \text{ N} \cdot \text{m}$$

从计算结果看出：(1) 扭转剪应力偏大，原因是驱动功率的其它损耗未扣除；(2) 考虑几何非线性

性扭转产生的轴向正应力仅占拉伸正应力的 0.5%，扭转轴向位移比拉伸轴向位移差两个数量级，均可忽略；(3) 临界荷载很低，但是由于泵杆在泵筒内工作，所以排除产生屈曲的外力后仍可恢复正常工作。

最后要说明的是扭转和拉伸的非线性在这里是分别计算的，但大变形是不能叠加的。

参 考 文 献

- 1 顾朴, 郑芳怀, 谢惠玲编. 材料力学 (第二版). 北京: 高等教育出版社, 1985
- 2 曹富新编. 简明弹性力学. 沈阳: 辽宁科技出版社, 1984

(1993 年 3 月 24 日收到第 1 稿,
1994 年 12 月 5 日收到修改稿)

立根横卧过程中的弯曲应力

李 华 屏

(兰州石油机械研究所, 兰州 730050)

摘要 石油钻井中立根由直立横卧成水平的过程中, 是受纵横弯曲作用. 本文建立了静力挠度曲线微分 - 积分方程, 并用差分法求解. 应力的计算值与实测值较吻合.

关键词 纵横弯曲, 差分法

为避免海上石油钻井船因风浪的颠簸致使竖放着的立根的倾侧, 必须将立根横卧于钻井船中. 而立根长约 26m, 其长细比在 180 以上. 减少其横卧过程中的弯曲应力和挠度是保护立根受损的关键.

1 挠度曲线方程的建立

忽略钻杆接头处的截面变化, 把立根看成是两端铰支的等截面梁 - 柱 (图 1). 当 A 点下降和 B 点协调地向右水平移动时, 立根就逐渐放倒直至水平.

设立根长为 l , 取 A 点为坐标原点, AB 线为 X 轴, AC 线为 Y 轴 (图 1). 立根每单位长度的自重为 p , 当立根与水平面成 θ 倾角时, 自重沿 X 和 Y 方向的分量分别是 $p \sin \theta$ 和 $p \cos \theta$, V_A 、 H_A 和

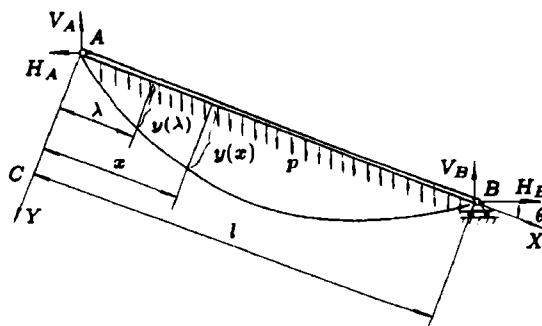


图 1

V_B 、 H_B 分别为点 A 和 B 的支承力的分力. 根据梁的基本理论^[1], 挠度曲线方程

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{M(x)}{EI}$$

式中, ρ 为曲率半径; $M(x)$ 为弯矩; E 为弹性模量; I 为立根横截面的轴惯性矩. 当曲率用近似式代替时, 上式可写成

$$EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -M(x)$$

$$= -(V_A \cos \theta - H_A \sin \theta)x + p \cos \theta \frac{x^2}{2} + (V_A \sin \theta + H_A \cos \theta)y(x) - \int_0^x [y(x) - y(\lambda)] p \sin \theta d\lambda \quad (1)$$

两端简支的边界条件: $y(0) = M(0) = 0$ 和 $y(l) = M(l) = 0$.

2 差分方程的建立和应力计算公式

式(1)两边对 x 求导, 得

$$EI \frac{d^3 y(x)}{dx^3} = -(V_A \cos \theta - H_A \sin \theta) + p \cos \theta x + (V_A \sin \theta + H_A \cos \theta - px \sin \theta) \frac{dy(x)}{dx}$$

经整理后, 有

$$\frac{d^3 y(x)}{dx^3} + K_1 \frac{dy(x)}{dx} + K_2 V_A = K_3 \quad (2)$$

式中

$$K_1 = \frac{px \sin \theta - V_A \sin \theta - H_A \cos \theta}{EI}$$

$$K_2 = \frac{\cos \theta}{EI}$$

$$K_3 = \frac{px \cos \theta + H_A \sin \theta}{EI}$$

将立根分成 n 等分, 共计 $n+1$ 个节点, 即 $0, 1, \dots, n$. 选用如下等间距的 1-3 阶差商表达式

$$\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta^2 y_i}{\Delta x_i^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \quad (4)$$

$$\frac{\Delta^3 y_i}{\Delta x_i^3} = \frac{y_{i+2} - 3y_{i+1} + 3y_i - y_{i-1}}{h^3} \quad (5)$$

各式中的 y_i, y_{i+1}, \dots 表示立根上第 $i, i+1, \dots$ 节点的挠度. h 为相邻节点沿 X 方向的间距.

用各阶差商代替式(2)中对应阶数的导数, 经整理后, 写成

$$-y_{i-1} + (3 - K_{1i} h^2) y_i + (K_{1i} h^2 - 3) y_{i+1} + y_{i+2} + K_{2i} h^3 V_A = K_{3i} h^3 \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (6)$$

式中, K_{1i}, K_{2i} 和 K_{3i} 分别为式(2)中 x_i 处的 K_1, K_2 和 K_3 .

当边界条件中的弯矩也用差商代替后, 有

$$y_0 = 0, \quad y_{-1} = -y_1 \quad (\text{当 } i = 0 \text{ 时})$$

$$y_n = 0, \quad y_{n-1} = -y_{n+1} \quad (\text{当 } i = n \text{ 时})$$

当式(6)和边界条件联立时, 方程总数为 $n+5$, 包含未知数的个数也是 $n+5$ (即 $y_{-1}, y_0, y_1, \dots, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}$ 和 V_A). 应指出, 系数 K_{1i} 中含有待求的未知数 V_A , 所以该方程组不是线性的. 但本文按线性的迭代求解.

当求得各节点的 y_i 后, 根据式(1)弯矩与导数间关系, 并用差商代替导数, 弯曲应力为

$$\sigma_{i\text{弯}} = \mp \frac{2E}{d} \cdot \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} \quad (7)$$

式中, d 为立根的外径.

轴向力在横截面上产生的正应力

$$\sigma_{i\text{轴}} = \frac{V_A \sin \theta + H_A \cos \theta - px_i \sin \theta}{F} \quad (8)$$

式中, F 为立根的横截面面积.

立根中各节点总的轴向应力为式(7)、(8)之和.

3 试验验证和结论

为了对本文的公式进行验证, 曾在外径 127mm、壁厚 3.5mm、长 25.92m 的立根上做试验. 在 $x = 16.6\text{m}$ 处粘贴电阻应变片, 计算中 $n = 27$. 应力的实测值和计算值列于下表中.

倾角 θ	8°53'			23°20'		
H_A (kN)	0	0.98	1.96	0	0.98	1.96
实测值 (MPa)	212.6	201.3	192.6	197.4	186.5	173.0
计算值 (MPa)	208.8	198.4	189.0	195.4	185.1	175.8
误差 (%)	+1.8	+1.4	+1.9	+1.0	+0.7	-1.6
倾角 θ	29°19'			34°56'		
H_A (kN)	0	0.98	1.96	0	0.98	1.96
实测值 (MPa)	180.7	172.0	162.0	173.1	163.0	152.2
计算值 (MPa)	186.0	175.7	166.6	175.3	165.1	156.0
误差 (%)	-2.9	-2.1	-2.8	-1.2	-1.3	-2.5

(1) 从表中看出, 实测值与计算值比较吻合, 误差在 $\pm 3\%$ 以内.

(2) 立根横卧时, 水平力 H_A (或 H_B) 对其挠度和弯曲应力的影响随力的大小而变化. 为减小立根中的弯曲应力, 在其端部施加适当拉力是很必要的.

参 考 文 献

1 苏翼林. 材料力学 (下册). 人民教育出版社, 1980

(本文于 1994 年 6 月 21 日收到)