



关于测试物体转动惯量方法的探讨

陈春澄 庄表中 沈德先
(浙江大学, 310027)

复杂形体转动惯量的测定法^[1]一般有: 落体法; 复摆法; 扭振法。它们都以时间为测量量, 再由理论公式求出转动惯量。落体法受阻尼影响较大, 实验表明, 测量误差 $\gg 5\%$ 。复摆法要求小摆幅($\leq 5^\circ$), 给测试带来不便; 如摆幅太大(60°), 测量误差也 $\gg 5\%$ (46%)。扭振法测试转动惯量, 阻尼影响很小, 振幅影响也远不如复摆法, 只要参数选择得当, 可保证误差 $\leq 5\%$ ^[2]。

我们采用三线摆扭振法测试图 1 所示的零件。该零件由四种金属材料复合, 几何形状无规则, 既没有对称平面又无对称轴, 重心偏离轴心 7.5mm, 质轻量, 才 82g。要求用无损伤的方法测定其转动惯量。

图 2 是三线摆原理图^[1]。只要测出其摆动周期 T , 就可按公式

$$J_c = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \frac{Mgr}{l} \quad (1)$$

求出摆体的转动惯量 J_c 。式中 M 为摆体质量, l 为摆线长度, r 为摆体重心与摆线的距离。

由式(1)可知, 两个质量相等的物体, 分别用同一个三线摆测试, 若扭振周期相等, 则两者的转动惯量必相等。我们称之为测试转动惯量的等效条件。利用这一等效条件, 我们成功地确定了图 1 零件的转动惯量。

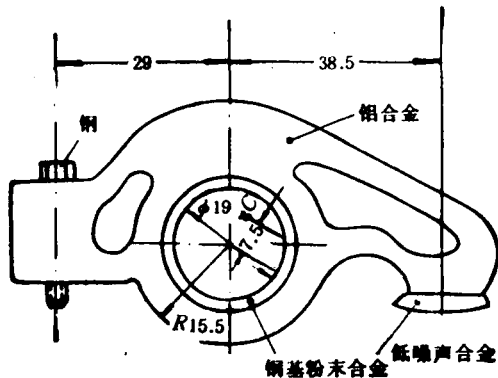


图 1

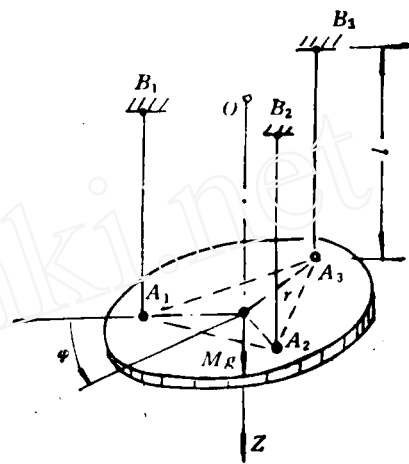


图 2

先将零件放置在摆盘上; 零件重心务必落在三线摆的铅垂摆轴 OZ 上, 图 3(a) 所示。摆的参数选为: 摆盘质量 $M = 20g$, $l = 650mm$, $r = 30mm$, 然后作扭振测试。通过多次测试, 最后, 得出扭振平均周期 $T = 1.48s$ 。

其次, 用两个质量之和正好等于零件质量 82g 的磁性圆柱体 ($\phi 29mm$) 进行转动惯量的等效测试。两圆柱体被对称地吸附在摆盘上, 如图 3(b) 所示。两圆柱体轴线间距 S 可以调整。对应一组 S 值, 测出扭振平均周期 T , 并算出相应的两圆柱体对 OZ 轴的转动惯量 J_c 。结果列表如下:

$S(mm)$	$T(s)$	$J_c(kg \cdot m^2)$
29	1.30	2.523×10^{-3}
39	1.44	3.883×10^{-3}
47	1.49	5.250×10^{-3}
51	1.51	6.043×10^{-3}
60	1.87	10.360×10^{-3}

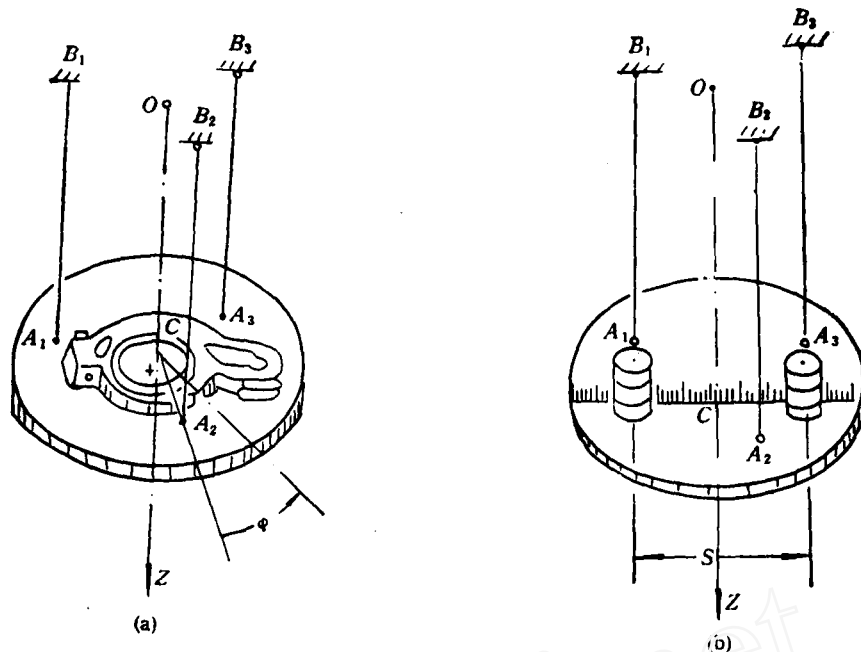


图 3

根据插入法得出 $T = 1.48\text{s}$ 的 $J_c = 4.88 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。这样，测试与计算结合，所得结果表明，误差 $< 5\%$ 。

由此可见，转动惯量的等效测试方法可以作为测定非匀质复杂形体转动惯量的无损有实用意义的方法，值得推荐。

参考文献

- [1] Л.Г. 洛强斯基, А.И. 路尔叶著, 理论力学教程下册第一分册, 高等教育出版社(1956): 132—135.
- [2] Л.Г. 洛强斯基, А.И. 路尔叶著, 理论力学教程下册第二分册, 高等教育出版社(1958): 403—404.
- [3] F.S. 谢, I.E. 摩尔, R.T. 亨克尔著, 机械振动——理论及应用, 国防工业出版社(1984): 91.

解决碰撞问题的动静法

赵文礼 王林泽

(兰州铁道学院, 兰州 730070)

1. 质点碰撞过程中的动静法

设一质点的质量为 m , 作用于质点上的碰撞冲量为 S , 约束反冲量为 S_N , 碰撞开始和结束时质点的运动速度分别为 v 和 u , 由碰撞定理得

$$mu - mv = S + S_N$$

令

$$S_z = -(mu - mv) \quad (1)$$

则有

$$S + S_N + S_z = 0 \quad (2)$$

在此 $S_z = -(mu - mv)$ 是由于质点的惯性而产生的反碰撞冲量, 故称为惯性冲量, 它作用在施加冲量的物体上。如锤击钉子, 则惯性冲量作用在锤上。

这样, 主动冲量和约束反冲量与假想地加上的惯性冲量组成了形式上的平衡冲量系。

2. 质点系碰撞过程中的动静法

设质点系由 n 个质点组成, 任一质点的质量为 m_i , 作用于质点上的外碰撞冲量为 S_i^e , 内碰撞冲量为 S_i^i , 约束反碰撞冲量为 S_{Ni} , 惯性冲量为 $S_{zi} = -(m_i u_i - m_i v_i)$, 则该质点的平衡方程为:

$$S_i^e + S_i^i + S_{Ni} + S_{zi} = 0$$

对于 n 个质点组成的质点系, 由静力学力系简化理论可知, 欲平衡, 冲量系的主矢和对任意点的主矩应分别等于零。又因内碰撞冲量的矢量和等于零, 于是质点系动静法冲量原理的数学表达式为