

对工科理论力学教材中“动量定理在流体中的应用”一节的看法

郝树棠

(兰州铁道学院, 730070)

我国高校机械、给水排水、土建、水利等工科理论力学教材中，大多有“动量定理在流体中的应用”一节^[1,2]或例题^[3]，并附有相应的习题。对教材中的部分内容，笔者提出下面几点粗浅看法，与同行讨论。

1. 控制体问题

将理论力学中的质点系动量定理应用于求定常不可压流体在管道内流动时产生的动反力 N'' ，各教材都作了简明的推导，完成了从所分离出的那块流体质点系（即隔离体）的边界面（即流体面）到固定于空间的体积（即控制体）的界面（即控制面）的过渡，从描述流体运动的方法上讲，完成了从 Lagrange 法到 Euler 法的过渡^[4]。这时动反力的表达式

$$N'' = \rho Q(v_2 - v_1) \quad (1)$$

已不再是原来那块隔离体的动反力表达式，而是关于控制体的表达式，即作用于控制体内流体的动反力等于单位时间从控制面 CD 流出的动量与从控制面 AB 流入的动量之差（见图 1）。这一概念上的重要差别，在教材中应有所交待。

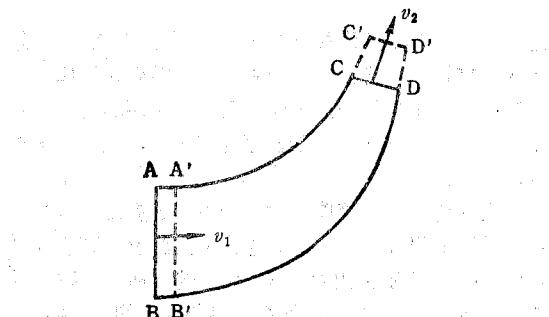


图 1

2. 关于用平均流速计算动量问题

首先是式(1)中用平均流速矢 v 计算动量要求 AB 和 CD 断面满足定常均匀流或定常渐变流条件（对于湍流，以上均指时均流动），否则式(1)将不成立（尽管

研究测定）。

主要研究内容有：

1. 常温 32 MPa 围压条件下，岩石弹性参数及电热参数的研究。包括岩样中弹性波的传播速度和能量衰减及一定地下环境（温度、压力、孔隙度、含泥量等）各参数变化规律的研究。

2. 地表温压条件（200℃, 50 MPa）下有关岩石力学和物理性质的研究，包括温度压力，孔隙水和孔隙压

实际问题中不多）；其次，由于断面上各点的流速 v 不相同，用平均流速矢计算的动量比实际的小，应乘以修正系数 $\beta = \int_A u^2 dA / \bar{v}^2 A$ ，式中 A 为过流断面面积。

对于水等低粘性流体，在大多数情况下属湍流，可取 $\beta = 1$ ；对于原油等高粘性流体， β 值可能达 $4/3$ ，是必须加以考虑的。上述两点虽已超出理论力学教材范围，但其概念应适当予以介绍。

3. 关于断面上压强的大小

如图 2 所示，当管道 I-I 断面直径 d_1 、II-II 断面直径 d_2 、流量 Q 、I-I 断面压强 p_1 （或 II-II 断面压强 p_2 ）已知时， p_2 （或 p_1 ）即可由能量方程求出，不能再任意给定。文献[1]中例 13-10 大意是：60°缩小弯头位于水平面内， $d_1 = 30\text{cm}$ ， $d_2 = 15\text{cm}$ ，水的流量 $Q = 0.34\text{m}^3/\text{s}$ ， $p_1 = 28\text{N/cm}^2$ ， $p_2 = 11.5\text{N/cm}^2$ ，求弯头动反力 N_x'' 、 N_y'' 和……。该例题若 p_1 已给定，在忽略能量损失情况下，由定常不可压理想流体能量方程知， $p_2 = p_1 + \rho(\alpha_1 v_1^2 - \alpha_2 v_2^2)/2$ ，且达最大值。式中水的密度 $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ ，动能修正系数 $\alpha_1 \approx \alpha_2 = 1.05 \sim$

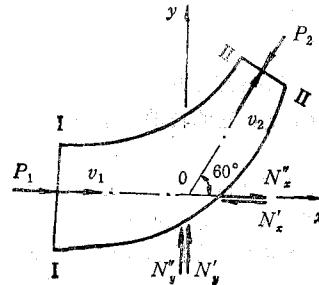


图 2

1.10. 若取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0$ ，得 $p_2 = 10.65\text{N/cm}^2$ ，若取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.10$ ，得 $p_2 = 8.91\text{N/cm}^2$ 。显然题中给出的 p_2 值是错误的。

4. 关于固定弯头所需之力

力及时间因素对岩石的物理性质、力学性质特别是岩石流变性质的影响规律及应用理论的研究；本构方程和强度准则的研究和建立，不同温压状态下饱水岩石流变、扩容断裂研究：

3. 地壳温压条件（400℃, 800 MPa）下岩石力学性质和物理性质研究和岩石变形、破坏机制的研究，包括纵横波速、强度、脆性—延性转变、扩容、蠕变、松弛、

（下转第 44 页）

固定弯头所需之力是动反力和静反力之和，这在文献[1]的例13-10中交待得很清楚（但因题中 P_1 值有错误，最终计算结果不正确）；而在文献[2]中，第153页有“由计算结果看出，动压力是相当大的，因此，高速管道不仅……，而且在铺设管道时还必须在弯曲处用支座将管道加以固定。”第157页习题9-7（见图3）：水以 $v = 2\text{m/s}$ 的速度沿直径 $d = 0.3\text{m}$ 的管道流

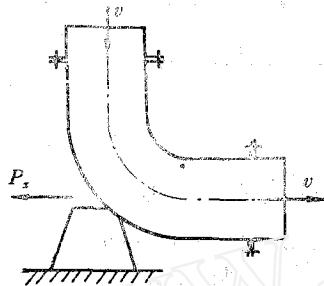


图 3

动，求在弯头处支座上所受水平压力。答： 283N 。经笔者验算知答案是动压力的水平分力 P''_x （ P''_x 与 N''_x 等值反向）。从上述两处可知：文献[2]认为弯头处支座主要用来承受动压力。事实上这只对少数小口径喷枪、水电站引水管等高流速管道正确，对绝大多数给水、水利和水力输送等工程中的管流，只有大、中口径管道的弯头处才需设置支墩，并主要用来承受静压力的合力（与静反力等值反向）。这是因为管流的静压强一般都在几百kPa以上，静压力的合力较大；而管道的经济流速一般不大于 3m/s ¹²¹，动压力合力较小。例如一水平放置的等直径 90° 弯头（实际工程中弯头基本上是等直径），设 $d = 500\text{mm}$ ， $v = 3\text{m/s}$ ， $P_1 = 200\text{kPa}$ 。若忽略能量损失，则可求得动压力合力 $P'' =$

2.50kN ，静压力合力 $P' = 55.54\text{kN}$ ，静压力是动压力的22倍。实际工程中静压力往往比此例中还要大很多。

5. 关于未知力方向的假设问题

在求未知力时，一种方法是如文献[1]中例13-10那样，根据分析假设 N''_x 、 N''_y 、 N'_z 沿 x 、 y 轴正向， N'_x 沿 x 轴负向，由式(1)和静力平衡方程

$$P_{1x} + P_{2z} - N'_x = 0 \quad (2)$$

$$P_{1y} + P_{2y} + N'_y = 0 \quad (3)$$

算得例13-10的 $N''_x = 1.65\text{kN}$ ， $N''_y = 5.67\text{kN}$ ， $N'_z = 18.86\text{kN}$ ， $N'_y = 1.63\text{kN}$ 。因为假设 N''_x 、 N''_y 、 N'_z 沿 x 、 y 轴正向，计算结果又都是正值，表明它们沿 x 、 y 轴正方向；而 N'_x 为正值却表明其沿 x 轴负方向，与 N''_x 、 N''_y 、 N'_z 方向的判别不统一，易引起错误。其原因在于预先假设 N'_x 沿 x 轴负方向，在式(2)中 N'_x 前为负号，而 N'_x 本身为负值，从而使计算结果成为正值。

另一种方法是假设未知力方向一律沿坐标轴正方向，由此得例13-10的 $N'_x = -18.86\text{kN}$ 。这表明 N'_x 的方向沿 x 轴负方向。显然这种方法概念上更清楚，判别未知力方向也取得了统一。

参 考 文 献

- [1] 南京工学院、西安交通大学主编，理论力学（下册），人民教育出版社（1979）。
- [2] 重庆建筑工程学院、湖南大学编，理论力学，人民教育出版社（1979）。
- [3] 华东水利学院工程力学教研组编，理论力学（下册），人民教育出版社（1979）。
- [4] L. 普朗特等著，郭永怀、陆士嘉译，流体力学概论，科学出版社（1981）。
- [5] 华东水利学院、武汉水利电力学院编，水力学，人民教育出版社（1979）。

对平面应变问题的讨论

陈 津 民

（成都地质学院，610059）

文献[1]给出的平面应变定义有些不妥，下面加以讨论。

（1）符合平面应变定义但不是平面应变问题

如图1所示等截面矩形柱体受自重 ρg 作用，底面 $(z = h)$ 为光滑接触面，其它五面自由，且 l 远比 h 、 b 大。显然该问题既符合文献[1]经典平面应变定义，也符合文献[2]广义平面应变定义。

下面按空间问题给出三个位移分量

力学与实践

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 - \frac{\rho g}{2E} [x^2 + \mu(y^2 + z^2)] \\ v &= \frac{\mu \rho g}{E} xy \\ w &= \frac{\mu \rho g}{E} xz \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 u_0 为平动刚体位移， E 为弹性模量， μ 为波松比。

将(1)式代入几何方程得应变分量