

算  $S \cdot L$  的体重,见表 2。

$$\frac{G_1}{G_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{5/3}$$

$$G_2 = G_1 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{5/3} = 63.37(\text{kg})$$

表 2

| 相关模式 | I     | II    | III   | 实测    |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 体重   | 65.33 | 66.84 | 63.37 | 62.00 |

例 2 某 A 身高 1.63 m、体重 63.22 kg、对额状轴转动惯量  $10.07 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、某 F 身高 1.81 m、体重 65.01 kg、对额状轴转动惯量  $13.26 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。从某 A 的数据计算某 F 的体重及转动惯量详见表 3。

表 3

| 相关模式 | I     | II    | III   | 实测    |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 体重   | 86.56 | 96.12 | 75.29 | 65.01 |
| 转动惯量 | 17.00 | 18.88 | 14.78 | 13.26 |

### 参 考 文 献

- [1] 顿斯柯依,扎齐奥斯基合著,生物力学。
- [2] 菲利普·J·拉希和洛奇·K·拍克编著,运动学和应用解剖学。
- [3] 体育专业通用教材,运动生物力学。
- [4] 李建设,人体结构比例模型与功能,浙江体育科学,1(1988)。
- [5] 马福中编著,生物力学导论。

(本文于 1989 年 3 月 8 日收到)

## 关于中低应力强度因子范围疲劳裂纹扩展速率的研究

赵宝荣

(国家机械委五二研究所)

**摘要** 本文对 PCrNi<sub>3</sub>MoVA (ESR) 进行了常规性能、低周疲劳性能及疲劳裂纹扩展速率的试验,并且基于疲劳裂纹尖端区域应力、应变分析,应用累积损伤理论,提出一个估算疲劳裂纹扩展速率的简便方法。

**关键词** 疲劳扩展,累积损伤,低周疲劳

分见表 1。

表 1 PCrNi<sub>3</sub>MoVA (ESR) 钢的化学成分

| C    | Cr   | Ni   | Mo   | V    | Si   | Mn   | S     | P     |
|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| 0.40 | 1.33 | 3.00 | 0.41 | 0.13 | 0.27 | 0.45 | 0.002 | 0.008 |

常规性能及低周疲劳性能在 Instron125 电液伺服万能材料试验机上进行,结果见表 2。

表 2 测试结果

| $\sigma_{0.2}$ [MPa] | $\sigma_s$ [MPa] | $\psi$ | $\epsilon_f$ | $\epsilon_s$         |
|----------------------|------------------|--------|--------------|----------------------|
| 1168                 | 1274             | 58.0   | 0.868        | $5.7 \times 10^{-3}$ |
| $\sigma_j$ [MPa]     | $\epsilon_j$     | $b$    | $c$          | $n'$                 |
| 1645                 | 0.477            | -0.074 | -0.73        | 0.100                |

疲劳裂纹扩展速率及门槛值在 Amsler 高频试验机上进行,结果见图 3。试验时载荷比  $R = 0.1$ , 频率 150—170 HZ, 室温、空气环境、相对湿度 30% 左右。

### 3. 疲劳裂纹扩展速率的估算方法

### 1. 引言

金属的疲劳失效是工程结构中常见的破坏原因,因而对疲劳的研究就显得十分重要了。现在的防疲劳设计,需要关于疲劳裂纹扩展速率的知识,因为大多数结构都含有在制造过程中带来的类裂纹缺陷,有的结构则在使用过程的早期就产生了裂纹,这时整个疲劳寿命几乎被疲劳裂纹的扩展所控制。但是对  $da/dN$  的测试,尤其在中低应力强度因子范围内,成本昂贵,需要花费大量的人力、物力。相反,材料的低周疲劳性能却较易测试。

### 2. 实验和结果

材料为 PCrNi<sub>3</sub>MoVA (ESR) 钢,化学成

疲劳裂纹的生长是由于裂纹尖端附近材料的循环破坏引起的<sup>[1,2]</sup>,因而裂纹尖端的应变幅值,是裂纹生长的良好度量,而裂纹尖端循环塑性区内应变分布大致服从 HRR 理论解<sup>[3,4]</sup>,即

$$\Delta \varepsilon(x) = 2\varepsilon_f \left( \frac{\Delta K^2}{\alpha x} \right)^\beta \quad (1)$$

其中,  $\varepsilon_f$  为屈服应变;  $x$  为距裂纹尖端的距离;  $n'$  为循环应变硬化指数。

$$\alpha = \begin{cases} 4\pi\sigma_f^2(1+n') & (\text{平面应力}) \\ 4\pi\sigma_f^2(1+n')/(1-2\nu)^2 & (\text{平面应变}) \end{cases}$$

$$\beta = \frac{1}{1+n'}$$

但是接近裂纹尖端时,存在着严重的非线性塑性变形,(1)式不再适用,将此区域称为 I 区域,其余部分为 II 区域,如图 1 所示。有限元计算结果表明, I 区域中应变梯度比 II 区域中的应变梯度要小得多,可以认为 I 区中应变

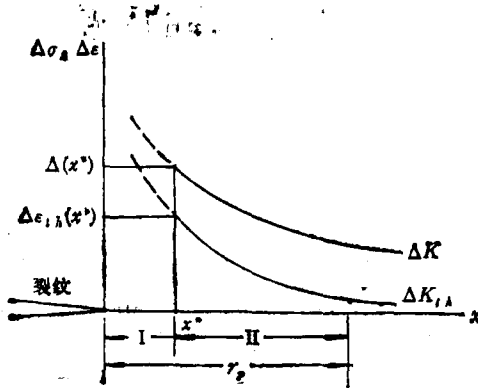


图 1 裂纹尖端应变分布

近似相等,因而疲劳损伤主要累积在 I 区中<sup>[5]</sup>,且 I 区的大小  $x^*$  基本为一试验常数<sup>[6]</sup>

$$x^* = (\varepsilon_f / \Delta \varepsilon_{I,H})^{1/\beta} (\Delta K_{I,H}^2 / \alpha) \quad (2)$$

其中,  $\Delta \varepsilon_{I,H}$  为门坎应变幅值。

因此,裂纹尖端 I 区的材料疲劳,可以用许多一个直径为  $x^*$  的疲劳元承受单轴拉伸来模拟,这个元的失效就意味着在此萌生了裂纹,这种连续的萌生过程,可以理解为宏观上的稳态裂纹生长。若作用在疲劳元上的有效应变幅为  $\Delta \varepsilon_{eff}$ , 其失效寿命为  $N_f$ , 则其扩展速率近似的为

$$\frac{da}{dN} = \frac{x^*}{N_f} \quad (3)$$

当  $\Delta \varepsilon \leq \Delta \varepsilon_{I,H}$  时,可以认为疲劳裂纹停止生长,因此

$$\Delta \varepsilon_{eff} = \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_{I,H} \quad (4)$$

由(1)、(4)式得

$$\Delta \varepsilon_{eff} = 2\varepsilon_f \left( \frac{1}{\alpha x} \right)^\beta (\Delta K^2 - \Delta K_{I,H}^2)^\beta \quad (5)$$

而  $\Delta \varepsilon_{eff}$  与  $N_f$  之间近似地服从 Manson-Cofin 关系<sup>[6]</sup>即

$$\Delta \varepsilon_{eff} = \varepsilon_f' N_f^c \quad (6)$$

其中,  $\varepsilon_f'$  为疲劳塑性系数,  $c$  为疲劳塑性指数, 所以有

$$N_f = \left( \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_f'} \right)^{\frac{1}{c}} \left( \frac{1}{\alpha x} \right)^{\beta/c} (\Delta K^2 - \Delta K_{I,H}^2)^{\frac{\beta}{c}}$$

如前所述, I 区域中应变大致相等,因此作用在疲劳元上的  $\Delta \varepsilon_{eff}$  近似地等于在  $x = x^*$  处的应变值大小,于是

$$N_f(x^*) = \left( \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_f'} \right)^{\frac{1}{c}} \left( \frac{1}{\alpha x^*} \right)^{\frac{\beta}{c}} (\Delta K^2 - \Delta K_{I,H}^2)^{\frac{\beta}{c}} \quad (7)$$

与(3)式相联系

$$\begin{aligned} \frac{da}{dN} &= \frac{x^*}{N_f(x^*)} \\ &= \left( \frac{\varepsilon_f'}{\varepsilon_f} \right)^{\frac{1}{c}} (x^*)^{\frac{c+\beta}{c}} \alpha^{\frac{\beta}{c}} (\Delta K^2 - \Delta K_{I,H}^2)^{-\frac{\beta}{c}} \\ &= A (\Delta K^2 - \Delta K_{I,H}^2)^m \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$A = \left( \frac{\varepsilon_f'}{\varepsilon_f} \right)^{\frac{1}{c}} \alpha^{\frac{\beta}{c}} (x^*)^{\frac{c+\beta}{c}}, \quad m = -\frac{\beta}{c}$$

$$\Delta K_{I,H} = \sqrt{\alpha x^*} (\Delta \varepsilon_{I,H} / 2\varepsilon_f)^{\frac{1}{\beta}}$$

(8)式和 Donahue 等人<sup>[7]</sup>从实验结果中归纳出来的形式相一致,因此,(8)式不仅将材料的疲劳扩展性能和材料的机械性能、低周疲劳性能相联系起来,而且对经验公式中的系数也作了解释。

#### 4. 与实验结果的对比

利用模型估算结果与 PCrNi<sub>3</sub>MoVA(ESR) 以及其它三种类型材料的试验结果作了比较,具体参数见表 3。图 2—图 5 为估算曲线与实验数据点,可以看出两者吻合颇好。

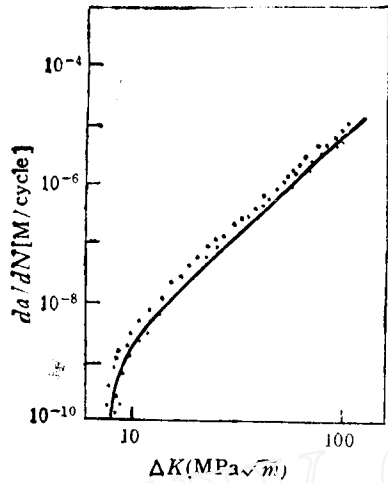


图2 10Ni 钢  $\frac{da}{dN} \propto \Delta K$

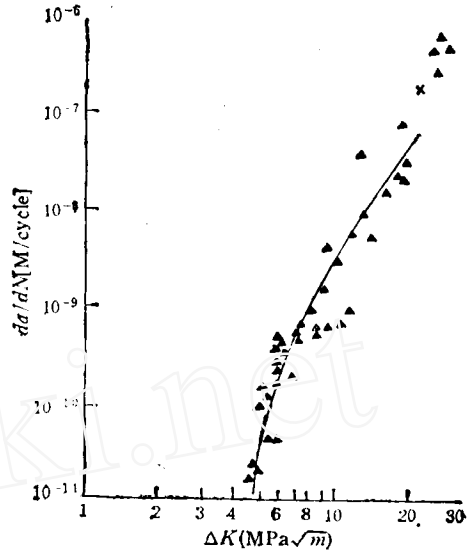


图4 316L 不锈钢的  $\frac{da}{dN} \propto \Delta K$

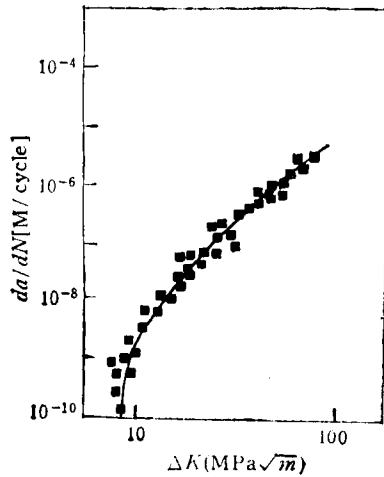


图3 PCrNi<sub>3</sub>MoVA(ESR) 钢  $\frac{da}{dN} \propto \Delta K$

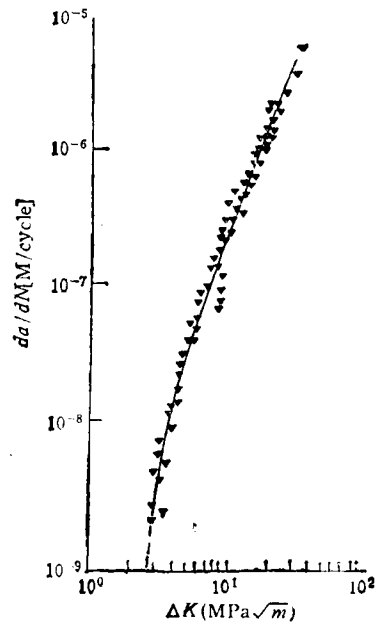


图5 Ae7075-T651 的  $\frac{da}{dN} \propto \Delta K$

四种材料的估算曲线为

I. PCrNi<sub>3</sub>MoVA (ESR):

$$\frac{da}{dN} = 3.800 \times 10^{-11} (\Delta K^2 - 47.61)^{1.245}$$

II. 10Ni 钢

$$\frac{da}{dN} = 8.397 \times 10^{-12} (\Delta K^2 - 57.76)^{1.397}$$

III. 316L 不锈钢

$$\frac{da}{dN} = 1.140 \times 10^{-13} (\Delta K^2 - 21.26)^{1.923}$$

IV. Ae7075-T651

$$\frac{da}{dN} = 2.442 \times 10^{-9} (\Delta K^2 - 6.25)^{1.156}$$

从模型推导与实验结果对比中, 我们可以看出, (8)式适合于中、低应力强度因子范围, 在接近  $K_{Ic}$  的第 III 区域, (8)式不能很好地描述其扩展规律, 因此对 (8) 式有待加入  $K_{Ic}$  参

表3 方程(8)中使用的性能参数

| 材料性能                                | 合 金                               |                      |                       |                      |
|-------------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
|                                     | I<br>PCrNi <sub>3</sub> MoVA(ESR) | *II<br>10Ni 钢        | **III<br>316 L 不锈钢    | **IV<br>Ae7075-T651  |
| $\sigma_s$ [MPa]                    | 1168                              | 1106                 | 200                   | 541                  |
| $e_s$                               | $5.7 \times 10^{-3}$              | $5.3 \times 10^{-3}$ | $1.04 \times 10^{-3}$ | $7.9 \times 10^{-3}$ |
| $e_j$                               | 0.477                             | 0.560                | 0.480                 | 0.360                |
| $n'$                                | 0.100                             | 0.109                | 0.300                 | 0.040                |
| $c$                                 | -0.73                             | -0.65                | -0.40                 | -0.83                |
| $\Delta K_{I,II}$ [MPa $\sqrt{m}$ ] | 6.9                               | 7.6                  | 4.6                   | 2.5                  |
| $x^*$ [m]                           | $6.2 \times 10^{-6}$              | $4.6 \times 10^{-6}$ | $4.9 \times 10^{-6}$  | $1.5 \times 10^{-7}$ |

表中\*来自文献[6], \*\*来自文献[8].

量以期更完善地描述疲劳裂纹的扩展。

### 5. 结论

文中提出的估算方法,在中、低应力强度因子范围具有一定的合理性,它建立起了疲劳裂纹扩展速率与其他性能的关系,能够非常方便地估算疲劳裂纹扩展速率。

### 参 考 文 献

[1] Bowles, C. Q. & Broek, D., *Int. J. of Fract. Mech.*, 1, 8 (1972), 75-85.  
 [2] Tomkins, B., *Metal. Sci.*, 8-9, 14 (1980), 408-417.

[3] Rice, J. R., & Rosen green, G. F., *J. Mech. & Phys. of Solids*, 1,16(1968), 1-12.  
 [4] Hutchinson, J. W., *J. Mech. & Phys. of Solids* 1,16 (1968), 13-31.  
 [5] Hahn G.T. Hongland R. G. & Rosenfield A.R., *Met. Trans.* 5,3(1972),1189-1202.  
 [6] 赵宝荣,疲劳载荷下裂纹扩展模型,兵器材料科学与工程,5(1987),43-47.  
 [7] Donahue, R. J., Clark, H. M., Atanmo, P., Kumble, R. & McEvily, A. J., *Int. J. of Fract. Mech.* 2,8 (1972), 209-219.  
 [8] Jacques Lantaigne & Jean-Paul Bailon, *Met. Trans.* 3,12 (1981), 459-466.

(本文于1987年9月收到,  
1990年2月收到修改稿)

(上接第73页)

考虑了应变片丝栅的纵向效应。当然要精确地计算偏心对残余应力的影响还应考虑丝栅的横向效应(该问题笔者将在已完成的另一篇文章中讨论)。因此该公式在仅考虑纵向效应下是精确的。讨论该公式的精度应以考虑偏心时丝栅的纵横向效应的更精确公式为标准。文献[3]的分析建立在钻孔不偏心的基础上,所以在求应变释放系数B和A中不含有偏心参数 $c$ 、 $\beta$ 和 $\phi$ ,由此得到的结论是否适用于偏心情况有待进一步研究。

由于在搜索逼近程序中一个变量的差错,致使文[1]中表1列出的数据有误,现将改正结果附后(见表2)。特向读者致歉,同时对王家勇同志给予指出错误

表示感谢。

### 参 考 文 献

[1] 杨伯源,钻孔偏心对松弛应变及残余应力的影响,力学与实践,10,3(1988),33-37.  
 [2] 孙训芳,材料力学,人民教育出版社(1979)第一版第二册,27-31  
 [3] Majid Rabiri, Toward more accurate residual-stress measurement by the hole-drilling method: analysis of relieved-strain coefficients, *Exp Mechanics*, 25, 1(1986), 14-21.