

2. 采取通常的矩阵传递方式——从结构的左端向右端传递, 迭代不收敛。

### 参 考 文 献

[1] 陈松洪, 挤压油膜阻尼器的等效线性化, 西北工业大学学报, 4, 2(1986), 137-146.

[2] Hibner, D. H., et al., *J. of Engineering for Power*, Trans. ASME, 99, Series A, 1(1977), 47-52.

[3] 钟一谭等, 转子动力学, 清华大学出版社(1987).

(本文于1989年8月20日收到)

## 关于滑动连接机构的加速度分析

袁 钰 吾

(中南工业大学)

**摘要** 文献[1]研究了平面接触机构的两构件作无相对滑动的滚动的运动分析。本文则研究两构件在接触处有相对滑动时的加速度分析。

**关键词** 滑动连接, 加速度, 平面运动

### 1. 基本公式

平面接触机构接触点的加速度问题, 文献[2]已经很好地解决了。但只限于两个构件均作绕定轴的转动的情形。

文献[1]研究了平面接触机构中的两构件作无相对滑动的滚动的运动分析。这接触机构中的一个构件作平面运动。但如果两构件在接触处有相对滑动, 其公式便不适用。

本文则研究平面接触机构中的一个构件作平面运动, 在接触处有相对滑动时的加速度分析。

如图1所示, 设圆轮O沿直线轨道NK又滚又滑, NK作平面运动。某瞬时, 轮上的M点和直线NK上的M'相接触。取M为动点, NK为动系, 则有

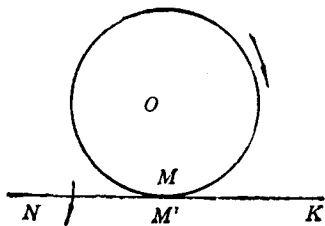


图 1

$$a_M = a_{M'} + a_r + a_k \quad (1.1)$$

式中  $a_M$  及  $a_{M'}$  分别为M点及M'点的绝对加速度;  $a_r$  及  $a_k$  分别为M点的相对及哥氏加速度。

式(1.1)中的  $a_r$  比较难于确定, 下面专门研究。

如图2所示, 设圆轮沿直线轨道Ox又滚又滑, 则轮上任一点M的坐标为

$$x = R\varphi - R \sin \varphi + x_1, \quad y = R - R \cos \varphi$$

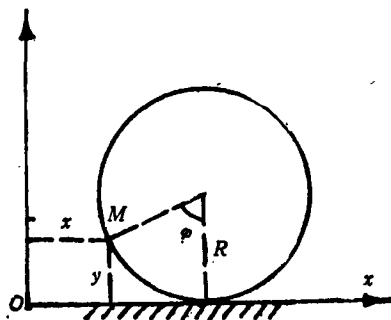


图 2

式中  $x_1$  为由于滑动而增加的  $x$  的值,  $R$  为轮的半径。于是得

$$\ddot{x} = R\ddot{\varphi} + R \sin \varphi \dot{\varphi}^2 - R \cos \varphi \ddot{\varphi} + \ddot{x}_1$$

$$\ddot{y} = R \cos \varphi \dot{\varphi}^2 + R \sin \varphi \ddot{\varphi}$$

令  $\varphi = 0$ , 得

$$a_r^x = \ddot{x} = R\ddot{\varphi} - R\ddot{\varphi} + \ddot{x}_1 = a, \quad (1.2)$$

$$a_r^y = \ddot{y} = R\dot{\varphi}^2 = R\omega^2 \quad (1.3)$$

式中  $a_r = \ddot{x}_1$  为滑动加速度,  $\omega$  为轮相对于直线Ox的转动角速度。如果不是圆轮而是轮廓

线为任意平面曲线的平面图形,只需将式(1.3)中的  $R$  换成轮廓线在接触点处的曲率半径  $\rho^{[1]}$ 。这是因为我们所研究的是  $\varphi = 0$  的特定时刻,从而可以认为  $\varphi$  值为无限小量,于是,非圆轮廓线沿直线  $Ox$  的又滚又滑的运动便和上述半径为  $R = \rho$  的圆轮的运动一样。值得指出,式(1.2)及(1.3)只适于  $NK$  为直线的情形。

## 2. 算例

以下举实例说明式(1.2)及(1.3)的应用。

**例1** 如图3所示平面机构中,曲柄  $OA = R$ , 以匀角速度  $\omega$  绕  $O$  轴顺时针旋转。杆  $AB$  总是与半径为  $R$  的  $O_1$  轮相接触。设  $O_1$  轮以匀角速度  $\omega_{01}$  顺时针旋转,当  $\angle BAO = 150^\circ$  时,  $AB = \sqrt{3}R$ , 求  $AB$  杆的角加速度  $\varepsilon_{AB} = ?$

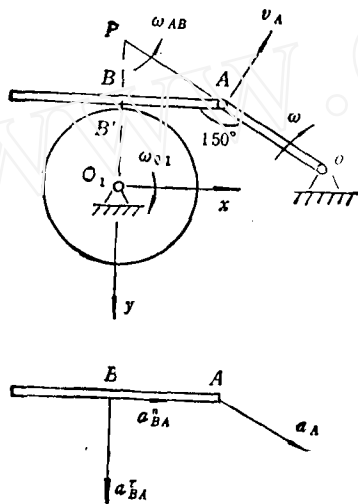


图 3

**解**  $AB$  杆作平面运动,用瞬心法可求得<sup>①</sup>

$$\omega_{AB} = \omega/2 \text{ (逆时针)} \quad (1)$$

$$v_B = R\omega/2 \quad (2)$$

以  $A$  为基点,研究  $AB$  杆上的  $B$  点,则有

$$a_{B\bar{i}} + a_{B\bar{j}} = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} + \bar{a}_{BA}^i \quad (3)$$

式中  $\bar{i}$  及  $\bar{j}$  为沿  $x$  及  $y$  轴正向的单位矢。

将式(3)沿  $y$  轴投影得(设  $\bar{a}_{BA}$  朝下)

$$a_{BA}^j = a_B^j - a_A^j/2 \quad (4)$$

再研究与  $B$  相接触的  $O_1$  轮上的  $B'$  点。以  $AB$  杆为动系,  $B'$  点为动点,由式(1.1)得

$$a_{B'} = a_B + a_r + a_K \quad (5)$$

式中  $a_r$  及  $a_K$  分别为  $O_1$  轮上  $B'$  点的相对及哥氏加速度。

将式(5)沿  $y$  轴投影并利用式(4)得

$$a_{B'A}^j = a_{B'}^j - a_r^j - a_K^j - a_A^j/2 \quad (6)$$

显然,  $B'$  点相对  $AB$  杆的速度为

$$v_r = R\omega_{01} - R\omega/2$$

设  $v_r > 0$ , 即矢  $v_r$  朝右, 则  $a_K$  沿  $y$  轴的负向, 故

$$a_K^j = -2\omega_{AB}v_r = -\omega(R\omega_{01} - R\omega/2) \quad (7)$$

由式(1.3)有

$$a_r^j = R\omega_r^2 = R(\omega_{01} + \omega/2)^2 \quad (8)$$

此外,

$$a_{B'}^j = R\omega_{01}^2, \quad a_A^j = R\omega^2 \quad (9)$$

将式(7-9)代入式(6)化简得

$$\varepsilon_{AB} = a_{B'A}^j/AB = -5\sqrt{3}R\omega^2/12 \quad (10)$$

转向为顺时针。于是,问题遂获解决。

当  $\omega_{01} = \omega/2$ , 即  $AB$  杆与  $O_1$  轮间无相对滑动时,文献[1]也得到了与本文式(10)完全相同的结果,因为这类问题与  $\omega_{01}$  无关,即使  $O_1$  轮静止不动,式(10)也不会改变。但文献[1]不能得到这样的结论。

**例2** 如图4所示,凸轮绕  $O$  轴以匀角速度  $\omega$  旋转,推动导板  $BC$  沿铅垂轨道运动。某瞬时,导板  $BC$  上的  $A$  点与凸轮的  $A'$  点相接触,  $OA = r$ ,  $OA$  与铅垂线的夹角为  $\theta$ 。凸轮轮廓曲线在  $A'$  点的曲率半径为  $\rho$ , 求此瞬时导板  $BC$  的加速度及导板对于凸轮的相对加速度。

**解** (1) 求导板  $BC$  的绝对加速度。

以导板  $BC$  为动系,凸轮上的  $A'$  点为动点,则有

$$a_{A'} = a_A + a_r \quad (1)$$

式中  $a_r$  为  $A'$  点的相对加速度。将式(1)沿  $y$  轴投影并考虑到由式(1.3)

$$a_r^j = -\rho\omega^2 \quad (2)$$

以及

$$a_{A'}^j = -r\omega^2 \cos \theta$$

于是得

$$a_A^j = -r\omega^2 \cos \theta + \rho\omega^2 \quad (3)$$

显然,  $a_A^y = 0$ , 故  $A$  点的绝对加速度沿铅垂方向, 其大小由式(3)决定.

(2) 求导板  $BC$  相对于凸轮的加速度

取凸轮为动系, 导板上的  $A$  为动点. 令  $\bar{a}'$  及  $\alpha_K$  表示  $A$  点的相对及哥氏加速度, 则有

$$\bar{a}_A = \bar{a}' + \alpha' + \alpha_K \quad (4)$$

由式(1)及(4)可得

$$\alpha' + \alpha_K = -\alpha' \quad (5)$$

由于

$$v_r = v_{A'} \cos \theta = r\omega \cos \theta$$

方向为水平朝右, 故

$$\alpha_K = 2r\omega^2 \cos \theta \quad (6)$$

方向为铅垂向上.

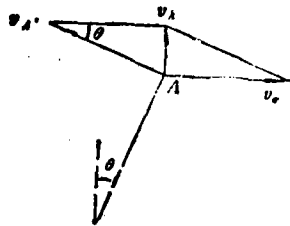
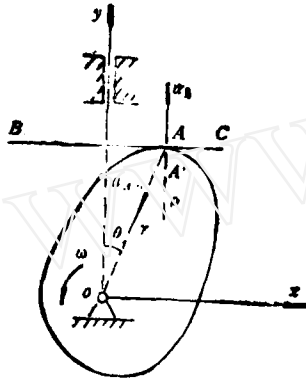


图 4

由式(1), 注意到  $\bar{a}_A$  为铅垂方向, 而有  $a_A^x = a_A^x$ . 将式(5)沿  $x$  及  $y$  轴投影得

$$a_A^x = -a_A^x = r\omega^2 \sin \theta \quad (7)$$

$$a_A^y + \alpha_K = -a_A^y \quad (8)$$

将式(2)及(6)代入式(8), 可求得  $a_A^y$ , 与式(7)联合求得  $a_A^x$ , 问题即获解决.

当凸轮的轮廓线为圆(半径为  $R$ , 偏心距为  $e$ ) 时(图 5), 则由图 4 及图 5 可知, 式(3)中的  $r \cos \theta$  现在成为

$$r \cos \theta = R + e \cos \theta_1$$

式(3)中的  $\rho$ , 现在应换成  $R$ . 于是, 式(3)变为

$$a_A^y = -e\omega^2 \cos \theta_1 \quad (9)$$

不难验证, 式(9)是正确的. 事实上, 由图 4 及图 5 知

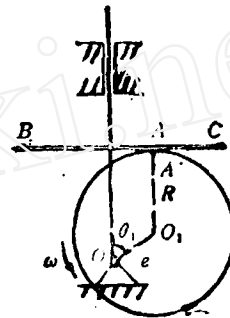


图 5

$$y_A = R + e \cos \theta_1$$

故

$$a_A^y = \ddot{y}_A = -e\omega^2 \cos \theta_1$$

它和式(9)完全一样, 可见式(9)是正确的.

据作者所知, 对于凸轮的轮廓线为任意平面曲线的一般情形的加速度分析, 前人尚未给出精确地计算公式. 式(3)是作者创立的.

#### 参 考 文 献

- [1] 蒋持平, 力学与实践, 1(1985), 53, 54
- [2] Hinkle R. T., C. Ip. and Frame J. S., Acceleration in Mechanics, ASME, Journal of Applied Mechanics, 22(1955), 222-226.

(本文于 1987 年 12 月 5 日收到)