

功能铁磁材料的变形与断裂的研究进展*

方岱宁^{1,†} 万永平^{1,2} 冯雪¹ 裴永茂¹ 梁伟^{1,3}
仲政² 苏爱嘉⁴ 黄克智¹

¹ 清华大学工程力学系, 北京 100084

² 同济大学航空航天与力学学院, 上海 200092

³ 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100083

⁴ 香港大学机械工程系, 香港

摘要 综述了近几十年,特别是近十几年来铁磁材料的力磁耦合变形与断裂行为的研究概况. 传统铁磁弹性问题的研究已经有较长时间的积累,文献中已有大量的研究结果发表. 近些年来,随着智能材料及结构应用与研究的兴起,功能铁磁材料如稀土超磁致伸缩材料、铁磁相变材料以及铁磁复合材料等的力学行为越来越受到重视,人们在功能铁磁材料的变形与断裂以及铁磁复合材料的有效性等方面开展了大量的研究工作. 本文在简单介绍了经典铁磁弹性和传统铁磁结构的力磁性能的研究背景基础上,结合作者近年来在铁磁材料变形与断裂方面所开展的工作,着重评述了功能软铁磁材料在变形与断裂的实验研究,如实验设备和技术,以及铁磁复合材料细观力学、软铁磁材料、铁磁功能材料的变形与断裂理论等方面的研究进展,并指出了需要进一步研究的方向.

关键词 力磁耦合, 变形, 断裂, 复合材料, 磁弹实验

1 引言

铁磁材料是一类广泛的材料,已经在工程中有着重要的应用,研究这类材料在磁场下的力学行为具有重要的意义^[1]. 核反应堆结构的主要材料铁磁钢就是一类传统的铁磁材料,分析铁磁结构的力磁变形早已成为核反应堆结构力学的重要方面^[2~8]. 随着科学技术的发展,出现了许多新型的铁磁功能材料,如稀土超磁致伸缩功能材料^[9,10],磁致伸缩复合材料^[11~13],铁磁相变材料等^[14~18]. 这些铁磁功能材料具有许多优越的性能,在工程中具有很大的应用潜力. 因此研究这类材料的力学行为成为促进这类材料投入实际应用的重要方面,越来越多地受到人们的关注.

对于传统铁磁结构的力磁性能研究,如铁磁板的磁弹性屈曲问题的研究,有大量的研究文献存在. 许多学者对这一问题的研究做出了贡献. 前苏联学者 Panovko^[19] 首先对静磁场中梁的稳定性进行了研究. Moon^[20~23] 对磁场中铁磁结构和感应线圈等结

构形式进行了系统的研究. 他们所进行的均匀横向磁场中铁磁悬臂板的磁弹性屈曲实验,表明了横向强磁场造成铁磁结构屈曲的现象. 在他们的理论分析中,铁磁体内的磁场分布被认为是均匀的. 对长厚比较大的铁磁板,理论结果与实验接近. Pao^[24,25] 将 Brown^[2] 的非线性电磁连续介质理论具体化,建立了静磁场磁弹性耦合的线性化理论,为磁弹性理论后来的工程应用奠定了基础. 他们采用多畴软磁模型与线性的磁化关系,采用 Brown^[2] 关于铁磁性物质微元的宏观分布力公式,由非线性磁弹性耦合的场方程、边界条件以及本构方程等一般理论出发,在小变形的情况下,建立了线性化的磁弹性理论. Eringen^[6,26] 和 Maugin^[5] 把电弹耦合和磁弹耦合统一到一般的电磁弹情形,基于连续介质理论建立了电磁介质弹性力学. 国内学者周又和与郑晓静在他们的专著^[7] 中,结合他们的研究成果对上述不同的模型进行了对比评述. Miya 等人^[27,28] 应用有限元方法计算铁磁体的磁场分布,补充了一般长厚比铁磁悬臂板的屈曲实验. Ven 和 Lieshout 等^[29~31] 从变分原理出发,

收稿日期: 2005-04-08, 修回日期: 2006-03-28

* 国家自然科学基金 (10025209, 10132010, 19972032, 90208002, 10125209, 10402028)、教育部科技重大项目 (0306)、香港研究基金会 (RGC, HKU 7063/01E) 的资助项目

† E-mail: fangdn@mail.tsinghua.edu.cn

得到了与 Pao^[24] 理论一致的结果。Takagi 等^[32] 对低磁化率高导热率材料进行了纵向磁场下的振动实验,发现了磁场作用下自振频率升高的现象。谢慧才等^[33] 研究了有效尺寸对磁弹性板屈曲的影响。周又和与郑晓静^[34~41] 对铁磁板屈曲问题进行了系统的研究,提出了新的磁力模型,解释了自振频率升高的现象。他们的工作是国内在该领域最全面的,也是最具代表性的,详见他们的专著^[7] 和综述文章^[35]。Yang^[42,43] 引入铁磁体的退磁场,由铁磁体系统能量的观点研究了铁磁板屈曲问题,得到与 Moon^[20] 实验吻合的结果。

除了对铁磁结构的变形研究外,铁磁材料的断裂研究与铁磁复合材料的研究也是铁磁弹性研究的重要组成部分,很早就受到人们的重视。随着稀土超磁致伸缩材料的发展,磁致伸缩材料的力磁耦合问题的研究越来越多,如材料的变形与断裂。这其中包括稀土超磁致伸缩材料在力磁耦合载荷下的变形行为、断裂机制以及磁致伸缩复合材料的有效性质的研究。作者近年来致力于功能铁磁材料的变形与断裂的研究,采用实验与理论研究相结合的方法,系统地研究了软铁磁金属、磁致伸缩材料、铁磁相变材料以及铁磁复合材料等功能铁磁材料的变形与断裂行为。由于铁磁板磁弹性问题已经有很多研究文献,包括综述性评论文献。因此,本文针对铁磁功能材料的变形与断裂问题,综述国内外近几十年,特别是近十几年来的研究进展状况,同时也介绍作者在功能铁磁材料的变形与断裂方面所开展的工作和获得的一些成果,并指出需进一步研究的问题。

2 实验研究

2.1 力磁耦合实验设备

力磁耦合实验设备随着人们对磁弹性实验研究的深入不断得到发展,人们设计了多种力磁耦合加载设备。Carman 等^[44] 设计了一套准静态测量磁致应变的装置(如图 1)。图 1 中 EFPI 里 Extrinsic Fabry-Perot Interferometer 的缩写,该系统在光纤应变测量中采集试件轴向的变形信号。将线圈缠绕在塑料管壁上提供磁场,采用贴在磁致伸缩试件上的光纤应变传感器测量轴向变形。光纤传感器具有较高的测量精度,可以达到一个微应变的量级。同时光纤传感器不受电磁场的影响。这套设备只能测量准静态磁致伸缩,没有提供施加偏磁场和应力的装置。

对于需要很大驱动磁场的情况,可以采用 Bitter 线圈磁场装置(如图 2)。Bednarek^[13] 采用 Bitter 线圈研究了 Terfenol-D 颗粒磁致伸缩复合材料的磁致应变。该实验装置通过 Bitter 线圈提供磁场,其最大恒磁场达到 8 T。测量磁致应变的原理是:通过感

受可动板(图 2 中可动电容板)和不可动板(图 2 中绝缘体)之间的电容的变化,从而得出试件在长度方向的变化。显然,这个装置不能同时施加力磁耦合载荷,并且 Bitter 线圈造价昂贵,一般实验很难采用。

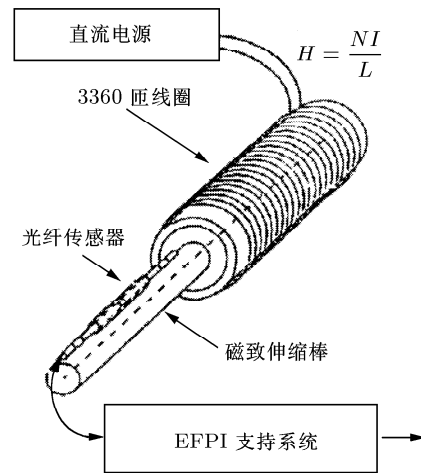


图 1 光纤测量磁致应变装置图

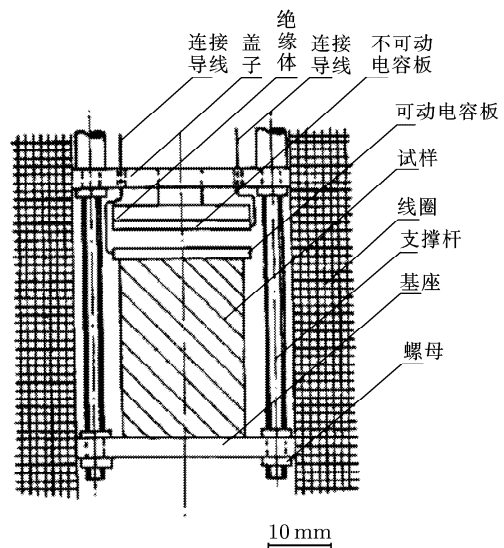


图 2 Bitter 线圈磁致应变测量装置

砝码式力加载磁致应变测量装置是一种简易的力磁加载装置^[45](如图 3),通过一个线圈提供磁场,机械压力的加载由砝码的自重提供。这种装置能够实现恒力加载,设计简单。但由于线圈磁场较小,并且砝码的重量固定,因此,这种加载方式无法实现大磁场、大载荷情况的力磁加载实验,也无法施加连续的力磁耦合载荷。

图 4 是简易磁致伸缩参数测量装置^[46]。采用线圈提供磁场,通过碟形弹簧对试件施加压应力。力的大小通过数字测力计给出。力的施加通过手动调整螺杆实现。这个装置显然结构简单,使用方便。但无论是力加载还是磁加载,都只能在较小范围内进行。

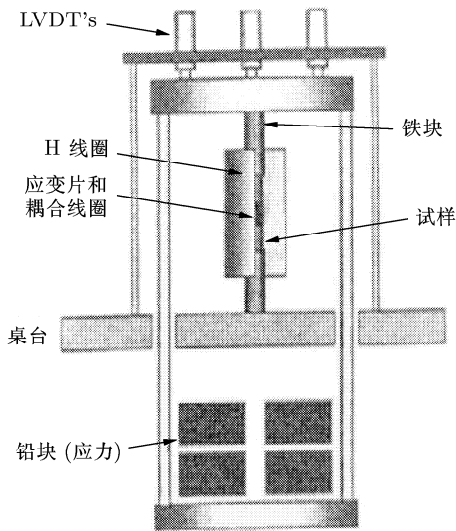


图3 砝码式加载磁致应变测量装置

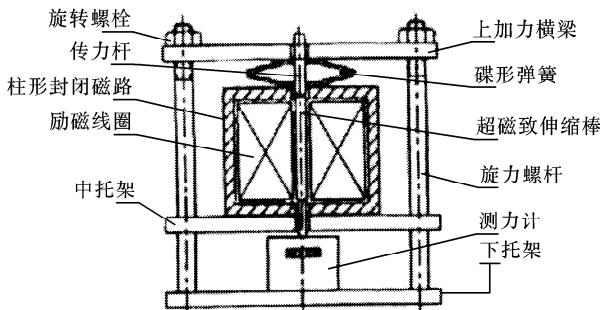


图4 简易磁致伸缩参数测量装置

闭合磁路磁致应变测量装置^[47] (如图5) 采用变压器中硅钢片作为磁路介质, 采用线圈提供磁场. 在磁场加载过程中, 为了保证试件的变形充分进行, 在磁路中设置了一个间距可调磁块. 这个装置能保证变形过程中磁路闭合, 但由于整个磁路需要不断地调整, 因此控制复杂. 同时这个加载装置不能对试件施加力载荷, 无法实现力磁耦合加载.

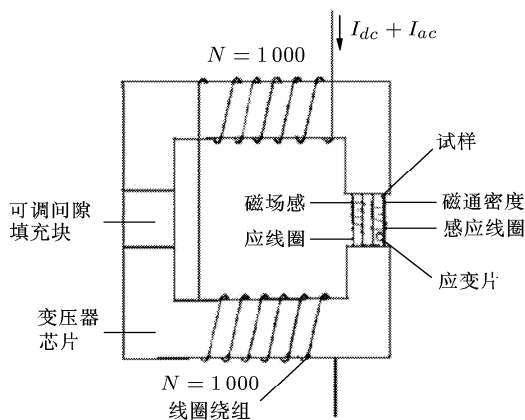


图5 闭合磁路磁致应变测量装置

柱形液压磁致伸缩加载装置^[48] 能够保证变形过程中应力加载是恒定的 (如图6所示). 通过液压

装置和球形支座, 保证试件受到纯压. 磁场的提供采用与之配套的电磁铁装置. 这套实验设备能够连续地施加力载荷和磁载荷. 然而, 其不足在于机械加载仅提供单向的压应力, 而对于其他机械载荷方式如拉力、3点弯断裂载荷的施加不能进行, 也不能施加恒位移载荷.

功能铁磁材料的变形与断裂实验必须借助于能够对铁磁材料同时施加力磁载荷, 并同时能够测量各种力学量和磁学量的实验装置. 磁场发生设备是力磁耦合实验装置的一个重要部分. 对于常规磁场可以采用电磁线圈和永磁体等, 而超大磁场需要采

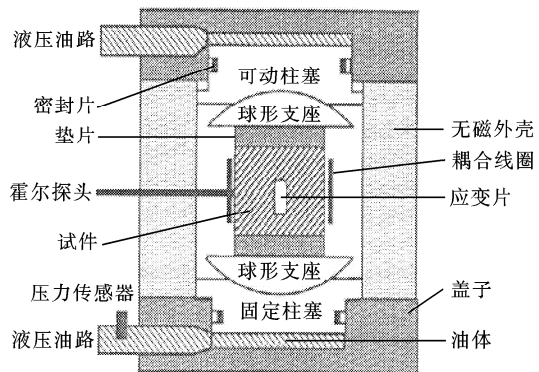


图6 柱形液压磁致伸缩加载装置

用超导线圈^[18,49]. 超导线圈由于在低温下工作, 可以通过巨大的电流从而产生强磁场. 但是, 由于超导线圈的工作环境处于绝对低温下 (如文献^[49]中的4.2 K), 这涉及到一整套的低温装置, 其设备固定投资和运行费用都十分昂贵, 这对于一般实验而言难以承受. 同时, 超导磁场发生设备一般工作空间较小, 难以进行多种机械载荷 (如拉、压、弯以及断裂载荷等) 的施加. 因此, 力磁耦合实验加载装置通常采用常规的电磁铁设备施加磁场. 作者研制开发了一套力磁耦合加载的实验设备^[50,51] (如图7). 该实验设备包括4个部分, 分别是磁加载装置、力加载装置、磁学量和力学量的采集与测量装置、整个加载与测量系统的监控装置. 磁加载设备是能够提供稳定与可变的磁场装置. 为了与灵活机动的机械加载装置配套, 采用电磁铁产生磁场, 通过改变电流的大小达到调节磁场的强弱. 设计时采用了高稳定性和大量程范围的电源控制系统. 力加载装置通过伺服电机, 能够施加各种机械载荷, 包括拉、压、弯等载荷; 在磁断裂实验中还可以施加相应的3点弯和压痕载荷. 测量装置是对力学量、磁学量的数据采集、记录; 监控装置是对加载过程和测量过程进行监控, 实现加载与测量的自动化. 这个测量装置与监控装置包括了各种力学和磁学量的测量仪器如高斯计、霍尔计、力传感器、应变计以及积分器等硬件, 同时包括计算机自动采集、加载控制反馈和监控的计算程序和控制程序等

软件. 在设计力磁耦合加载与测量设备时, 注意到磁场的绝缘和屏蔽问题, 在磁场中工作的各种设备, 都

采用无磁材料如无磁不锈钢、黄铜等材料制成, 对于测量用的信号采集线都采用屏蔽线.

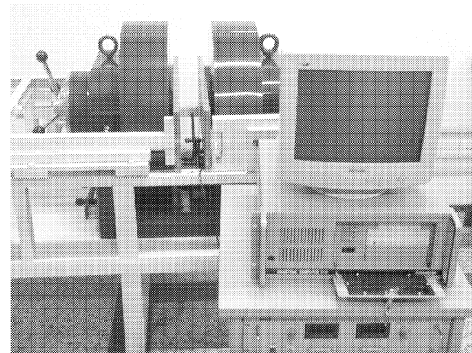
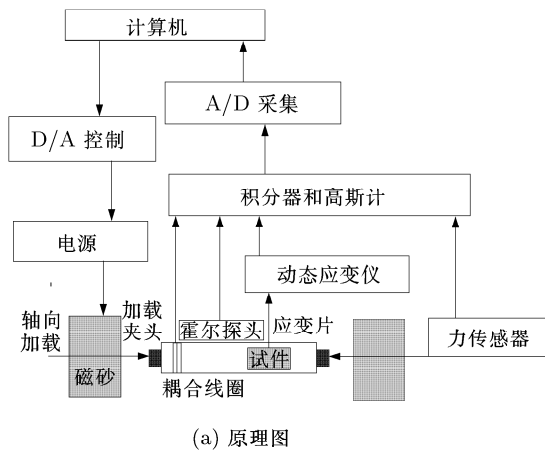


图 7 力磁耦合加载实验设备

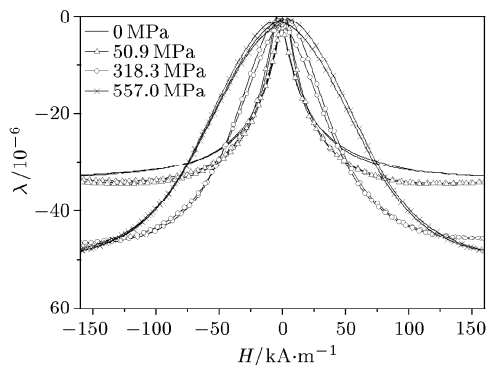
2.2 力磁耦合变形实验研究

2.2.1 金属软磁材料

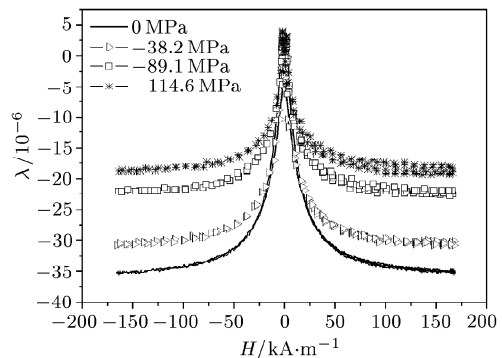
金属材料的无损检测是工程中常用的材料损伤探测技术. 在对损伤最敏感的材料性质中, 磁性是其中之一. 人们一直致力于通过研究金属的磁性在材料变形过程中的变化, 来达到对金属材料进行无损检测的目的. 金属软磁材料如铁、镍、合金钢等, 在材料受到变形特别是塑性变形后, 磁性会发生明显变化. Cullity^[52] 通过对低碳合金钢的实验, 发现在磁场方向施加拉应力, 试件的磁化将会增强; 若施加压应力, 磁化将会减弱. 即材料的磁化性质与材料的应力状态有关. Makar 和 Tanner^[53,54] 研究了不同含碳量的合金钢, 在经过单轴应力作用直到材料屈服和卸载后的磁性参数情况, 实验测量了试件的各种磁性参数的变化, 包括磁滞回线形状、微分磁导率等. 实验结果表明: 残余应力不是影响塑性变形后合金钢磁性参数变化的主要原因, 导致各种磁性参数改变的原因在于材料内各种钉扎影响磁畴在磁场下的旋转行为. 材料在变形过程中施加不同的应力可以使得材料内的钉扎分布不同.

Stevens^[55] 则对两种不同的合金钢, 进行了单轴应力弹性范围内的力磁特性实验. 实验发现: 与拉应力相比, 材料在压应力作用下的磁性参数变化更为敏感. Takahashi 等^[56] 研究了单晶纯铁、多晶纯铁以及合金钢进入塑性屈服后的磁性性质. 通过测量试件的磁滞回线得到材料的磁性参数如矫顽场、磁化率等, 并且实验测定了磁性参数随施加应力的变化情况. 发现矫顽场随着应力的增加而变大. 在矫顽场附近的一定磁场的范围内, 材料的磁化率与磁场存在关系 $\chi_c = c/H^3$, 其中: χ_c 是材料的磁化率, H 是磁场, c 是材料参数, 仅依赖于材料的晶格缺陷如位错密度、晶界尺寸等, 而与试件本身和塑性变形过程无关. 这些结果对于研究金属材料疲劳的无损检测具有指导意义.

Devine 和 Jiles^[57] 研究了 99.99% 纯度退火的镍和钴的力磁耦合行为. 实验发现: 应力对于钴的磁致伸缩没有明显的影响, 而应力对镍的磁致伸缩具有明显的影响. 施加拉应力将增加材料的磁致伸缩, 而压应力减小磁致伸缩. 本文作者^[51] 在研究镍的力磁耦合实验中也发现了这一现象 (如图 8). 饱和磁致伸缩



(a) 拉应力



(b) 压应力

图 8 Ni6 在不同应力下的磁致伸缩曲线

随着拉应力的增大而增大,即由无应力状态下的-36微应变增加到318.3MPa下的-48微应变.当拉应力增加到557MPa,磁场为150kA/m时,磁致伸缩仍然没有饱和.随着压应力的增加,镍的饱和磁致伸缩减小,即从无外加应力的-36微应变减小到外加压应力为89.1MPa时的-22微应变.此外, Pearson^[58]进行了纯铁在双轴应力状态下的力磁特性实验.获得了矫顽场的改变与双轴应力之间的关系,以及应力诱导不可逆磁化与双轴应力之间的关系.结果表明:纯铁矫顽场的改变对于双轴应力而言是非对称的.

2.2.2 稀土超磁致伸缩材料

1972年, Clark等^[59,60]首次发现了Laves相稀土铁系化合物 RFe_2 (R表示稀土元素Tb, Dy, Ho, Er, Sm, Tm等)在室温下具有巨大的磁致伸缩,因而 RFe_2 化合物被称为超磁致伸缩材料(giant magnetostriction). Savage等^[61]发现稀土超磁致伸缩材料的应力敏感性,即在施加一定的预应力后,材料的饱和磁致应变显著提高.从此稀土磁致伸缩材料的力磁耦合研究被提升到一个新的高度. TbDyFe稀土类合金不仅磁致伸缩可达 10^{-3} 数量级,同时具有响应速度快和能量转换效率高等特点,因此常用来制作能量转换元件,如机电信号的转换元件等.稀土超磁致伸缩材料的优越性能和广泛应用吸引了许多学者进行研究. Moffet等^[62]对稀土超磁致伸缩材料Terfenol-D进行了详细的实验研究,共进行了8种不同的外加压应力作用下材料的磁致伸缩性能实验.实验发现:随着外加压应力的增加,达到同样的磁致应变需要的外加驱动磁场增大,材料的相对磁导率减小. Jiles等^[63]研究了不同成分的TbDyFe合金在不同应力状态下的磁性变化,并用磁畴理论解释实验现象. Mei等^[64]研究了不同生长方向的TbDyFe单晶的性能.他们的实验发现:相对于[112]方向生长的单晶而言,[110]方向生长的单晶的低场性能更为优越;而[111]方向生长的单晶性能是最好的,其饱和磁场仅为40000A/m,而其饱和磁致应变达到1700微应变. Prajapati等^[65,66]研究了循环应力对Terfenol-D的影响.实验发现:应力循环能够改变Terfenol-D的磁化特性,进一步增强材料的磁化各向异性.如图9所示是预应力为4MPa的磁化回线,其中实线和虚线分别是无应力循环和应力循环后的磁化回线.可以看出,虽然作用同样大小的预应力,但是磁化回线具有明显的变化.相应地微分磁导率的峰值则向高磁场偏移.

本文作者^[50,51,67]对定向生长的TbDyFe多晶系统地进行了大范围预应力作用以及多种磁场作用下的磁弹性实验. TbDyFe多晶体生长方向为[110],试件的尺寸为 $\phi 10 \times 30$ mm,预应力最大达到80MPa.

实验结果如图10,图11所示.随着预应力的增大,磁

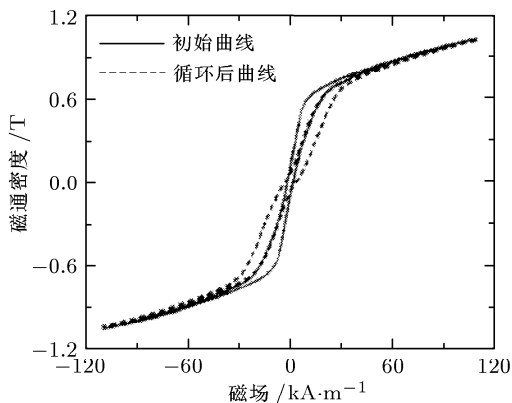


图9 应力循环对磁化曲线的影响

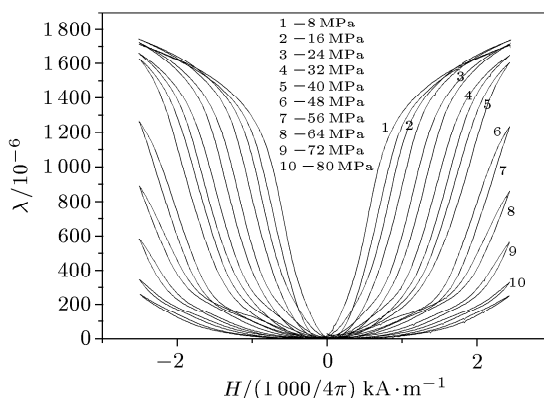


图10 不同预应力下的磁致伸缩曲线

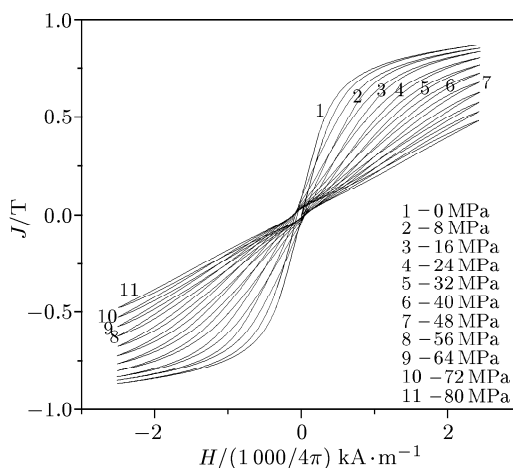


图11 不同预应力下的磁场磁化曲线

致应变的发生变得非常困难.同时,磁化曲线几乎变成直线,即其磁化行为与顺磁材料的磁化行为几乎相同.图12,图13分别是在无磁场下的TbDyFe多晶的应力-应变曲线和应力-磁化曲线,显示出明显的非线性特征.而且在机械卸载后,存在显著的剩余应变和剩余磁化.图14是在不同磁场强度下的应力-应变曲线.随着外磁场的增大,达到同样的应变需要的压应力越大,表明材料的表观模量随着磁场的增大

而增大. 图 15 是不同磁场作用下应力退磁化曲线, 其中 ΔM 是退磁化强度. 由图 15 可知: 压应力的增加使得退磁化增大.

了明显的退磁化, 压应力的增加使得退磁化增大.

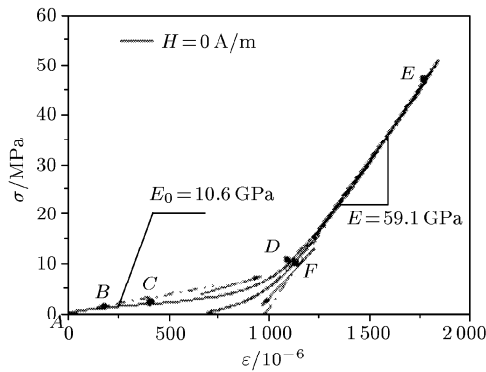


图 12 无磁场下的应力 - 应变曲线

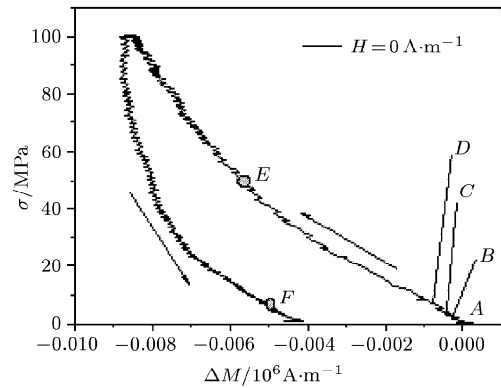


图 13 无磁场下的应力 - 磁化曲线

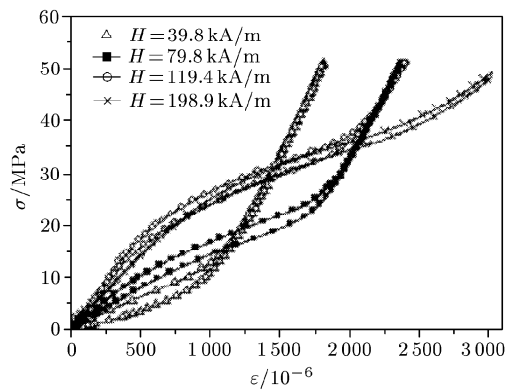


图 14 不同磁场下的应力 - 应变曲线

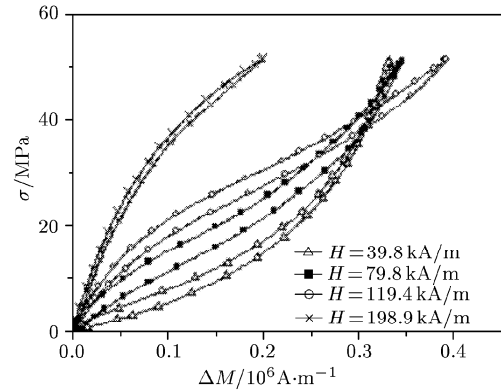


图 15 不同磁场下的应力 - 磁化曲线

2.2.3 铁磁形状记忆合金

铁磁形状记忆合金 NiMnGa 不仅具有形状记忆效应, 而且在磁场作用下具有巨大的磁致变形, 很有可能用来制造新一代功能器件, 引起了人们的广泛研究兴趣^[14,15]. NiMnGa 的超磁致应变来自磁场诱发相变后的马氏体重排. NiMnGa 单晶磁致伸缩是由于磁畴的非 180° 翻转 (四方相时为 90° 翻转, 三角晶系为 71° 和 109° 翻转), 但是磁畴翻转的机理与超磁致伸缩材料 Terfenol-D 不同. 应力导致的磁畴非 180° 翻转的路径要复杂的多, 而非简单的向垂直于应力方向的平面内翻转. 最近研究^[16] 显示 NiMnGa 单晶的磁致应变已经达到 9.5%. Wu 等^[17] 详细研究了铁磁形状记忆合金 NiMnFeGa 单晶的磁特性与 NiMnGa 单晶在低温下^[18] 的磁致形变. 近来, NiMnGa 薄膜也引起了人们研究兴趣. Dubowik 等^[68] 研究了 NiMnGa 多晶薄膜的铁磁共振响应. Dong 等^[69] 研究了 NiMnGa 单晶外延薄膜的铁磁形状记忆性质.

作者^[70] 对于 NiMnGa 与 Fe 的合金单晶在室温下的磁弹性能进行了系统的实验研究. 实验采用的材

料是部分 Mn 替换为 Fe 得到的 Ni₅₂Mn₁₆Fe₈Ga₂₄ 单晶, 生长方向 [001]. Ni₅₂Mn₁₆Fe₈Ga₂₄ 单晶的马氏体相变温度 M_s 、奥氏体相变温度 A_s 和居里温度 T_c 分别是 262 K, 286 K 和 381 K. 室温下样品处于母相, 即奥氏体. 图 16、图 17 是多种应力作用下的磁致伸缩曲线, 其中图 16 应力与磁场方向平行, 图 17 应力与磁场方向垂直.

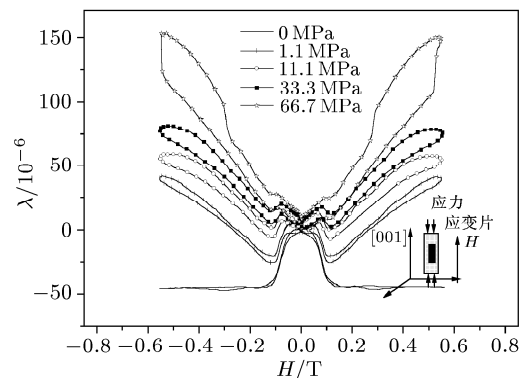


图 16 Ni₅₂Mn₁₆Fe₈Ga₂₄ 单晶的磁致伸缩曲线

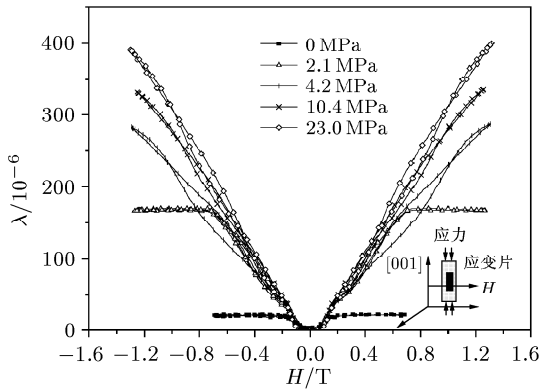


图 17 Ni₅₂Mn₁₆Fe₈Ga₂₄ 单晶的磁致伸缩曲线

2.3 力磁耦合断裂实验研究

磁性材料在工程中的广泛应用必然引起人们对磁性材料在磁场中安全问题的关心。一般情况下，材料中都包含着裂纹、空洞、夹杂等非均匀相，这些相的存在大大影响了材料的使用性能。研究含类裂纹缺陷的铁磁材料磁断裂行为是力磁耦合研究的一个重要方面。

Clatterbuck 等^[49] 针对软铁磁合金钢 Incoloy 908, 采用紧凑拉伸 (CT) 试件, 测量了低温 (4.2 K) 各种磁场作用下试件的断裂韧性。其中磁场最大达到 14 T, 图 18 分别是当磁场为 0 T, 12 T 和 14 T 情况下的合金钢试件的断裂阻力曲线。图 19 是各种恒磁场作用下合金钢 Incoloy908 的断裂韧性。图 19 中的两条虚线表示试件样品固有的分散性。实验结果表明磁场对合金钢 Incoloy908 的断裂韧性并没有明显影响。

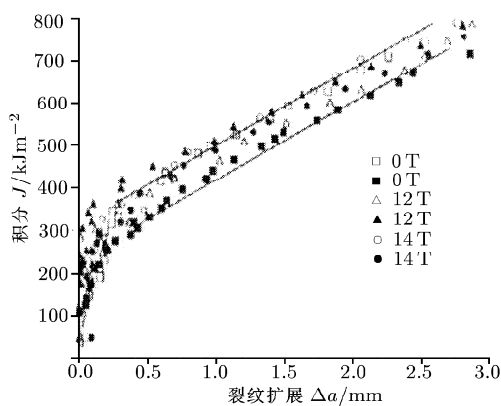


图 18 各种磁场作用下断裂阻力曲线

作者^[71] 采用磁场下的 3 点弯断裂实验, 研究了磁性陶瓷材料——锰锌铁氧体陶瓷在磁场下的断裂韧性情况。3 点弯断裂实验所用的试件尺寸为 3 mm × 4.8 mm × 30 mm。缺口的大小为 0.2 mm × 0.6 mm × 3 mm。实验分别采用了相对导磁率为 2000

和 10000 的两组锰锌铁氧体陶瓷试件, 得到平均断裂韧性分别为 1.37 MPa √m 和 1.38 MPa √m。如图 20 所示, 随着外磁场的增加, 锰锌铁氧体陶瓷的断裂韧性没有明显变化。

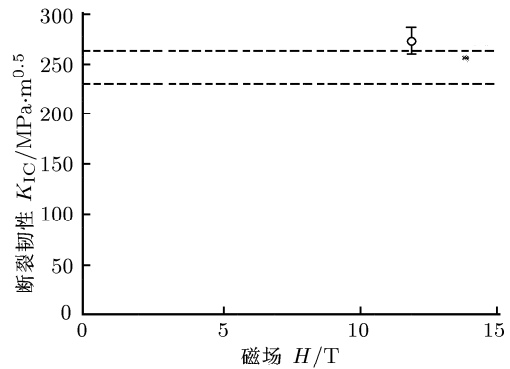


图 19 各种磁场下合金钢断裂韧性

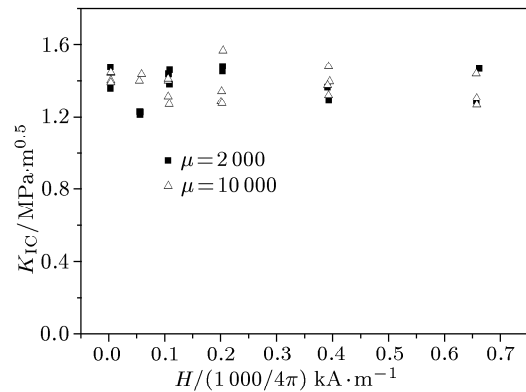


图 20 磁场下 3 点弯断裂实验

作者^[71] 进一步采用了磁场下的维氏压痕实验测量锰锌铁氧体陶瓷的断裂韧性。实验采用了 3 种不同导磁率的锰锌铁氧体陶瓷, 分别进行磁场下的维氏压痕实验。采用的试件尺寸为 3 mm × 10 mm × 30 mm。在进行维氏压痕实验时, 按照研磨膏的金刚砂粒径从大到小的顺序, 采用研磨膏将陶瓷试件的 10 mm × 30 mm 的一个面, 研磨至镜面一样光滑。实验施加的压头平均载荷 $P = 50$ N。锰锌铁氧体陶瓷的平均维氏硬度 8 GPa, 表面对角压痕裂纹平均长度 107 μm。

表 1 是维氏压痕实验结果。其中 $C_{//}$ 和 C_{\perp} 分别是平行磁场和垂直磁场方向的压痕裂纹长度。由实验结果可以看出, 平行于磁场方向和垂直于磁场方向的断裂韧性差别很小, 表明磁化后锰锌铁氧体陶瓷的断裂韧性没有各向异性现象。

无论是 Clatterbuck 等^[49] 针对铁磁合金钢的磁断裂实验, 还是本文作者进行的锰锌铁氧体陶瓷的 3 点弯磁断裂实验和磁场下维氏压痕实验都表明, 外磁

场对这些材料的断裂韧性没有明显改变. 但是, 需要指出的是: 这些结果尚不能推论出磁场对铁磁材料断裂韧性没有影响. 这是因为无论是锰锌铁氧体陶瓷, 还是软铁磁合金钢, 材料的磁致伸缩系数较小; 通过磁性效应引起的裂纹尖端的非协调变形较小. 另外,

现有的实验所施加的磁场仍然偏小. 按照 Shindo^[72] 理论指出, 研究磁场对材料的断裂韧性的影响还需要更强的磁场. 因此, 磁弹断裂行为的研究仍然需要对不同材料和较大磁场条件下的情况进行进一步的深入研究.

表 1 维氏压痕实验结果

相对导磁率	平行磁场方向		垂直磁场方向	
	$K_{IC}/\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$	$C_{II}/\mu\text{m}$	$K_{IC}/\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$	$C_{\perp}/\mu\text{m}$
2000	0.92	228	0.93	226
5000	1.04	210	1.03	212
10000	1.03	212	1.02	213

3 铁磁复合材料的细观力学与有效性质的预测理论

3.1 铁磁复合材料的细观力学理论及等效模量

在铁磁复合材料的细观力学理论研究方面, Huang 等^[73~77] 推广了 Green 函数方法, 采用如下线性压电压磁本构关系

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{nij}E_n - q_{nij}H_n \\ D_i &= e_{imn}\varepsilon_{mn} + \kappa_{in}E_n + \lambda_{ni}H_n \\ B_i &= q_{imn}\varepsilon_{mn} + \lambda_{in}E_n + \Gamma_{in}H_n \end{aligned} \quad (1)$$

其中, C_{ijkl} , e_{nij} , q_{nij} , κ_{in} , Γ_{in} , λ_{ni} 分别是弹性常数、压电常数、压磁常数、介电常数、磁导率以及磁电常数, 分析了压电 / 压磁复合材料的椭球夹杂问题, 导出了统一形式的磁 - 电 - 弹 Eshelby 张量. 并在此基础上, 采用 Mori-Tanaka 平均场方法得到压电压磁复合材料的磁 - 电 - 弹有效材料常数. Li 和 Dunn^[78,79] 采用双夹杂和多夹杂方法研究了磁 - 电 - 弹 - 热问题, 并给出压电 / 压磁复合材料的有效磁 - 电 - 弹 - 热性质. 其中采用双夹杂方法得到有效模量为

$$E_{iJAb}^* = E_{iJMn} [I_{MnKl} + (S_{MnCd}^2 - I_{MnCd})A_{CdKl}] \cdot [I_{KlAb} + S_{KlEf}^2 A_{EfAb}]^{-1} \quad (2)$$

E_{iJAb}^* 是有效磁 - 电 - 弹性质张量, E_{iJMn} 是基体的磁电弹性质张量, S_{KlEf}^2 是双夹杂的 Eshelby 张量, I_{MnKl} 是单位张量, 其中张量 A 满足

$$A_{AbMn} Z_{Mn}^{\infty} = \sum_{r=1}^2 f_r Z_{Ab}^T | r$$

Z_{Ab}^T 是等效本征场, 可由一致性条件确定, f_r 是体积分数.

本文作者^[80~82] 对于稀土超磁致伸缩复合材料的有效性质进行了理论研究. 将夹杂相的饱和磁致伸缩作为本征应变, 利用双夹杂模型^[72,73], 将力磁场解耦, 得到磁致伸缩复合材料的有效弹性模量. 如图 21 所示, 将一个椭球形夹杂 Ω_1 嵌入另一个椭球形夹杂 Ω_2 中形成双夹杂, 则双夹杂 Ω_2 中包含基体相 $\Omega_2 - \Omega_1$ 和夹杂相 Ω_1 , 相关的体积分数为 f_1 和 f_2 . 此双夹杂 Ω_2 再嵌入无限大介质 D 中, 并受到远场 $\varepsilon_{ij}^{\infty}$ 的作用, 其中 E_{ijkl}^1 , E_{ijkl}^2 和 E_{ijkl}^0 分别是夹杂 Ω_1 , 基体 $\Omega_2 - \Omega_1$, 和无限大介质 D 的弹性模量. E_{ijkl}^* 是磁致伸缩复合材料的有效弹性模量.

$$\begin{aligned} E_{ijkl}^* &= E_{ijrs}^0 [I_{rspq} + (S_{rsmn}^2 - I_{rsmn}) \cdot \\ &\quad (f_2 A_{mnpq}^2 + f_1 A_{mnpq}^1)] \cdot \\ &\quad [I_{pqkl} + S_{pqcd}^2 (f_2 A_{cdkl}^2 + f_1 A_{cdkl}^1)]^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 I_{rspq} 是 4 阶单位张量, S_{rsmn}^2 是基体相 Ω_2 的 Eshelby 张量, A_{mnpq}^1 和 A_{mnpq}^2 是夹杂相 Ω_1 和基体相 Ω_2 的应变集中张量.

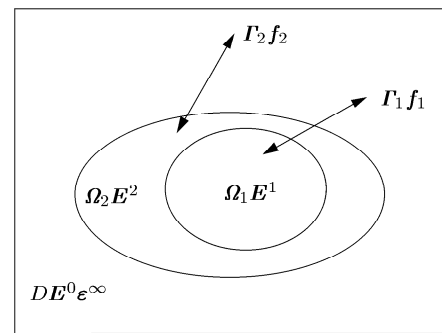


图 21 双夹杂模型示意图

3.2 磁致伸缩复合材料的有效磁致伸缩

稀土磁致伸缩复合材料具有大磁致应变, 同时又

具有较好机械性能、较小涡流能量损耗等特性。近些年来,关于磁致伸缩复合材料的研究成果越来越多。

Pinkerton 等^[83]研制了 SmFe_2/Fc 以及 SmFe_2/Al 磁致伸缩复合材料,并分析了其组分的性质对复合材料的有效磁致伸缩性质的影响,这种复合材料比起单相磁致伸缩材料 SmFe_2 明显改善了机械加工性能。

Chen 等^[84]专门研究了基体材料的弹性模量对颗粒磁致伸缩复合材料的有效磁致伸缩性质的影响。实验发现:减小基体材料的弹性模量,可以提高复合材料的有效磁致伸缩。为了使磁致伸缩复合材料有较高的有效磁致伸缩和相应较好的机械性能,Chen 等认为应该选择基体相和磁致伸缩颗粒相具有相近的弹性模量。Duenas 等^[85]制作了树脂基的 Terfenol-D 磁致伸缩复合材料,并对其有效性质进行了研究。实验表明:与通常情形不同的是,树脂基的 Terfenol-D 磁致伸缩复合材料存在一个最优的体积分数,使得有效磁致伸缩最大。Duenas 的实验结果表明采用低流动性的树脂作为基体, Terfenol-D 的最优体积分数为 20%。Guo 等^[86]分别研制了树脂基体和玻璃基体的 Terfenol-D 磁致伸缩复合材料,并对其有效磁致伸缩和静态磁力耦合性质进行了研究。实验结果表明:磁致伸缩材料的力磁耦合系数 k_{33} 依赖于基体的弹性模量,选择合适的基体可以优化复合材料的力磁耦合系数 k_{33} 。

在理论模型方面, Nan 等^[87~89]提出了基于 Green 函数的磁致伸缩复合材料有效磁致伸缩的分析模型。得到的复合材料有效磁致应变为

$$\bar{\varepsilon} = (\mathbf{C}^*)^{-1} \{ \bar{\sigma} - \langle [(\mathbf{C}^* - \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{G}^u \mathbf{C}')^{-1} \mathbf{G}^u - \mathbf{I}] \mathbf{C} \lambda \rangle \} \quad (4)$$

其中: \mathbf{C} 是材料的刚度,在非均质材料中是非常数,可以表示为 $\mathbf{C}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}^0 + \mathbf{C}'$, 其中 \mathbf{C}^0 是参考均质材料的刚度, \mathbf{C}' 是由于非均质带来的扰动。 \mathbf{G}^u 是修正位移的 Green 函数, \mathbf{C}^* 是有效刚度, λ 是材料的饱和磁致应变, $\langle \rangle$ 表示体积平均。

Armstrong^[90,91] 假设基体是非磁性材料,磁致伸缩颗粒夹杂相受到均匀的远场磁场作用,提出了通过磁自由能确定单个夹杂磁致伸缩的方法。同时认为磁自由能由磁场能、磁晶各向异性以及磁弹性能组成。复合材料的宏观变形则由细观力学的 Mori-Tanaka 方法确定。这个模型能够在一定范围内模拟实验曲线。对于基体是非磁致伸缩材料,Herbst 等^[92]提出了一个简单的模型估计复合材料的有效磁致伸缩。本文作者^[80~82]推广了双夹杂模型^[93,94]来研究稀土磁致伸缩复合材料的磁致伸缩有效性质。由于饱和磁致伸缩可以看作弹性材料的本征应变,复合材料的等效磁致伸缩可以转化为求解当具有特定本征应变的夹杂嵌入弹性材料中时,复合材料的

平均应变场。复合材料的等效磁致伸缩为

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^{ms} = \langle \varepsilon^H \rangle = f \{ & \mathbf{S} : [\mathbf{A}^1 : (\mathbf{S} - \mathbf{I}) + \mathbf{I}] - \\ & (\mathbf{I} + f \mathbf{S} : \mathbf{A}^1) : [(\mathbf{S} - \mathbf{I}) : \mathbf{A}^1 + \mathbf{I}]^{-1} : \\ & (\mathbf{S} - \mathbf{I}) : [\mathbf{A}^1 : (\mathbf{S} - \mathbf{I}) + \mathbf{I}] \} : \varepsilon^{ms} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, \mathbf{A}^1 是夹杂的应变集中张量, \mathbf{S} 是 Eshelby 张量, \mathbf{I} 是单位张量, f 是体积分数,对于立方相晶粒,沿着晶粒晶轴方向的局部磁致伸缩应变场 ε^{ms} 可以表示为

$$\varepsilon_{ij}^{ms} = \begin{cases} \lambda^\alpha + \frac{2}{3} \lambda_{100} \left(\alpha_{3i}^2 - \frac{1}{3} \right), & i = j \\ \frac{3}{2} \alpha_{3i} \alpha_{3j} \lambda_{111}, & i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

其中 λ_{100} , λ_{111} , 和 λ^α 是立方相晶粒的磁致伸缩系数。 α_{ij} 是从晶粒的局部坐标 X'_j 到材料的整体坐标 X_i 的转换张量。复合材料的等效磁致伸缩可以表示为

$$\bar{\lambda}_s = \frac{2}{3} (\bar{\varepsilon}_{//}^{ms} - \bar{\varepsilon}_{\perp}^{ms}) \quad (7)$$

其中, $\bar{\varepsilon}_{//}^{ms}$ 和 $\bar{\varepsilon}_{\perp}^{ms}$ 分别是平行和垂直于外加磁场方向的宏观应变。复合材料的等效磁致伸缩取决于晶体的磁致伸缩系数、夹杂形状以及基体的弹性性质。应用双夹杂模型对 SmFe_2/Al , SmFe_2/Fe ^[83] 和 Terfenol-D/玻璃^[86] 磁致伸缩复合材料进行计算,并与已有的其他模型和实验数据进行了比较,如图 22 与图 23 所示。

由于磁致伸缩复合材料的有效性质与各组分材料性质之间的关系非常复杂,人们对磁致伸缩复合材料的认识仍然有限,特别是材料的磁性性质如导磁率对有效磁致伸缩的影响。本文作者^[95]首先将非线性磁致伸缩本构方程和材料的导磁率引入复合材料有效磁致伸缩的研究中,系统地探讨了各组分材料的弹性性质和磁性性质对复合材料的有效性质的影响。研究结果表明:当基体相是非磁性材料或者磁致伸缩很小的材料,而夹杂相具有很大的磁致伸缩应变,如稀土类超磁致伸缩复合材料,复合材料的有效磁致伸缩与材料的导磁率无关,而决定有效磁致伸缩的是材料的弹性性质与体积分数。当复合材料的基体相和夹杂相具有相近的磁致伸缩系数时,材料的导磁率对复合材料的有效磁致伸缩是有影响的,选用较大导磁率的基体相可以在一定范围内提高复合材料的有效磁致伸缩。理论模型与实验数据^[84,86]的对比,结果如图 24 和图 25 所示,其中 G^M 和 G^I 分别是基体和夹杂的剪切模量, r_λ 是基体和夹杂磁致伸缩系数的比值, λ^* 是复合材料的有效磁致伸缩。

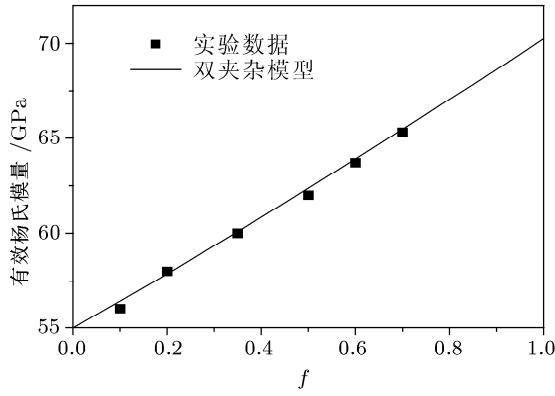


图 22 有效杨氏模量和体积分数的关系

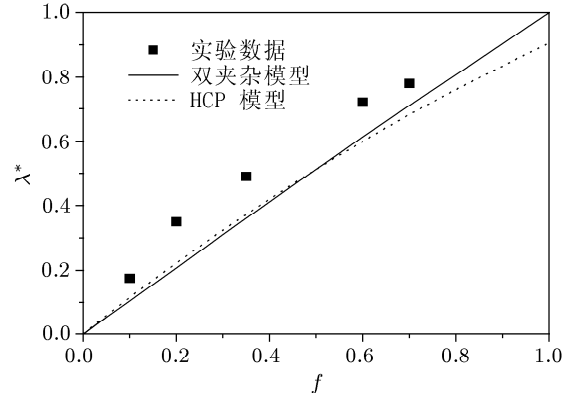


图 23 等效磁致伸缩和体积分数的关系

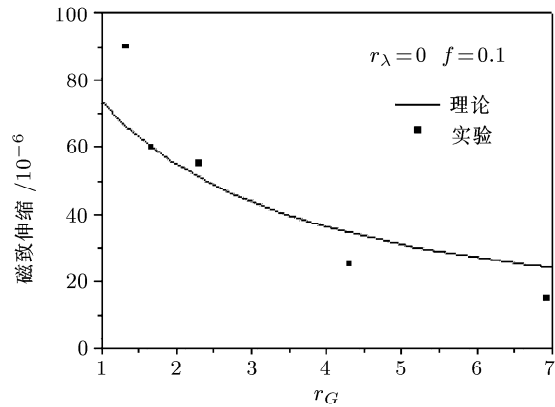


图 24 磁致伸缩与模量比值的关系 ($r_G = G^M/G^I$)

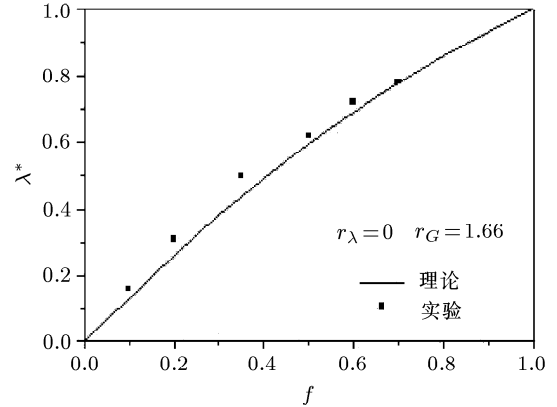


图 25 有效磁致伸缩与体积分数的关系

4 非线性本构关系的建立

4.1 基于热力学理论的唯一本构模型

在非线性力磁耦合本构理论的研究方面, Maugin 和 Eringen^[96,97] 首先采用连续介质理性力学的方法, 从唯象观点考虑了力磁耦合相互作用, 包括磁性起源的量子交换作用, 导出了一般磁化介质的力磁耦合本构理论. 然而这一理论过于复杂, 在实际分析中难以应用. Pao 等^[3,24] 针对常用的多畴软磁材料, 忽略磁滞损失和交换作用, 提出了磁弹性本构理论.

$$t_{ij} = \rho \frac{\partial x_i}{\partial X_K} \cdot \frac{\partial U}{\partial E_{KL}} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial X_L} + M_j \frac{\partial U}{\partial N_K} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial X_K} \quad (8)$$

$$\mu_0 H_i = \frac{\partial U}{\partial N_K} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial X_K} \quad (9)$$

其中: t_{ij} 磁弹性应力张量, $U = U(E_{IJ}, N_J)$ 是内能密度, E_{IJ} 应变张量, ρ 质量密度, M_i 磁化矢量, H_i 磁场矢量, μ_0 真空磁导率, x_i 和 X_J 分别是变形后和变形前的位置矢量.

$$N_J = \frac{M_k}{\rho} \frac{\partial x_k}{\partial X_J} \quad (10)$$

在此基础上, Pao 等^[24] 对上述磁弹性理论进

行了线性化. 在小变形假设下, 采用摄动方法, 将所有的磁弹性量表示为刚体状态的量以及与变形有关的摄动量之和, 得到线性化的场方程、本构方程和边界条件. 由于这套线性化理论具有明确的物理意义, 并且表达简单应用方便, 成为后来许多文献中关于磁弹性变形与断裂研究的基础. 此外, Jiles 和 Atherton^[98~100] 基于力磁耦合的磁致回线实验现象, 提出了力磁耦合模型. 这一模型是唯一象的, 并且其中一些参数需要通过实验数据最小二乘法拟合出来.

由于稀土超磁致伸缩材料具有大磁致变形和高能量密度, 尽管通常认为这种材料属于铁磁材料, 然而这种材料的变形机制和实验现象与经典的铁磁材料又有所不同. 稀土超磁致伸缩材料主要特点是大磁致应变, 而且磁滞损失又相对较小. Carman 等^[44] 首先从平衡热力学出发, 采用 Gibbs 自由能函数的 Taylor 展开的方法, 根据材料的实验现象, 导出了一般唯象本构关系, 并给出了在某一偏磁场作用下的伪线性形式的磁致伸缩本构关系

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= s'_{ijkl} \sigma_{kl} + d'_{nij} H_n + \alpha'_{ij} \Delta T \\ B_n &= \mu'_{ni} H_i + d'_{nij} \sigma_{ij} + P'_n \Delta T \end{aligned} \quad (11)$$

其中 s'_{ijkl} , d'_{nij} , α'_{ij} , μ'_{ni} , P'_n 分别是材料的柔度系数、压磁系数、温度系数、磁导率、热磁系数。这些系数都是偏磁场的函数，而不是真正的材料常数，因而通常难以确定这一本构关系的常数。本文作者^[101~103]根据磁致伸缩材料的力磁耦合变形实验现象，基于热力学定律研究了稀土超磁致伸缩材料的唯象本构关系。与 Carman 等^[44]本构关系不同的是，作者不仅提出了一种确定平方型本构方程系数的新方法，而且分别提出了双曲正切型本构方程和基于畴转密度的本构方程，并给出了确定系数的方法^[101~103]。

4.1.1 平方型本构方程^[101~103]

实验发现磁致伸缩材料的磁致应变与磁场的关系一般有 3 个特点：在中低磁场阶段，磁致应变随着磁场的增加呈现非线性增长关系；当磁场很大时，磁致应变逐渐饱和；当材料受到大小相等方向相反的磁场时，材料的磁致应变相同，即磁致应变是磁场的偶次函数。基于这些实验现象，得到磁致应变是磁场的平方型函数的唯象本构关系。一维情况的平方型唯象本构方程为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= s\sigma + mH^2 + r\sigma H^2 \\ B &= \mu H + 2m\sigma H + r\sigma^2 H \end{aligned} \quad (12)$$

其中， s 材料的柔度， m 磁致伸缩系数， r 磁弹性系数， μ 是材料的磁导率， ε 应变， σ 应力， H 磁场， B 磁感应强度。磁致伸缩本构方程中的系数由下式确定

$$\begin{aligned} m &= \frac{\tilde{d}_0}{2\tilde{H}_0} \\ r &= \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\tilde{d}_{cr} + a \cdot \Delta\sigma + b \cdot (\Delta\sigma)^2}{2(\tilde{H}_{cr} + \zeta \cdot \Delta\sigma)} - \frac{\tilde{d}_0}{2\tilde{H}_0} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

其中磁致伸缩材料的唯象压磁系数可以由下式计算

$$\tilde{d} = \tilde{d}_{cr} + a \cdot \Delta\sigma + b \cdot (\Delta\sigma)^2 \quad (14)$$

其中， \tilde{d}_0 , \tilde{H}_0 分别表示无预应力作用时，最大压磁系数和达到该系数时的外磁场；而 \tilde{d}_{cr} , \tilde{H}_{cr} 分别表示临界应力作用时的值， a , b 由实验数据确定。对于稀土超磁致伸缩材料而言，通常意义下的压磁系数并非常数。不同预应力和不同磁场作用下，压磁系数并不相同，而是加载条件的函数，如图 26 所示。各种预应力情况下的最大压磁系数（如图 26 中的星号所标记）采用 \tilde{d} 表示，而达到最大压磁系数所需要的驱动磁场用 \tilde{H} 表示。实验发现随着预应力的增大，达到最大压磁系数所需要的驱动磁场 \tilde{H} 增大（如图 27）。如果采用一个线性函数表示 \tilde{H} 与预应力之间的关系可以发现实验数据与线性函数拟合值非常接近。

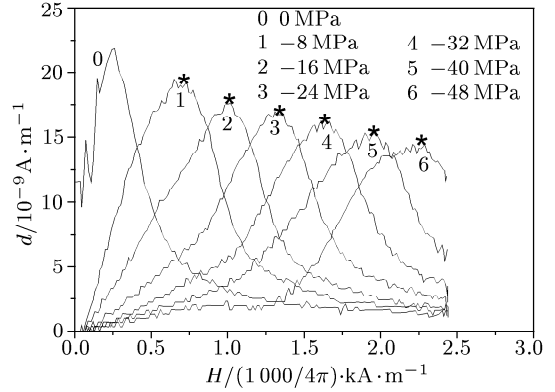


图 26 压磁系数 (d) 与磁场 (H) 关系的实验曲线

$$\tilde{H} = \tilde{H}_{cr} + \zeta \cdot \Delta\sigma \quad (15)$$

其中， $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_{cr}$ 。 σ_{cr} 是磁致伸缩材料的临界应力。对于不同的材料，存在不同的使磁畴翻转的临界应力。 ζ 的物理意义表示应力增量引起的达到最大压磁系数的磁场增量，其量纲为 $m \cdot A \cdot N^{-1}$ ，是一个反映材料性质的材料常数。

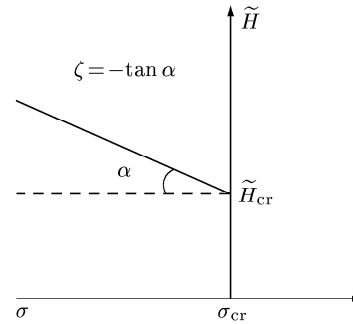


图 27 \tilde{H} 与预应力的关系

4.1.2 双曲正切型本构方程^[101~103]

如果取热力学 Gibbs 自由能函数包含双曲正切函数，可以得到双曲正切型本构方程

$$\varepsilon = s\sigma + \frac{1}{k^2} m \tanh^2(kH) + \frac{1}{k^2} r\sigma \tanh^2(kH) \quad (16)$$

$$B = \mu H + \frac{2}{k} m\sigma \frac{\sinh(kH)}{\cosh^3(kH)} + \frac{1}{k} r\sigma^2 \frac{\sinh(kH)}{\cosh^3(kH)} \quad (17)$$

其中， $\tanh(x)$ 是双曲正切函数， $\sinh(x)$ 是双曲正弦函数， $\cosh(x)$ 是双曲余弦函数。 $k = 1/H$ 。其中磁致伸缩系数和磁弹性系数分别为

$$m = \frac{1}{\tanh(1)(1 - \tanh^2(1))} \frac{\tilde{d}_0}{2\tilde{H}_0} \quad (18)$$

$$r = \frac{1}{2 \tanh(1)(1 - \tanh^2(1))} \frac{1}{\sigma}$$

$$\left[\frac{\tilde{d}_{cr} + a\Delta\sigma + b(\Delta\sigma)^2}{\tilde{H}_{cr} + \zeta\Delta\sigma} - \frac{\tilde{d}_0}{2\tilde{H}_0} \right] \quad (19)$$

其中的材料参数 \tilde{d}_0 , \tilde{d}_{cr} , \tilde{H}_0 , \tilde{H}_{cr} , a , b 和 ζ 与上节中一样, 由实验数据确定。

4.1.3 基于畴转密度的本构方程^[102]

基于磁致伸缩应变的微观本质, 即磁畴翻转, 采用唯象描述的方法提出一种新的本构模型. 磁性材料内含有大量的磁畴. 当磁性材料受到外磁场作用时, 磁畴转向外磁场方向并使材料在该方向出现磁致伸缩. 定义单位磁场引起的翻转磁畴数为畴转密度. 当材料受到的外应力大于临界应力时, 材料在磁化过程中的畴转密度符合概率密度函数的正态分布. 基于畴转密度的本构方程的一维本构关系为

$$\begin{aligned} \varepsilon = s\sigma + \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\tilde{H}_{cr} + \zeta(\sigma - \sigma_{cr})] \cdot \\ [\tilde{d}_{cr} + a(\sigma - \sigma_{cr}) + b(\sigma - \sigma_{cr})^2] \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma}} \cdot \\ \left\{ \operatorname{erf} \left[\sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} \left(\frac{|H|}{\tilde{H}_{cr} + \zeta(\sigma - \sigma_{cr})} - 1 \right) \right] - \right. \\ \left. \operatorname{erf} \left(-\sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$B = \mu H + \operatorname{sign}(H)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\sigma [\tilde{d}_{cr} + a(\sigma - \sigma_{cr}) + b(\sigma - \sigma_{cr})^2] \cdot \\ \exp \left[-\frac{\sigma}{\sigma_{cr}} \left(\frac{|H|}{\tilde{H}_{cr} + \zeta(\sigma - \sigma_{cr})} - 1 \right)^2 \right] d\sigma \end{aligned} \quad (21)$$

其中 H 是外磁场, σ 是外应力. σ_{cr} 是磁畴在外应力作用下翻转时的临界应力, $\exp(x)$ 是指数函数. $\operatorname{erf}(x)$ 称为误差函数. $|x|$ 表示 x 的绝对值. s , μ , \tilde{H}_{cr} , \tilde{d}_{cr} , σ_{cr} , ζ 均为材料常数, 与 4.1.1 中的参数一样, 具有明确的物理意义, 可由相应的实验测定。

作者工作的特点是: 给出的 3 个本构模型中包含同一套本构参数, 这些参数均可由相应的实验数据确定. 理论模型与实验结果对比表明: 标准平方型在中低磁场能在一定程度上与实验结果吻合. 但是当磁场变得很强时, 材料出现饱和磁致应变, 而理论模型不能反映这个饱和趋势. 双曲正切型在应力不太大时的中低磁场段, 理论模型能模拟材料的磁致应变, 在高磁场段, 理论模型也能反映材料饱和趋势. 然而, 当预应力增大时, 理论模型不能反映材料对应力的敏感性. 基于畴转密度的本构模型能反映稀土超磁致伸缩材料的磁致应变响应的上述这几个特点, 因而能较好地模拟实验结果。

4.2 基于磁畴非连续旋转的唯象模型

从技术磁化角度, 磁致伸缩是由于磁畴翻转引起的. 稀土超磁致伸缩材料 Terfenol-D 的易磁化轴是 $[111]$ 方向, 在初始磁中性状态下, 基于能量最小原理, 磁畴分布于 $\langle 111 \rangle$ 各个方向, 则畴壁的方向相应为 0° , 71° , 和 109° . Verhoeven^[104] 研究了 $[112]$ 方向生长的 TbDyFe 单晶, 在实验中发现, 当沿着晶体生长方向 ($[112]$ 方向) 施加压应力时, 磁畴将向垂直于 $[112]$ 方向的 $[111]$ 方向旋转; Jiles^[105] 首先提出了适合于 $[112]$ 方向定向生长单晶的三维磁畴旋转模型. 模型认为系统自由能由 3 部分组成: 磁晶各向异性性能, 外磁场能以及与磁致伸缩相关的磁弹性能, 分别表示如下

$$E_{\text{ani}} = E_0 + K_1(\cos^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2 \cos^2 \theta_3 + \cos^2 \theta_3 \cos^2 \theta_1) \quad (22)$$

$$E_H = -\mu_0 M_s H (\cos \theta_1 \cos \phi_1 + \cos \theta_2 \cos \phi_2 + \cos \theta_3 \cos \phi_3) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} E_\sigma = -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma (\cos^2 \theta_1 \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \theta_2 \cos^2 \beta_2 + \cos^2 \theta_3 \cos^2 \beta_3) - \\ 3\lambda_{111} \sigma (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos \beta_2 \cos \beta_3 + \cos \theta_3 \cos \theta_1 \cos \beta_3 \cos \beta_1) \end{aligned} \quad (24)$$

其中, E_{ani} 是磁晶各向异性性能, E_H 是外磁场能, E_σ 是磁致伸缩相关的磁弹性能. θ_i , ϕ_i 和 β_i 分别是磁化强度, 外磁场强度和外应力相对于晶轴方向的夹角. E_0 是参考能量, K_1 是磁晶各向异性系数, μ_0 是真空磁导率, M_s 是饱和磁化强度, H 是外加磁场强度, σ 是外加应力, λ_{111} 和 λ_{100} 是磁致伸缩系数. 则系统总的自由能可以表示为

$$E_{\text{total}} = E_{\text{ani}} + E_H + E_\sigma \quad (25)$$

根据系统自由能最小原理, 确定磁畴的非连续旋转的角度, 从而得到材料的宏观磁化强度和磁致伸缩. Armstrong^[106,107] 在 Jiles 模型的基础上进一步引入磁畴的取向分布概率函数, 得到积分形式的宏观磁致伸缩和磁化强度, 这一模型对 $[112]$ 定向生长单晶的实验结果的预测较好。

作者^[51] 采用非连续磁畴旋转模型对稀土超磁致伸缩材料 Terfenol-D 的本构行为进行了模拟. 初始状态下, 假设磁畴均匀分布在 8 个等价的 $\langle 111 \rangle$ 方向, 每一个方向上的磁畴体积分数为 P_i ($i = 1, \dots, 8$). 磁畴的旋转是不连续的, 也即只有系统能量达到一定阈值时, 磁畴才会旋转. 在本文作者提出的非连续旋转畴变模型^[51] 中只考虑 90° , 180° 翻转, 且每一次

畴变只发生 90°, 而 180° 翻转可以看作连续两次 90° 翻转. 假定每个磁畴的应力场和磁场均等于外加应力场和磁场. 单畴的自由能为

$$G = - \left(\varepsilon_{ij}^* \sigma_{ij} + B_i^* H_i + \frac{1}{2} \sigma_{ij} C_{ijkl} \sigma_{kl} + \frac{1}{2} H_i \mu_{ij} H_j + H_i q_{ikl} \sigma_{kl} \right) \quad (26)$$

其中, ε_{ij}^* 和 B_i^* 是畴的本征应变和本征磁感应强度; C_{ijkl} 是弹性柔度, q_{ijk} 是压磁系数, μ_{ij} 磁导率, σ_{ij} 是畴受到的应力, H_j 是畴受到的磁场. 定义 90° 翻转的驱动力为

$$F_{90}(\theta, \varphi, \psi, \sigma_{ij}^t, H_j^t) = \max \{ G(\theta, \phi, \varphi; \sigma_{ij}^t, H_j^t, S_t) - G(\theta, \phi, \varphi; \sigma_{ij}^i, H_j^i, S_i) \} \quad (27)$$

其中, (θ, ϕ, φ) 为畴在整体坐标中的 Euler 角, 指标 t 表示当前状态变量, 指标 i 表示可能发生的 90° 畴变的类型; S_t 为当前畴的类型, S_i 为畴可能发生 90° 畴变的类型. 宏观本构方程为

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij}^* + \bar{C}_{ijkl} \sigma_{kl} + \bar{q}_{kij} H_k \quad (28)$$

$$\bar{B}_i = \bar{B}_i^* + \bar{q}_{ikl} \sigma_{kl} + \bar{\mu}_{ij} H_j \quad (29)$$

其中

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^* = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \varepsilon_{ij}^*(\theta, \varphi, \psi) \sin \theta d\psi d\varphi d\theta \quad (30)$$

$$\bar{B}_i^* = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} B_i^*(\theta, \varphi, \psi) \sin \theta d\psi d\varphi d\theta \quad (31)$$

$$\bar{C}_{ijkl} = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{ijkl}(\theta, \varphi, \psi) \sin \theta d\psi d\varphi d\theta \quad (32)$$

$$\bar{q}_{ijk} = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} q_{ijk}(\theta, \varphi, \psi) \sin \theta d\psi d\varphi d\theta \quad (33)$$

$$\bar{\mu}_{ij} = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu_{ij}(\theta, \varphi, \psi) \sin \theta d\psi d\varphi d\theta \quad (34)$$

4.3 基于内变量理论的本构模型

4.3.1 基于 J₂ 流动理论的本构模型

铁磁材料的一个重要特征是由于能量耗散而导致的材料非线性行为, 如磁化回线和磁致变形回线. 显然, 材料所处的状态依赖于加载历史. 类似于经典率相关和加载路径相关材料的热力学框架, Maugin 等^[108,109] 推广经典的内变量理论, 提出了铁磁材料的内变量唯象本构模型, 用于描述力磁耦合行为. 然

而这些模型只给出了相关的概念, 并没有进一步细化, 从而限制了它们的应用.

铁电材料与铁磁材料行为具有很多相似之处. 近些年来铁电材料发展很迅速, 人们对铁电材料的力电行为进行了大量细致的研究. Bassiouny 和 Maugin 等人^[110~113] 率先借用弹塑性理论中的屈服面概念, 提出了铁电材料的唯象本构模型, 这一理论模型成为铁电唯象本构研究的基础. Kamlah 等^[114~117] 在此基础上, 结合铁电材料的畴变, 通过一系列非线性函数模拟畴变产生的非线性行为, 给出了铁电材料的唯象本构模型; Cocks 和 McMecking^[118] 在 Maugin 理论的基础上, 通过引用弹塑性理论中屈服面与硬化模量的概念, 重新构建力电耦合屈服面及硬化模量, 用于表征铁电材料中畴变引起的非线性行为.

与经典塑性理论中的塑性应变相似, 铁磁材料在磁场与机械载荷耦合作用下同样具有类似的现象, 如存在剩余磁化和剩余应变. 铁电材料唯象本构的研究对铁磁材料本构理论的探索提供了很好的研究基础. 本文作者^[119~121] 借鉴 Cocks 和 McMecking^[118] 的模型, 类比于经典塑性理论中的 J₂ 流动理论, 将剩余磁化强度和剩余应变看作内变量, 提出铁磁材料的各向同性唯象本构模型. 并且在这个模型的基础上, 引入剩余应变和剩余磁化相关的假设, 通过 Legendre 变换, 得到了表达更加简单的唯象本构模型.

基于热力学框架, 类比于经典弹塑性理论中的 J₂ 流动理论, 以剩余应变和剩余磁化强度作为内变量, 通过给定的 Helmholtz 自由能函数确定材料的演化方程. 应变和磁化强度可以分解为两部分: 可恢复部分和不可恢复部分. 材料的可恢复部分响应和不可恢复部分响应之间不耦合, 剩余应变和剩余磁化强度不影响材料的体积变化. 类比于塑性理论, 引入 (H_i, σ_{ij}) 空间中的力磁耦合屈服面. 率形式的本构方程可以写为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \left(C_{ijkl} + \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} A_{kl} \right) \dot{\sigma}_{kl} + \left(q_{kij} + R_k \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} \right) \dot{H}_k \quad (35)$$

$$\dot{B}_i = \left(q_{ikl} + \frac{\partial F}{\partial H_i} A_{kl} \right) \dot{\sigma}_{kl} + \left(\mu_{ij} + \frac{\partial F}{\partial H_i} R_j \right) \dot{H}_j \quad (36)$$

$$A_{ij} = \left(\frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{ij}} \right) / \left\{ \frac{\partial H^e}{\partial H_k} \left[\frac{\partial H_k^B}{\partial (\mu_0 M_l^r)} \frac{\partial H^e}{\partial H_l} + \frac{\partial H_k^B}{\partial \varepsilon_{mn}^r} \frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{mn}} \right] + \frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{kl}} \left[\frac{\partial \sigma_{kl}^B}{\partial (\mu_0 M_m^r)} \frac{\partial H^e}{\partial H_m} + \frac{\partial \sigma_{kl}^B}{\partial \varepsilon_{mn}^r} \frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{mn}} \right] \right\} \quad (37)$$

$$R_i = \left(\frac{\partial H^e}{\partial H_i} \right) / \left\{ \frac{\partial H^e}{\partial H_k} \left[\frac{\partial H_k^B}{\partial (\mu_0 M_i^r)} \frac{\partial H^e}{\partial H_l} + \frac{\partial H_k^B}{\partial \varepsilon_{mn}^r} \frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{mn}} \right] + \frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{kl}} \left[\frac{\partial \sigma_{kl}^B}{\partial (\mu_0 M_m^r)} \cdot \frac{\partial H^e}{\partial H_m} + \frac{\partial \sigma_{kl}^B}{\partial \varepsilon_{mn}^r} \frac{\partial H^e}{\partial \sigma_{mn}} \right] \right\} \quad (38)$$

σ_{ij}^B , H_i^B 分别是背应力和背磁场, 上标“e”代表可恢复部分(线性), “r”代表不可恢复部分. ε_{ij}^r 是剩余应变, M_i^r 是剩余磁化强度, $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^r$, $M_i = M_i^e + M_i^r$, $F = F(H_k, \sigma_{ij})$ 表示屈服面函数.

上述模型可以进一步简化, 即只引入剩余磁化强度 M_i^r 为内变量, 而剩余应变 ε_{ij}^r 可以表示为 M_i^r 函数. 屈服函数可以通过磁场强度的形式表达, 从而简化模型. 剩余应变认为是由于剩余磁化引起的. 考虑到磁致伸缩总是磁场的二次函数

$$\varepsilon_{ij}^r = \frac{\varepsilon_0}{2M_0^2} (3M_i^r M_j^r - \delta_{ij} M_k^r M_k^r) \quad (39)$$

其中 ε_0 和 M_0 分别为材料的饱和磁致伸缩与饱和磁化强度. 图 28 给出了理论与实验曲线的对比.

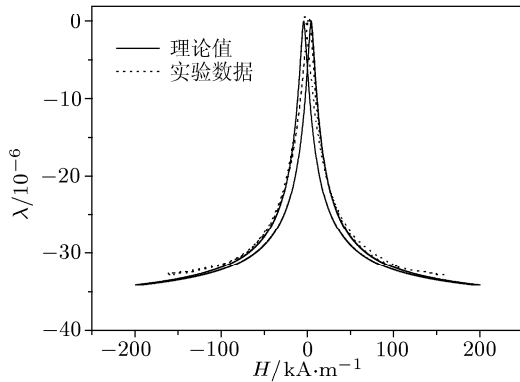


图 28 Ni6 在无应力下的磁致伸缩回线

4.3.2 各向异性流动理论的唯象模型

同样类似于经典的弹塑性本构理论, 我们可以发展更具一般性的铁磁材料各向异性本构理论(包括弹性各向异性和磁性各向异性). 经典的弹塑性理论一般有多晶塑性模型和各种唯象模型. Taylor^[122] 的多晶塑性模型的物理意义清晰, 但数字计算相当费时, 不便于应用. 唯象模型通过引入屈服面, 根据流动法则确定材料的塑性行为, 从而使得计算简单, 应用方便. 各种不同的唯象模型的关键是具有不同的屈服面函数. 一般而言, 在应力空间中的屈服面都必须外凸的, 并且材料的演化通过流动法则确定. 根据材料的性质, 可以提出不同的屈服面函数. 例如各向同性屈服面有经典的 Tresca, Mises 和 Hosford^[123] 屈服函数; 而 Hill^[124], Budiansky^[125] 和 Barlat^[126,127] 提出了各向异性屈服面. 除了二次的屈

服面函数, Hershey^[128] 和 Horsford^[123] 提出了非二次的屈服函数, 以便能更好地模拟 FCC 和 BCC 多晶材料. Karafilles 和 Boyce^[129] 提出了更加一般的屈服准则, 这一模型可以包含已有的模型, 具有很大的普适性.

作者类比于各向异性塑性理论, 采用非二次的屈服面, 以 Karafilles-Boyce 模型^[129] 为基础, 提出了铁磁材料的一般唯象本构模型^[51]. 通过测量不同应力状态下的初始磁化曲线, 可以得到不同力磁耦合下的屈服点, 由这些屈服点可以构成 H - σ 空间中的力磁耦合屈服面. 对于 Terfenol-D 定向多晶材料, 在 H - σ 空间中的初始屈服面近似为圆(图 29).

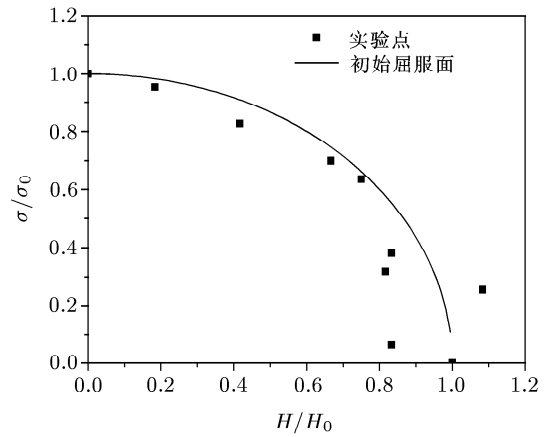


图 29 Terfenol-D 定向多晶材料初始屈服面

应变和磁极化可以分解为两部分, 即可恢复部分(线性)和不可恢复部分(非线性), 且为小变形. 采用剩余应变和剩余磁极化强度作为内变量. 增量形式的本构方程可以写为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} + q_{kij} \dot{H}_k + \dot{\varepsilon}_{ij}^r \quad (40)$$

$$\dot{B}_i = q_{ikl} \dot{\sigma}_{kl} + \mu_{ij} \dot{H}_j + \dot{J}_i^r \quad (41)$$

对于各向异性材料, 运用“等效各向同性塑性(isotropic plasticity equivalent, IPE)”方法将各向异性材料中的真实应力状态转换到各向同性材料中相应的应力状态. 引入等效各向同性塑性应力转换张量 L_{ijkl}^S 和磁场转换张量 L_{ij}^H

$$\tilde{S}_{ij} = L_{ijkl}^S \sigma_{kl}, \quad \tilde{H}_i = L_{ij}^H H_j \quad (42)$$

其中, \tilde{S}_{ij} 和 \tilde{H}_i 是等效各向同性塑性(IPE)应力张量和磁场向量, σ_{ij} 和 H_i 是作用于各向异性材料的真实应力和磁场, 转换张量 L_{ijkl}^S 和 L_{ij}^H 具有下列性质

$$L_{ijkl}^S = L_{jikl}^S = L_{jiik}^S \quad (43)$$

$$L_{ijkl}^S = L_{klij}^S, \quad L_{ijkk}^S = 0$$

$$L_{ij}^H = L_{ji}^H, \quad L_{ij}^H = 0 \text{ 当 } (i \neq j) \quad (44)$$

将 \tilde{S}_{ij} 和 \tilde{H}_i 替代一般形式的各向同性力磁耦合屈服函数中应力偏量 S_{ij} 和磁场向量 H_i , 得到各向异性材料的屈服函数

$$f(\tilde{S}_i^0, \tilde{H}_i^0) = (1 - c)\phi_1(\tilde{S}_i^0, \tilde{H}_i^0) + c\phi_2(\tilde{S}_i^0, \tilde{H}_i^0) - 2Y^{-2k} \quad (45)$$

当采用随动硬化或混合硬化时, 由于背应力和背磁场的存在, 根据 IPE 方法可得

$$\tilde{S}_{ij} = L_{ijkl}^S(\sigma_{kl} - \sigma_{kl}^B), \quad \tilde{H}_i = L_{ij}^H(H_j - H_j^B) \quad (46)$$

以上给出了一般形式的各向异性多晶铁磁材料的唯象本构模型. 针对不同的材料, 根据实验中测量的屈服面和材料参数, 即可得到完整的本构模型. 对于 Terfenol-D 超磁致伸缩材料, 实验测得初始力磁耦合屈服面及相关材料参数, 在此基础上提出具体的三维本构模型. 图 30 是一维情形的数值计算结果与实验数据的对比.

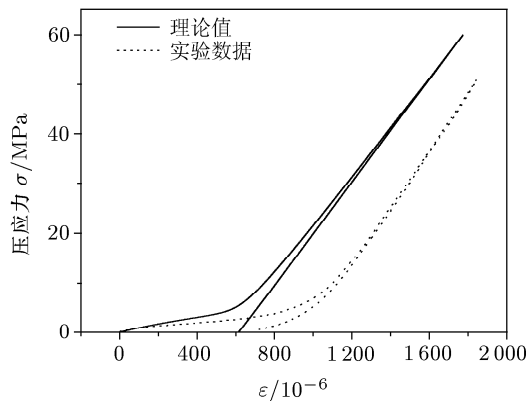


图 30 Terfenol-D 的应力应变曲线

5 力磁耦合断裂力学

铁磁结构物的断裂问题作为强磁场环境下结构物的力学问题, 很早就受到人们重视. Cherepanov^[130] 最早研究过电磁弹性耦合问题, 导出了电磁弹性问题的一般守恒律方程和不变量积分, 并用来研究带奇异点的问题如裂纹问题. Shindo^[72] 首先研究了磁弹性裂纹尖端的力磁耦合场. 采用 Pao^[24] 的线性化磁弹性理论, 求解了磁场与中心裂纹垂直情况下的无限大铁磁体的力磁耦合问题, 得到了裂纹尖端的应力场和磁场强度因子. 其给出的基本结论是磁场和应力场在裂纹尖端具有 $-1/2$ 奇异性. 采用类似方法, Shindo 求解了轴对称裂纹^[131] 和对称共线裂纹^[132] 等不同裂纹形式的问题, 得到了力磁耦合场并给出了相似的结论. 近年来, Shindo 等^[133,134] 又对磁场下载流裂纹板和铁磁裂纹板的动应力集中和裂纹引起的磁场变化问题进行了理论

研究. 除了 Shindo 以外, 其他学者也对这一问题进行了研究. ANG^[135] 将磁弹性裂纹问题推广到磁弹性各向异性的情况. 仍然采用 Pao^[24] 的线性化磁弹性理论, 忽略磁致伸缩效应, 针对半无穷平面问题求解了磁弹性各向异性问题, 得到的结果可以退化到 Shindo 的解. Xu^[136] 则从载流体的 Lorenz 力导出 Maxwell 张量, 对载流非铁磁体的平面裂纹问题进行了理论研究. Yeh^[137] 由线性化理论, 得到平面半无限大磁弹性体上集中应力引起的磁感应问题的闭合解. Huang^[138] 扩展了弹性问题的结果, 得到了半无限大体磁弹性问题的闭合解. Liang^[139,140] 等对平面无限体存在共线裂纹的情况研究了力磁耦合磁弹性问题. 采用复势函数方法求解了远场在一般机械载荷和磁场作用下共线裂纹尖端的力磁耦合场. 在此基础上, Liang 等^[141] 进一步研究了两种磁弹性介质界面裂纹问题. 除了获得磁弹性裂纹的场解以外, 人们也采取守恒率及能量释放率的方法研究了磁弹性裂纹问题. Maugin^[142,143] 从 Eringen 和 Maugin^[5,6] 的铁磁体磁力耦合理论出发, 分别对软硬铁磁裂纹体, 研究了考虑磁致伸缩效应的路径无关积分. Wang 等^[144] 基于能动量张量的概念, 推导了多种形式的守恒律方程和路径无关积分, 并用来分析裂纹问题.

磁弹性断裂问题已经有了许多理论研究结果, 包括各种边界条件下的解, 以及基于断裂力学方法推广得到的铁磁体裂纹问题的路径无关积分和能量释放率. 基于 Pao^[24] 的线性化磁弹性理论得到的裂纹尖端场均有 $-1/2$ 奇异性, 并且应力强度因子在某个外磁场作用下发生奇异. 例如 Shindo^[72] 计算得到的这个发生奇异的磁场满足如下关系

$$B_{cr}^2/\mu_0 G = \frac{2\mu_r^2}{\chi^2[4\nu - 1 + 2(1 - \nu)\chi]} \quad (47)$$

其中, B_{cr} 是临界外磁场, μ_0, μ_r 分别是真空磁导率和材料的相对磁导率, χ 是材料的磁化系数, G, ν 分别是材料的剪切模量和泊松比. Shindo^[72] 称这个磁场为材料的临界磁场, 即铁磁材料在这个磁场作用下将发生磁断裂, 然而现有实验并没有发现这一现象. 另一方面, 通常这个临界磁场达到几个特斯拉的量级甚至更大, 在这样强磁场作用下一般铁磁材料早已饱和, 线性磁化假设不再适用. 因此, 磁弹性断裂研究的最近进展主要是针对线性化磁弹性断裂分析中的这两个问题进行的. 比如考虑磁弹性变形引起的裂纹尖端钝化, 解决线性化模型中出现应力强度因子奇异的问题; 考虑磁致伸缩非线性效应, 研究大磁致伸缩系数材料的磁断裂问题; 以及考虑磁化饱和以及磁致应变饱和等非线性现象对磁弹性断裂分析的影响. 以下我们主要综述磁弹性断裂的非线性问题的一些研究进展.

5.1 考虑裂纹构形变化引起的非线性

磁弹性裂纹问题的线性理论分析存在与现有实验结果不吻合的理论结果. 理论模型中对裂纹进行理想数学化是引起误差的原因之一. Liang 等^[145]首先放弃了 Pao 的线性化理论模型中关于变形引起的磁场远小于刚体状态磁场的假设, 认为在裂纹尖端由于变形梯度较大, 变形引起的磁场变化与刚体状态的磁场处于相同量级, 导出的平衡方程如下

$$\sigma_{ij,i} + 2\mu_0 M_k H_{j,k} + \mu_0 M_j H_{k,k} = 0 \quad (48)$$

其中应力 σ_{ij} 满足

$$\sigma_{ij} = \lambda u_{k,k} \delta_{ij} + G(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (49)$$

而 M_k 和 H_k 分别是磁化强度和磁场强度. 同时, 裂纹在外载和磁场作用下, 线形裂纹会张开成椭圆形, 因此在求解磁场时, 采用了椭圆形的裂纹构形.

Liang 等^[146,147]进一步考察了裂纹面构形变化, 包括裂纹尖端钝化、裂纹面张开以及裂纹面的转动等因素. 如图 31 所示的含中心裂纹无限大平面问题, 设物体处于面内磁场 b_0 中, 机械载荷 p 为面内拉伸载荷. 变形前裂纹面在平面上的投影为 $O'X'$ 上的线段. 角度 θ_b 和 θ_p 反映远场磁场方向和载荷方向. 变形后裂纹面张开为一个柱面, 它在 $X'O'Y'$ 坐标面的投影为曲线 γ . 确定变形后椭圆裂纹面的位置需要 3 个参数: 椭圆的两个半主轴长度 α 和 β , 以及该椭圆主轴与初始坐标轴的夹角 ϑ . 空间坐标系的 x 轴与椭圆 γ 的长轴重合. σ_{ij}^∞ 和 h_{ij}^∞ 表示远场应力和磁场.

计算结果表明: 无论磁场还是应力在裂尖集中但不奇异. 裂尖附近环形域的应力由两项组成. 第 1 项与 \sqrt{r} 相关, 第 2 项与 r 相关. 相应地, 定义两个参数因子 k_{item1} 和 k_{item2} 分别表示与 $1/\sqrt{r}$ 相关和与 $1/r$ 相关的强度因子.

$$t_{y''y''} + it_{x''y''} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}a(A_1 - a_{-1}/R)}}{\sqrt{r}} e^{\frac{1}{2}i\theta} - \frac{\mu_0(1+\nu)\chi|C_1 - \bar{C}_1|^2 a(1-m)^2(1+\chi)^2}{16r} e^{i\theta} \quad (50)$$

作为算例, 作者给出了图 32 所示的结果. 其中材料常数为剪切模量 $G = 78 \text{ GPa}$, 磁化系数 $\chi = 500$, 泊松比 $\nu = 0.3$, $\sigma_{yy}^\infty = 1 \text{ MPa}$, $\sigma_{xx}^\infty = \sigma_{xy}^\infty = 0$, $b_x^\infty = 0$, $b_y^\infty = 0$. 图中 k_{linear} 为线性模型得到的裂尖强度因子. 结果表明 k_{item1} 随着磁场变化而稳定地变化, 这不同于线性模型得到的 k_{linear} 出现奇异的情况. 结果还表明 k_{item2} 的绝对值随着磁场增加而增加, 并且 k_{item2} 对应裂纹面之间的一种吸引作用.

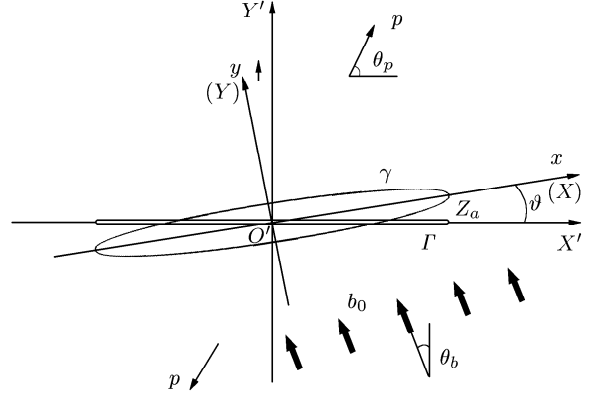


图 31 含中心裂纹无限大平面

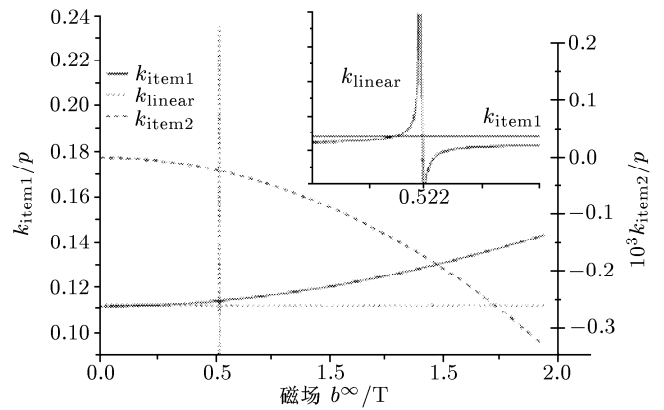


图 32 裂尖应力强度因子随磁场的变化

5.2 考虑磁致伸缩非线性效应的磁断裂分析

对于具有大磁致伸缩性质的铁磁材料, 如稀土类超磁致伸缩材料, 非线性磁致伸缩效应非常明显. 为了在磁断裂模型中考虑非线性磁致伸缩效应, 作者^[148]运用 Brown^[2] 的磁力分析模型和 Pao^[24] 的多畴软磁材料的线性化磁弹性模型, 将非线性磁致伸缩效应和磁力分布都考虑进来, 研究了平面应变问题裂纹尖端的应力场. 在这个分析中, 采用了线性磁化关系和各向同性平方型非线性磁致伸缩本构关系. 分析结果表明, 对于细长椭圆裂纹, 应力场在裂纹尖端前方的环形域内存在集中, 其 I 型应力强度因子为

$$K_I = \left[\frac{\Delta_I}{2}(1 + \Delta_1^2) + \frac{\kappa}{2}(1 + \Delta_1)^2 - \delta_{II} \cdot \Delta_2^2 \right] \cdot B^\infty \bar{B}^\infty \cdot \sqrt{\pi a} \quad (51)$$

其中

$$\kappa = S - \frac{\delta_I}{4 \left[\frac{\nu(1-\nu)}{1-2\nu} + \frac{1-\nu}{2} \right]}$$

$$S = \frac{1 - (1 + 2\nu)q}{4} E' m_{11}$$

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad q = -\frac{m_{21}}{m_{11}}$$

$$\Delta_1 = \frac{\tau - 1}{\tau + 1}, \quad \Delta_2 = \frac{1}{\tau + 1}$$

$$\tau = \frac{b\mu_1}{a\mu_2}, \quad \Delta_\alpha = \frac{\chi_\alpha}{\mu_0(1 + \chi_\alpha)^2}, \quad \alpha = I, II$$

这里, a 和 b 分别是椭圆的长短轴, $B^\infty = \mu_1 H^\infty$ 无穷远处的磁场, μ_1 和 μ_2 分别是椭圆外基体和椭圆夹杂的磁导率, χ_I 和 χ_{II} 分别是椭圆边界两侧介质和孔洞的磁化率, δ_I 和 δ_{II} 分别是反映介质和孔洞的磁化率的参数. μ_0 是真空磁导率. E 是扬氏模量, ν 是泊松比. m_{11} 是一维情况下外磁场方向的材料内单位磁感应强度引起的应变, m_{21} 是外磁场方向材料内单位磁感应强度引起的在垂直于外磁场方向的应变. 下标 I 和 II 分别表示基体介质和椭圆裂纹内介质.

由式 (51) 可见, 应力强度因子由材料的磁致伸缩和磁力特性共同确定. 磁致伸缩效应 (包含在参数 κ 中) 不可忽略. 当 $b = 0$ 时, 细长椭圆裂纹退化成数学裂纹, $\Delta_1 = -1$, $\Delta_2 = 1$. 磁场在材料内的分布不受裂纹的影响, 等于远场的均布磁场. 裂纹尖端奇异应力场分布与经典的 Griffith 裂纹尖端的应力场分布相同. 对于磁致伸缩系数很小的铁磁材料, 式 (51) 可以简化为

$$K_I = \delta_I \cdot B^\infty \overline{B^\infty} \cdot \sqrt{\pi a} \quad (52)$$

显然 (52) 中没有材料的磁致伸缩特性参数, 即在考虑磁场对含裂纹的小磁致伸缩系数材料的影响时, 可以忽略磁致伸缩特性. 这与 Shindo^[72] 在讨论一般软铁磁钢的结论是一致的.

在磁化初始阶段, 材料的磁化强度与磁场的大小成线性关系, 磁致伸缩应变与材料受到的磁场的平方成比例关系. 在高磁场阶段, 材料的磁化强度趋于饱和, 磁致伸缩同时达到饱和. 在含类裂纹缺陷的软磁材料中, 由于缺陷尖端的集中作用, 材料在高外磁场作用下, 类裂纹缺陷尖端的材料磁化必然出现饱和现象. 在采用平方型非线性磁致伸缩本构关系分析断裂问题的基础上, 作者^[149] 进一步采用理想饱和和磁化模型研究了裂纹问题, 并解释了磁断裂实验现象. 如图 33, 材料受到的磁场小于饱和磁场时, 材料的磁化强度与磁场是线性关系; 而当外磁场达到饱和磁场时, 材料立即达到饱和磁化. 即使磁场进一步增大, 材料的磁化强度也不增加. 裂纹尖端磁化饱和区的形状为圆形, 饱和区的位置和大小如图 34 所示. 图 34 中

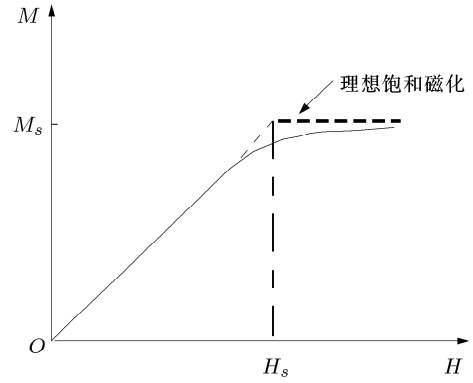


图 33 理想饱和和磁化模型

$$d = b\sqrt{\frac{2r_s}{a}}, \quad l = 2r_s - b\sqrt{\frac{2r_s}{a}} \quad (53)$$

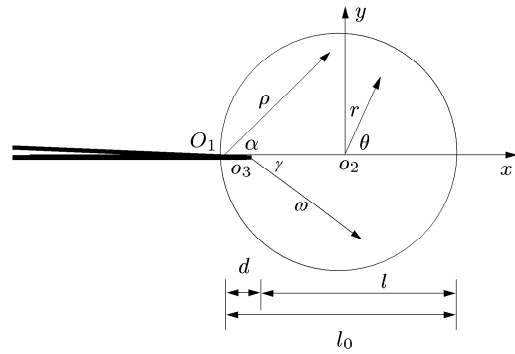


图 34 饱和区的位置和大小

$$r_s = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_H}{H_s} \right)^2, \quad H = \frac{1}{2} \frac{a(1 + \Delta_1)}{\sqrt{2ar + b^2}} H^\infty \quad (54)$$

裂纹尖端饱和区的环向应力为

$$\sigma_{22} = \frac{A_1 + D_3}{d + \omega} + 3 \frac{D_3}{r_s} \cdot \frac{d}{d + \omega} - \frac{d \cdot D_3}{(d + \omega)^2} + 2 \frac{D_3}{r_s} \cdot \ln \frac{d + \omega}{r_s} \quad (55)$$

其中各个参数表示如下

$$D_3 = -\frac{Gr_s}{4(1 - \nu)} (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\rho)$$

$$\Delta_1 = \frac{\tau - 1}{\tau + 1}, \quad \tau = \frac{b\mu_1}{a\mu_2} \quad (56)$$

$$A_1 = \frac{(3 - 2\nu)p_5}{4(1 - \nu)} + \frac{(-3 + 2\nu)Gr_s}{4(1 - \nu)} (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\rho) \quad (57)$$

$$p_5 = -\frac{G}{8} (m_{11} - m_{21})(1 + \Delta_1)^2 a (\mu_1 H^\infty)^2 \quad (58)$$

$$\varepsilon_{\rho} = (1 + \nu)m_{21}M_s^2, \quad \varepsilon_{\alpha} = (m_{11} + \nu m_{21})M_s^2 \quad (59)$$

a 和 b 分别是细长椭圆裂纹的长短轴, G 是剪切模量, ν 是泊松比, m_{11} 与 m_{21} 是磁致伸缩材料的磁致伸缩系数, M_s 是饱和磁化强度. μ_1 是材料的磁导率, μ_2 是细长椭圆空洞内的介质的磁导率, H^{∞} 是无穷远的磁场, H_s 是饱和磁场强度, K_H 磁场强度因子. 作者采用理想饱和磁化模型解释了已有的铁磁材料的磁断裂实验结果^[49,71].

6 结束语

作为一种重要的功能材料, 软铁磁材料在工程中有着广泛的应用. 由于磁致伸缩特性, 软磁材料特别是新兴的稀土类超磁致伸缩材料, 已经被广泛用来制作新一代机电转换器件. 铁磁材料的力磁耦合本构模型及其断裂问题的研究日益受到人们的关注. 这方面的研究已经取得了许多的成果. 然而, 从本文的评述可以看出, 力磁耦合磁弹变形与断裂方面还有很多工作要做, 尤其在下面几个方面还有待进一步探索和完善:

(1) 在力磁耦合断裂实验方面的成果还很少, 并且仅是针对小磁致伸缩系数材料的研究. 如果要进一步探讨磁弹变形与断裂的机制与规律, 还应该补充多种磁性材料的磁断裂实验, 包括大磁致伸缩系数材料.

(2) 力磁耦合磁弹性变形涉及的问题较复杂. 对于基于热力学的唯象模型偏于简单, 而目前基于微观机制的模型一般较复杂, 不便于工程直接应用. 因此, 建立能描述材料变形机制又适合于应用的力磁耦合变形模型仍需要进一步的研究, 而关于硬磁材料的变形模型更是极其缺乏.

(3) 磁弹性断裂模型大多基于线性化的磁弹性理论, 虽然近年来对于非线性磁弹性断裂理论有一些成果, 但仍忽略了铁磁材料的诸多复杂因素, 包括铁磁性、磁滞性等非线性特征. 对于硬磁材料的断裂理论, 目前几乎还很少涉及. 因此, 铁材料的断裂问题还有很多方面需要研究.

(4) 目前在铁磁复合材料有效性质的分析中, 通常是基于线性压电压磁方程, 并采用等效本征性质的方法. 然而, 这些分析模型无论是与实验结果对比, 还是理论研究的深度都还不够. 目前还没有建立起反映非线性磁致变形与复合材料的整体性质之间关系的一般三维理论模型.

(5) 对于铁磁板在纵向磁场作用下的振动问题, 目前在实验和理论模型都进行了一些工作. 然而, 采用线性化磁弹性理论分析的结果一般都与实验数据

有较大误差. 对这一问题的进一步研究仍然需要采用多种分析手段, 包括非线性磁弹性理论、数值计算和更为先进的实验技术相结合.

参 考 文 献

- 1 美国机械工程师协会 (ASME) 应用力学分会固体力学研究方向委员会的报告. 力学进展, 1986, 16(3): 517~533
- 2 Brown Jr W F. Magnetoelastic Interactions. New York: Springer-Verlag, 1966
- 3 Pao Y H. Electromagnetic Force in Deformable Continua. In: Nemat-Nasser ed. Mechanics Today. Bath: Pergamon Press, 1978
- 4 Moon F C. Magneto Solid Mechanics. New York: John Wiley & Sons, 1984
- 5 Maugin G A. Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids. North-Holland: North-Holland Publishing Company, 1988
- 6 Eringen A C, Maugin G A. Electrodynamics of Continua, Vol 1,2. New York: Springer-Verlag, 1989
- 7 周又和, 郑晓静. 电磁固体结构力学. 北京: 科学出版社, 1999
- 8 Watanabe K, Motokawa M. Materials Science in Static High Magnetic Fields. Berlin: Springer-Verlag, 2001
- 9 Wohlfarth E P. Ferromagnetic Materials. A Handbook on the Properties of Magnetically Ordered Substances. Vol 1, 2. North-Holland: North-Holland Publishing Company, 1980
- 10 蒋志红等. 稀土超磁致伸缩材料的发展. 稀土, 1991, 2: 19~26
- 11 Nan C W, Li M, Feng X, Yu S. Possible giant magnetoelectric effect of ferromagnetic rare-earth-iron-alloys-filled ferroelectric polymers. *Appl Phys Lett*, 2001, 78: 2527~2529
- 12 Nan C W, Weng G J. Influence of microstructural features on the effective magnetostriction of composite materials. *Phys Rev B*, 1999, 60: 6723~6730
- 13 Bednarek S. The giant magnetostriction in ferromagnetic composites within an elastomer matrix. *Applied Physics A*, 1999, 68: 63~67
- 14 Kokorin V V, Chernenko V A. Martensitic transformation in ferromagnetic heusler alloy. *Phys Met Metall*, 1989, 68: 1157~1160
- 15 O'Handley R C. Model for strain and magnetization in magnetic shape-memory alloys. *J Appl Phys*, 1998, 83: 3263~3270
- 16 Sozinov A, Likhachev A A, Lanska N, Ullakko K. Giant magnetic-field-induced strain in NiMnGa seven-layered martensitic phase. *Appl Phys Lett*, 2002, 80: 1746~1748
- 17 Wu G H, Wang W H, Chen J L, Ao L, et al. Magnetic properties and shape memory of Fe-doped Ni₅₂Mn₂₄Ga₂₄ single crystals. *Appl Phys Lett*, 2002, 80(4): 634~636
- 18 Wang W H, Wu G H, Chen J L, Gao S X, et al. Intermartensitic transformation and magnetic-field-induced strain in Ni₅₂Mn_{24.5}Ga_{23.5} single crystals. *Appl Phys Lett*, 2001, 79(8): 1148~1150
- 19 Panovko Y G, Gubanov I I. Stability and Oscillations of Elastic Systems. New York: Consultants Bureau, 1965. 17
- 20 Moon F C, Pao Y H. Magnetoelastic buckling of a thin plate. *J Appl Mech*, 1968, 35: 53~58
- 21 Moon F C. The mechanics of ferroelastic plates in a uniform magnetic field. *J Applied Mech*, 1970, 37: 153~158

- 22 Moon F C. Buckling of a superconducting ring in a toroidal magnetic field. *J Appl Mech*, 1979, 46: 151~155
- 23 Moon F C, Swanson C. Experiments on buckling and vibration of superconducting coils. *J Appl Mech*, 1977, 44: 707~713
- 24 Pao Y H, Yeh C S. A linear theory for soft ferromagnetic elastic solids. *Int J Engng Sci*, 1973, 11: 415~436
- 25 Hutter K, Pao Y H. A dynamic theory for magnetizable elastic solids with thermal and electrical conduction. *J Elasticity*, 1974, 4(2): 89~114
- 26 Eringen A C. Theory of electromagnetic elastic plates. *Int J Engng Sci*, 1989, 27: 363~375
- 27 Miya K, Takagi T, Ando Y. Finite element analysis of magnetoelastic buckling of ferromagnetic beam plate. *J Appl Mech*, 1978, 45: 335~360
- 28 Miya K, Uesaka M. An application of a finite element method to magneto mechanics of superconduction magnets for magnetic reactors. *Nuclear Engng Design*, 1982 (72): 275~296
- 29 Van De Ven A A F. Magnetoelastic buckling of a beam of elliptic cross section. *Acta Mechanica*, 1984, 51: 119~183
- 30 Van De Ven A A F. Magnetoelastic buckling of thin plates in a uniform transverse magnetic field. *J Elasticity*, 1978, 8(3): 297~312
- 31 Lieshout P H, Rongen P M J, Van De Ven AAF. A variational principle for magneto-elastic buckling. *J Engng Math*, 1987, 21: 227~252
- 32 Takagi T, Tani J. Dynamic behavior analysis of a plate in magnetic field by full coupling and MMD methods. *IEEE Trans Magnetics*, 1994, 30(5): 3296~3299
- 33 谢慧才, 王璋奇, 王德满. 考虑尺寸效应板梁的磁弹性屈曲, 应用力学学报, 1991, 8(4): 113~117
- 34 Zhou Y H, Zheng X J. A general expression of magnetic force for soft ferromagnetic plates in complex magnetic fields. *Int J Engng Sci*, 1997, 35: 1405~1417
- 35 周又和, 郑晓静. 磁弹性薄板屈曲的研究进展和存在的若干问题. 力学进展, 1995, 25(4): 525~536
- 36 Zheng X J, Zhou Y H, Lee J S. Instability of superconducting partial torus with two pin supports. *J Engng Mech*, 1999, 125: 174~179
- 37 Zheng X J, Zhou Y H, Wang X Z, Lee J S. Bending and Buckling of ferroelastic plates. *J Engng Mech*, 1999, 125: 180~185
- 38 周又和, 郑晓静. 软铁磁薄板磁弹性耦合作用的变分原理. 固体力学学报, 1997, 18(2): 95~100
- 39 Zhou Y H, Zheng X J. A theoretical model of magnetoelastic buckling for soft ferromagnetic thin plates. *Acta Mechanica Sinica*, 1996, 12(3): 213~224
- 40 Lee J S, Zheng X J. Bending and Buckling of superconducting partial toroidal field coils. *Int J Solids Struct*, 1999, 36: 2127~2141
- 41 Zhou Y H, Miya KA. theoretical prediction of increase of natural frequency to ferromagnetic plates under in-plane magnetic fields. *J Sound Vibration*, 1999, 222(1): 49~64
- 42 Yang W, Pan H, Zheng D, Cai Q. Buckling of a ferromagnetic thin plate in a transverse static magnetic field. *Chin Sci Bulletin*, 1998, 43: 1666~1669
- 43 Yang W, Pan H, Zheng D, Cai Q. An energy method for analyzing magnetoelastic buckling and bending of ferromagnetic plate in static magnetic fields. *J Appl Mech*, 1999, 66: 913~917
- 44 Carman G P, Mitrovic M. Nonlinear constitutive relations for magnetostrictive materials with applications to 1-D problems. *J Intelli Mat Syst & Stru*, 1996(6): 673~683
- 45 Clark A E, Wun-Fogle M, Restorff J B, et al. Magnetostrictive galfenol/alfenol single crystal alloys under large compressive stresses. In: Proceedings of A CTUATOR 2000, 7th International Conference on New Actuator, Bremen, Germany, 2000-06-19~21. 2000. 111~115
- 46 杨李色, 李成英, 袁惠群, 周卓. 稀土超磁致伸缩材料电磁参数的实验研究. 辽宁工学院学报, 1999, 19(1): 14~18
- 47 Timme R W. Magnetomechanical characteristics of a terbium-holmium-ironalloy. *J Acous Soc Am*, 1976, 59(2): 459~464
- 48 Kvarnsjo L, Engdahl G. Differential and incremental measurements of magnetoelastic parameters of highly magnetostrictive materials. In: Lanotte L, ed. Magnetoelastic Effects and Applications. London: Elsevier Science Publishers BV, 1993. 63~69
- 49 Clatterbuck D M, Chan JW, Morris J W Jr. The influence of a magnetic field on the fracture toughness of ferromagnetic steel. *Materials Transactions, JIM*, 2000, 41(8): 888~892
- 50 王永平. 磁致伸缩材料的本构关系与断裂研究. [博士论文]. 北京: 清华大学工程力学系, 2002
- 51 冯雪. 铁磁材料本构关系的理论和实验研究. [博士论文]. 北京: 清华大学工程力学系, 2002
- 52 Cullity B D. Introduction to Magnetic Materials. Massachusetts: Addison-Wesley, 1972
- 53 Makar J M, Tanner B K. The effect of stress approaching and exceeding the yield point on the magnetic properties of high strength pearlitic steels. *NDT&E International*, 1998, 31: 117~127
- 54 Makar J M, Tanner B K. The effect of plastic deformation and residual stress on the permeability and magnetostriction of steels. *J Magn Magn Mater*, 2000, 222: 291~304
- 55 Stevens K J. Stress dependence of ferromagnetic hysteresis loops for two grades of steel. *NDT&E International*, 2000, 33: 111~121
- 56 Takahashi S, Echigoya J, Motoki Z. Magnetization curves of plastically deformed Fe metals and alloys. *J Appl Phys*, 2000, 87: 805~813
- 57 Devine M K, Jiles D C. Magnetomechanical effect in nickel and cobalt. *J Appl Phys*, 1997, 81: 5603~5605
- 58 Pearson J, Squire P T, Maylin M G, Gore J C. Biaxial stress effects on the magnetic properties of pure iron. *IEEE Trans Magnetics*, 2000, 36: 3251~3253
- 59 Clark A E, Belson H S. Giant room-temperature magnetostrictions in TbFe₂ and DyFe₂. *Physical Review B*, 1972, 5: 3642~3644
- 60 Clark A E. Ferromagnetic Materials. Wohlfarth E P, ed. North-Holland: North-Holland Publishing House, 1980. 531
- 61 Savage H T, Clark A E, Powers J M. Magnetomechanical coupling and ΔE effect in highly magnetostrictive rare earth-Fe₂ Compounds. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1975, 11(5): 1355~1357
- 62 Moffet M B, Clark A E, Wun-Fogle M, Linberg J, Teter J P, McLaughlin E A. Characterization of Terfenol-D for mag-

- netostrictive transducers. *J Acoust Soc Am*, 1991, 89(3): 1448~1455
- 63 Jiles D C, Thoeke J B. Magnetization and magnetostriction in Terbium-Dysprosium-Iron alloys. *Phys Status Solidi*, 1995, 147: 535~551
- 64 Mei W, Okane T, Umeda T. Magnetostriction of Tb-Dy-Fe crystals. *J Appl Phys*, 1998, 84: 6208~6216
- 65 Prajapati K, Greenough R D, Wharton A, Stewart M, Gee M. Effect of cyclic stress on Terfenol-D. *IEEE Trans Magnetics*, 1996, 32: 4761~4763
- 66 Prajapati K, Greenough R D, Wharton A. Magnetic and magnetoelastic response of stress cycled Terfenol-D. *J Appl Phys*, 1997, 81: 5719~5721
- 67 Feng X, Fang D N, Hwang K C, Wu G H. Ferroelastic properties of oriented $Tb_xDy_{1-x}Fe_2$ polycrystals. *Appl Phys Lett*, 2003, 83(19): 3960~3962
- 68 Dubowik J, Kudryavtsev Y V, Lee Y P. Martensitic transformation in Ni_2MnGa films: A ferromagnetic resonance study. *J Appl Phys*, 2004, 95(50): 2012~2917
- 69 Dong J W, Xie J Q, Lu J, Adelman C, Palmström C J, Cui J, Pan Q, Shield T W, James R D, McKernan S. Shape memory and ferromagnetic shape memory effects in single-crystal Ni_2MnGa thin films. *J Appl Phys*, 2004, 95(5): 2593~2600
- 70 Feng X, Fang D N, Hwang K C. Mechanical and magnetostrictive properties of Fe-doped $Ni_{52}Mn_{24}Ga_{24}$ single crystals. *Chin Phys Lett*, 2002, 19(10): 1547~1549
- 71 Wan Y P, Fang D N, Soh A K. Effects of magnetic field on fracture toughness of Manganese-Zinc ferrite ceramics. *Mod Phys Lett B*, 2003, 17 (2): 57~66
- 72 Shindo Y. The linear magnetoelastic problem for a soft ferromagnetic elastic solid with a finite crack. *J Appl Mech*, 1977, 44: 47~50
- 73 Huang J H, Kuo W S. The analysis of piezoelectric/piezomagnetic composite materials containing ellipsoidal inclusions. *J Appl Phys*, 1997, 81: 1378~1386
- 74 Huang J H, Chiu Y H. Magneto-electro-elastic Eshelby tensors for a piezoelectric -piezomagnetic composite reinforced by ellipsoidal inclusions. *J Appl Phys*, 1998, 83: 5364~5370
- 75 Wu T L, Huang J H. Closed-form solutions for the magnetoelectric coupling coefficients in fibrous composites with piezoelectric and piezomagnetic phase. *Int J Solids Struct*, 2000, 37: 2981~3009
- 76 Huang J H, Liu H K, Dai W L. The optimized fiber volume fraction for magnetoelectric coupling effect in piezoelectric-piezomagnetic continuous fiber reinforced composites. *Int J Engn Sci*, 2000, 38: 1207~1217
- 77 Huang J H, Nan C W, Li R M. Micromechanics approach for effective magnetostriction of composite materials. *J Appl Phys*, 2002, 91: 9261~9266
- 78 Li J Y, Dunn M L. Anisotropic coupled-field inclusion and inhomogeneity problems. *Philo Mag A*, 1998, 77: 1341~1350
- 79 Li J Y. Magneto-electroelastic multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials. *Int J Engn Sci*, 2000, 38: 1993~2011
- 80 Feng X, Fang D N, Hwang K C. An analytical model for predicting effective magnetostriction of magnetostrictive composites. *Mod Phys Lett B*, 2002, 16(28-29): 1107~1114
- 81 Feng X, Fang D N, Soh A K, Hwang K C. Predicting effective magnetostriction and moduli of magnetostrictive composites by using the double-inclusion method. *Mech Mater*, 2003, 35: 623~631
- 82 Feng X, Fang D N, Hwang K C. An extended double-inclusion model for predicting overall elastic properties and magnetostriction of magnetostrictive composites. In: Pyrz R, Thomsen J, Rauhe J C, Thomsen T, eds. Proceedings of Mesomechanics. Denmark: Det Obelske Familiefond, 2002
- 83 Pinkerton F E, Capehart T W, Herbst J F, Brewer E G, Murphy C B. Magnetostrictive $SmFe_2$ /metal composites. *Appl Phys Lett*, 1997,70: 2601~2604
- 84 Chen Y, Snyder J E, Schwichtenberg C R, Dennis K W, et al. Effect of the elastic modulus of the matrix on magnetostrictive strain in composites. *Appl Phys Lett*, 1999, 74: 1159~1162
- 85 Duenas T A, Carman G P. Large magnetostrictive response of Terfenol-D resin composites. *J Appl Phys*, 2000, 87: 4696~4701
- 86 Guo Z J, Busbridge S C, Piercy A R, Zhang Z D, et al. Effective magnetostriction and magnetomechanical coupling of Terfenol-D composites. *Appl Phys Lett*, 2001, 78: 3490~3492
- 87 Nan C W. Effective magnetostriction of magnetostrictive composites. *Appl Phys Lett*, 1998,72: 2897~2899
- 88 Nan C W, Weng G J. Influence of microstructural features on the effective magnetostriction of composite materials. *Phys Rev B*, 1999, 60: 6723~6730
- 89 Nan C W, Huang Y, Weng G J. Effect of porosity on the effective magnetostriction of polycrystals. *J Appl Phys*, 2000, 88: 339~343
- 90 Armstrong W D. Nonlinear behavior of magnetostrictive particle actuated composite materials. *J Appl Phys*, 2000, 87 (6): 3027~3031
- 91 Armstrong W D. The non-Linear deformation of magnetically dilute magnetostrictive particulate composites. *Mater Sci Engng*, 2000, 285: 13~17
- 92 Herbst J W, Capehart T W, Pinkerton F E. Estimating the effective magnetostriction of a composite: A simple model. *Appl Phys Lett*, 1997, 70: 3041~3043
- 93 Hori M, Nemat-Nasser S. Double-inclusion model and overall moduli of multi-phase composites. *Mech Mater*, 1993, 14: 189~206
- 94 Hori M, Nemat-Nasser S. Double-inclusion model and overall moduli of multi-phase composites. *J Engn Mater Tech*, 1994, 116: 305~309
- 95 Wan Y P, Zhong Z, Fang D N. Permeability dependence of the effective magnetostriction of magnetostrictive Composites. *J Appl Phys*, 2004, 95(6): 3099~3110
- 96 Maugin G A, Eringen A C. Deformable Magnetically Saturated Media, I. Field Equations. *J Math Phys*, 1972, 13(2): 143~155
- 97 Maugin G. A, Eringen A C. Deformable Magnetically Saturated Media, II. Constitutive Theory. *J Math Phys*, 1972, 13(9): 1334~1347
- 98 Jiles D C, Atherton D L. Microcomputer-based system for control of applied uni-axial stress and magnetic field. *Rev Sci Instrum*, 1984, 55(11): 1843~1848

- 99 Jiles D C, Atherton D L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *J Magn Magn Mater*, 1986, 61: 48~60
- 100 Jiles D C. Theory of the magnetomechanical effect. *J Phys D*, 1995, 28: 1537-1547
- 101 万永平, 方岱宁, 黄克智. 磁致伸缩材料的非线性本构关系. *力学学报*. 2001, 33 (6): 749~757
- 102 Wan Y P, Fang D N, Hwang K-Ch. Nonlinear constitutive relations for the magnetostrictive materials. *Int J Non-linear Mech*, 2003, 38: 1053~1065
- 103 Wan Y P, Fang D N, Soh A K, Hwang K-Ch. Experimental and theoretical study of the nonlinear response of a giant magnetostrictive rod. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 19(4): 324~329
- 104 Verhoeven J D, Ostenson J E, Gibson E D. The effect of composition and magnetic heat treatment on the magnetostriction of TbDyFe twinned single crystals. *J Appl Phys*, 1989, 66(2): 772~779
- 105 Jiles D C. Theoretical modeling of the effects of anisotropy and stress on the magnetization and magnetostriction of TbDyFe. *J Magn Magn Mater*, 1994, 134: 143~160
- 106 Armstrong W D. Magnetization and magnetostriction processes of Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe₂. *J Appl Phys*, 1997, 81: 2321~2326
- 107 Armstrong W D. Burst magnetostriction in Tb_{0.3}Dy_{0.7}-Fe_{1.9}. *J Appl Phys*, 1997, 81(8): 3548~3554
- 108 Maugin G A. The Thermomechanics of Nonlinear Irreversible Behaviors. Singapore: World Scientific Publishing, 1999
- 109 Maugin G A, Sabir M. Mechanical and magnetic hardening of ferromagnetic bodies: Influence of residual stresses and application to nondestructive testing. *Int J Plasticity*, 1990, 6: 573~589
- 110 Bassiouny E, Ghaleb A F, Maugin G A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis I. Basic equations. *Int J Engng Sci*, 1988, 26: 1275~1295
- 111 Bassiouny E, Ghaleb A F, Maugin G A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis II. Poling of ceramics. *Int J Engng Sci*, 1988, 26: 1297~1306
- 112 Bassiouny E, Maugin G A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis III. Parameter identification. *Int J Engng Sci*, 1989, 27: 975~987
- 113 Bassiouny E, Maugin G A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis IV. Combined electromechanical loading. *Int J Engng Sci*, 1989, 27: 989~1000
- 114 Kamlah M., Tsakmakis C. Phenomenological modeling of the nonlinear electromechanical coupling in ferroelectrics. *Int J Solids Struct*, 1999, 36: 669~695
- 115 Kamlah M, Bohle U, Munz D. On a nonlinear finite element method for piezoelectric structures made of hysteretic ferroelectric ceramics. *Coump Mater Sci*, 2000, 19: 81~86
- 116 Kamlah M, Bohle U. Finite element analysis of piezoceramic components taking into account ferroelectric hysteresis behavior. *Int J Solids Struct*, 2001, 38: 605~633
- 117 Kamlah M. Ferroelectric and ferroelastic piezoceramics modeling of electromechanical hysteresis phenomena. *Continuum Mech Therm*, 2001, 13: 219~268
- 118 Cocks A C F, McMeeking R M. A phenomenological constitutive law for the behavior of ferroelectric ceramics. *Ferroelectrics*, 1999, 228: 219~228
- 119 Feng X, Fang D N, Hwang K C. A phenomenological constitutive model for ferromagnetic materials based on rate-independent flow theory. *Key Engng Mater*, 2003, 233: 77~82
- 120 Fang D N, Feng X, Hwang K C. A phenomenological constitutive model for ferromagnetic materials. In: Yang J S, Maugin G A, eds. *Mechanics of Electromagnetic Solids*. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2003
- 121 Fang D N, Feng X, Hwang K C, A phenomenological model for the non-linear magnetomechanical coupling in ferromagnetic materials. In: Chien W Z, ed. *Proceedings of the 4th international conference on nonlinear mechanics*. Shanghai, China, 2002-03-13~16. 2002. 231~234
- 122 Taylor G I. Plastic strains in metals. *J Inst Met*, 1938, 62: 307~324
- 123 Hosford W F. A generalized isotropic yield criterion. *J Appl Mech*, 1972, 39: 607~609
- 124 Hill R. Constitutive modeling of orthotropic plasticity in sheet metals. *J Mech Phys Solids*, 1990, 38: 405~417
- 125 Budianski B. Anisotropic plasticity of plane-isotropic sheets. In: Dvorak G J, Shield R T, eds. *Mechanics of Materials Behavior*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1984
- 126 Barlat F. Prediction of tricomponent plane stress yield surfaces and associated flow and failure behaviour of strongly textured FCC polycrystalline sheets. *Mat Sci Eng*, 1987, 95: 15~29
- 127 Barlat F, Lian J. Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *Int J Plasticity*, 1989, 5: 51~66
- 128 Hershey A V. The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face centered cubic crystals. *J Appl Mech*, 1954, 21: 241~249
- 129 Karafillis A P, Boyce M C. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41: 1859~1886
- 130 Cherepanov. 脆性断裂力学. 黄克智等译. 北京: 科学出版社, 1990
- 131 Shindo Y. Magnetoelastic interaction of a soft ferromagnetic elastic solids with a penny shape crack in a constant axial magnetic field. *J Appl Mech*, 1978, 54: 291~296
- 132 Shindo Y. Singular stress in a soft ferromagnetic elastic solid with two coplanar Griffith cracks. *Int J Solid Struct*, 1980, 46: 537~543
- 133 Shindo Y, Ohnishi I, Tohyama S. Flexural wave scattering at a through crack in a conducting plate under a uniform magnetic field. *J Appl Mech*, 1997, 64: 828~834
- 134 Shindo Y, Horiguchi K, Shindo T, Magneto-elastic analysis of a soft ferromagnetic plate with a through crack under bending. *Int J Engng Sci*, 1999, 37: 687~702
- 135 Ang W T. Magnetic stress in an anisotropic soft ferromagnetic material with a crack. *Int J Engng Sci*, 1989, 27(12): 1519~1526
- 136 Xu J X, Hasebe N. The stresses in the neighborhood of a crack tip under effect of electromagnetic forces. *Int J Fract*, 1995, 73: 287~300
- 137 Yeh C S. Magnetic fields generated by a tension fault. Bull Of the College of Engng, National Taiwan University, 1987, 40: 47~56

- 138 Hang K F, Wang M Z. Complete solution of the linear magnetoelasticity of the magnetic half space. *J Appl Mech*, 1995, 62: 930~934
- 139 梁伟, 沈亚鹏, 方岱宁. 铁磁体平面裂纹问题分析. *力学学报*, 2001, 33: 758~768
- 140 Liang W, Shen Y, Magnetoelastic formulation of soft ferromagnetic elastic problems with collinear cracks: energy density fracture criterion. *Theo Appl Fract Mech*, 2000, 34: 49~60
- 141 Liang W, Shen Y P, Fang D N. Magnetoelastic coupling on soft ferromagnetic solids with a interface crack. *Acta Mech*, 2002, 154/(1-4), 1~9
- 142 Sabir M, Maugin G A. On the fracture of paramagnets and soft ferromagnets. *Int J Non-Linear Mech*, 1996, 31: 425~440
- 143 Fomethe A, Maugin G A. On the crack mechanics of hard ferromagnets. *Int J Non-linear Mech*, 1997, 33: 85~95
- 144 Wang X M, Shen Y P. The conservation laws and path-independent integrals with an application for linear electro-magneto-elastic media. *Int J Solid Struct*, 1996, 33(6): 865~878
- 145 Liang W, Fang D N, Shen Y P. Mode I crack in a soft ferromagnetic material. *Fatig Fract Engng Mater Struct*, 2002, 25(5): 519~526.
- 146 Liang W, Fang D N, Shen Y P, Soh A K. Nonlinear magnetoelastic coupling effects in a soft ferromagnetic material with a crack. *Int J Solid Strut*, 2002, 39: 3997~4011
- 147 梁伟. 磁力耦合作用下的材料变形和断裂. [博士后出站工作报告]. 北京: 清华大学工程力学系, 2002
- 148 Wan Y P, Fang D N, Soh A K, Hwang K C. Effects of magnetostriction on fracture of a soft ferromagnetic medium with a crack-like flaw. *Fatig Fract Engng Mater Struct*, 2003, 26(11): 1091~1102
- 149 Wan Y P, Fang D N, Soh A K. A small-scale magnetic-yielding model for an infinite magnetostrictive plane with a crack-like flaw. *Int J Solid Strut*, 2004. 41/22-23: 6129~6146

DEFORMATION AND FRACTURE OF THE FUNCTIONALLY FERROMAGNETIC MATERIALS*

FANG Daining^{1,†} WAN Yongping^{1,2} FENG Xue¹ PEI Yongmao¹ LIANG Wei^{1,3}
 ZHONG Zheng² SOH AiKah⁴ HWANG Kechi¹

¹Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

²School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China

³School of Aerospace Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China

⁴Department of Mechanical Engineering, University of Hong Kong, Hong Kong, China

Abstract This paper reviews the research on deformation and fracture of the functionally ferromagnetic materials in the past several decades, especially in the recent decade or so. Problems of classical magnetoelasticity have been studied for a long time and a large number of results have been published. Along with the development of smart materials and structures in recent years, the functionally ferromagnetic materials, such as the giant magnetostrictive materials of rare earth, ferromagnetic shape memory alloys and the ferromagnetic composites, have attracted great attention. A lot of studies concern the deformation and fracture of the functionally ferromagnetic materials and the effective properties of ferromagnetic composites. In this paper, a brief introduction is firstly given to the research background of the classical magnetoelasticity and the mechanical and magnetic behavior of the traditional ferromagnetic structures. The research achievements on deformation and fracture behavior of the soft ferromagnetic materials and the mechanics of the ferromagnetic composites are presented and commented extensively. Also discussed are the authors' studies in recent years both on the experimental techniques of the functionally ferromagnetic materials, and the theoretical work on the mesomechanics of the ferromagnetic composites, the magnetomechanical deformation and fracture mechanics of the soft ferromagnetic materials and smart ferromagnetic shape memory materials. Finally, some topics for further studies are pointed out.

Keywords magnetomechanical, deformation, fracture, composites, magnetoelastic experiment

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10025209, 10132010, 19972032, 90208002, 10125209, 10402028), the Key Project of Chinese Ministry of Education (0306) and the Research Grants Council of the Hong Kong Special Administrative Region, China (RGC, HKU7063101E)

† E-mail: fangdn@mail.tsinghua.edu.cn