

复杂界面(界面层)条件下的弹性波 传播问题研究综述*

汪越胜 于桂兰 章梓茂 冯仰德

北方交通大学工程力学所, 北京 100044

摘要 界面(界面层)广泛存在于各种材料和结构中,并具有千差万别的形态.各种界面条件下的波动问题有着重要的理论与实际意义.综述了完好粘接界面、弱连接界面(或界面层)以及接触界面等复杂界面模型下弹性波传播问题的研究现状,主要集中于界面模型的建立、波传播问题的研究方法及主要结论.并提出了值得进一步研究的问题.

关键词 界面, 界面层, 弹性波

1 引言

界面广泛存在于自然介质、人造材料以及工程结构中.如各种天然或人造复合材料中不同组合相之间的交界面、地下不同岩土层之间的界面、岩体中的软弱结构面(包括断面、解理、裂隙)、地基与基础间的结合面、多晶金属材料中晶粒间的晶界、各种复合结构构件之间的焊接、粘接或接触界面等等(本文不考虑流体之间以及流体与固体之间的界面).界面往往具有与组合材料或结构不同的性质,它是传输运动和变形的中介,其性质必然影响整个材料或结构的宏观力学行为.例如,它常常是造成材料或结构失稳破坏的源泉,它可以阻隔结构间的运动传递等等.因而对界面的研究渐渐成为力学中的重要课题.当弹性波传播并遇到界面时会与之发生复杂的相互作用.一方面波会引起界面的失稳或破坏,如脱胶、分离、滑移等,这为人们预测预防材料或结构失效提供理论基础;另一方面界面会改变波的传播方向使波发生反射和折射,也可能阻碍波的传播造成波的衰减和波形改变等.根据这些特性人们可以获取界面的几何或物理特性,这就是所谓的弹性波反演,它是材料无损检测、地球物理勘探、地震工程等应用技术的理论基础.利用界面对波动传输的阻隔作用,人们可以设计隔振设施.而通过设计各种不同的界面还可实现结构间不同的运动传输方式.所有这些吸引着人们对波与界面的相互作用问题进行深入的研究.

早期关于波-界面相互作用问题的研究多集中于完好粘接界面模型,即位移和应力分量在界面上均连续.随着研究的深入和工程应用的需要,波与非完好粘接界面(或界面层)的相互作用问题越来越受到关注,而且研究逐渐由线性模型向非线性模型发展.笔者根据掌握的资料综

收稿日期: 1999-05-04, 修回日期: 1999-08-09

* 国家自然科学基金(19872001, 49974007, 59878004)资助项目

述了这方面研究工作的进展，并提出了值得进一步研究的问题。希望能引起广大学者对这一问题的重视。

2 完好粘接界面模型

完好粘接界面是最简单的一种界面模型，该模型假设界面上沿法向和切向的位移和应力分量均连续，即在界面上有如下边界条件

$$[t] = 0, \quad [u] = 0 \quad (1)$$

式中 $[\cdot]$ 表示界面上的间断值， $t = \{t_n, t_{s1}, t_{s3}\}$ 表示应力， $u = \{u_n, u_{s1}, u_{s3}\}$ 表示位移，下标 n 表示法向， s_1, s_3 表示切向（见图 1 所示）。对于平面界面，我们总是取 $x_3(s_3)$ 为 SH 波的极化方向，而 P 和 SV 波的极化方向则在平面 x_1, x_2 内。

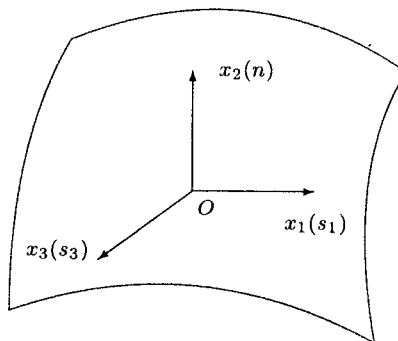


图 1 界面及其法向和切向坐标

弹性波与完好粘接界面相互作用问题的研究已经有近百年的历史。Knott^[1] 和 Zoeppritz^[2] 最早开始研究该问题，他们分别独立地求解了波在界面上的反射和折射问题。此后该问题得到了地震学家、声学家和力学家等

的关注，并取得了一系列重要成果。如 1911 年 Love^[3] 发现了沿半空间覆层传播的 Love 波，1924 年 Stoneley^[4] 发现了沿界面传播的界面波 (Stoneley 波)，还有后来发现的广义 Rayleigh 波等。这些研究成果时至今日在众多科学技术领域中仍然起着非常重要的作用。许多关于弹性波理论的专著都对这方面的研究作了系统的阐述，见 Ewing^[5]，Achenbach^[6]，Kennett^[7] 等人的著作，其中包括利用传递矩阵法研究多层介质中波的传播问题^[5,7]。尽管这些基本问题已经得到较系统完善的解决，但目前人们仍就有关问题在做更深入的研究，这主要集中在弹性波与非平面 (波浪形) 界面^[8]、随机粗糙界面^[9] 的相互作用问题以及各种复杂介质中的相关问题，如各向异性介质^[10]、孔隙介质^[11]、微极介质^[12]、预应力介质^[13] 等。随着科学技术的发展，出现了越来越多的新材料，这些新材料中的相关问题还有待人们去研究探索。

3 弱连接界面及界面层模型

实际的界面在形成过程中往往经历一系列复杂的物理化学过程，并可能含有各种缺陷和损伤，因而常常形成一种不同于被连接体的特殊介质薄层，称为“界面层 (interface layer)”或“界面相 (interphase)”。如不同材料通过粘合、扩散、渗透等物理化学手段连接时形成的界面层；材料中的损伤集中层等。这些界面层往往比组分材料的强度低，定量地描述其性质是我们所关心的问题。无损检测是测量界面层特征参数的一个重要技术手段，这需要我们首先对波与各类界面层的相互作用问题进行充分的理论研究。目前弱连接界面及界面层模型主要有：多层介质模型、弹簧模型和弹簧-质量模型。

3.1 多层介质模型

这是一种直观的分析模型，将界面层等效为一种具有有限厚度的多层弹性 (或粘弹性) 薄层，它与组分材料的结合面仍假设为完好粘接界面，然后利用多层介质中波传播的经典理论求解。例如：Shindo 等^[14,15] 将颗粒增强复合材料中的非均匀界面层模拟为弹性多层介质；Paskaramoorthy 等^[16] 将夹杂与基体之间的非完好粘接界面看作单层或多层有限厚度弹性介质；Harris^[17] 将含有微孔、夹杂、裂纹或粗糙接触的界面模拟为均匀弹性薄层；Vasudeva

等^[18]将复合材料层板的非完好粘接界面层模拟为孔洞弹性介质层; Parikh等^[19]则将粘接界面层看作非线性粘弹性层进行研究;等等.类似的研究还有文献[20](正交异性弹性层)、[21](均匀粘弹性层)等,在此不一一列举.这些研究有的给出精确解,有的给出界面层厚度很小(远小于波长)时的近似解.这种模型分析方法直观经典,但比较复杂,应用困难.所以人们一直致力于借助界面层厚度极小的特点建立各种零厚度的近似界面模型,并以界面层的特征参数近似描述界面条件.

3.2 弹簧模型

1943年Newmark^[22]最早提出了一个弱连接界面模型,他在研究静载下复合梁之间非完全作用(imperfect interaction)时假设梁之间可以有滑动,并设界面条件为

$$[t] = 0, \quad [u_n] = 0, \quad [u_{s1}] = F_1 t_{s1} \quad (2)$$

若包含反平面作用,则还应有 $[u_{s3}] = F_3 t_{s3}$.其中 F_j 是大于零的常数.当 $F_j \rightarrow 0$ 时,(2)式退化为(1)式.即得到完好粘接界面模型;当 $F_j \rightarrow \infty$ 时,则得到光滑界面,即相当于两弹性体之间含无粘性液体薄层,可自由滑动.该模型实际是一种“剪切弹簧模型”(柔度系数 F_j 可以是 t_{sj} 或 $[u_{sj}]$ 的函数,此时为非线性模型).当该模型用于波动问题时,系数 F_j 可以是波频率的函数,表示界面有阻尼效应,此时为“剪切弹簧-阻尼模型”.Murty^[23]用该模型研究了波透过“松散结合界面”(loosely-bonded interface)的传播问题.Murty^[24]和Banghar等^[25]考察了弹性体之间含有粘性液体薄层时的波动问题,并以界面层(粘性流体)的物理参数给出 $F_1 = ih/\omega\eta$ (仅考虑平面运动),其中 h 为层厚, η 为液体粘性系数, ω 为波频率.Mal等^[26]和Santosa等^[27]利用该模型研究了弱连接夹杂复合材料中的波传播问题.文献[28]则给出一个非线性模型.

1967年Jones和Whittier^[29]研究波透过“柔性结合界面”(flexibly-bonded interface)的传播问题时假设界面可以产生相对滑移和分离,并提出如下界面条件

$$[t] = 0, \quad [u] = F \cdot t \quad (3)$$

其中 $F = \text{diag}\{M_n, M_{s1}, M_{s3}\}$ 为常对角阵.该模型实际为一更广义的“弹簧模型”,包括了上述剪切弹簧模型(令 $M_n = 0$, (3)式变为(2)式).柔度系数矩阵 F 可以是非对角阵(耦合情况)或是 t 和 $[u]$ 的函数(非线性情况),也可是频率的函数(称“弹簧-阻尼模型”).很多学者利用该模型(或类似模型)研究了波与弱连接界面的相互作用问题^[30~41],其中包括裂纹和夹杂的散射^[37,38]以及夹杂复合材料中的波传播^[39~41]等.文献[32~34]对弹性界面层给出了 M_{s1} 和 M_n 的具体表达式: $M_{s1} = h/\mu$, $M_n = h/(\lambda + 2\mu)$ (仅考虑平面运动),其中 μ 和 λ 为界面层的Lamé常数.Klarbring^[42]利用渐近展开法得到了边界条件(3)和柔度系数矩阵的表达式.

为检验上述弹簧模型的合理性, Mal等^[31~33]以及Ju和Datta^[43]还将该模型与多层介质精确模型进行了比较.结果显示当波长远大于层厚时,两种模型结果符合较好. Huang等^[44]就SiC涂层碳纤维增强复合材料同时利用两种模型进行了理论分析,并与实验结果比较,在低频时结果一致. Angel和Achenbach^[45]对直线周期分布的裂纹群进行了精确的分析,然后与弹簧模型进行了比较,结果符合也比较好.所有这些结果说明,弹簧模型在一定范围内可以提供很好的近似,而且在数学分析上要简单得多.此外,弹簧模型还可以用来模拟粗糙接触界面(假设压力足够大以致界面不能分离), Drinkwater等^[46,47]利用该模型研究了超声波与粗糙界面的相互作用,获得的结果与实验符合较好.

3.3 弹簧-质量模型

Baik和Thompson^[48,49]认为,在动力问题中,许多类界面层特别是含有微夹杂、微孔洞的界面层,其惯性影响不能忽略.他们提出如下的界面条件

$$[t] = G \cdot \langle u \rangle, \quad [u] = F \cdot \langle t \rangle \quad (4)$$

其中 $\langle t \rangle = (t^+ + t^-)/2$, $\langle u \rangle = (u^+ + u^-)/2$ 为界面上的平均值. 质量系数矩阵 G 为对角阵, 元素小于零. 该模型称为“弹簧 - 质量模型”, 可包含粘性效应 (F 为频率 ω 的函数). 当 $G = 0$ 时, (4) 式退化为 (3) 式. Yalda-Nooshbad 等^[50] 利用数值方法比较了弹簧 - 质量模型与 Rose 等^[51] 提出的“散射模型”, Margetan 等^[52,53] 将两种模型与实验进行比较, 结果发现: 当频率较低, 界面层缺陷 (夹杂、孔洞、裂纹) 较稀疏时, 两种模型均给出很好的近似. Martin^[54] 曾利用“弹簧 - 质量模型”分析了弱连接夹杂的散射问题.

上述各种界面模型实际是建立在静力学分析基础上的“准静态模型”. Rokhlin 和 Wang^[55,56] 从多层介质波动问题的精确分析出发, 根据界面层厚度远小于波长这一特点, 对精确解进行了渐近分析, 由此导出了近似的界面条件为

$$[t] = Gu^- + Bt^-, \quad [u] = Ft^- + Au^- \quad (5)$$

其中 G, F 为实对角阵; $A = B^T$ 为复反对角阵, 其元素的虚部小于零. 在多数情况下 A, B 可以忽略, (5) 式便退化为 (4) 式. 可见该模型较“弹簧 - 质量模型”更精细. Rokhlin 等^[57] 针对该模型给出进一步的分析, 得到了一阶和二阶近似边界条件. Bovik 等^[58,59] 对更一般的情况进行了分析, 将薄的界面层等效为零厚度的界面, 给出了精确到 $O(h^2)$ 的近似界面条件 (一阶近似), 并与精确解进行了比较, 结果符合很好. 在文献 [60] 中他们又与弹簧模型进行比较, 指出该近似模型优于弹簧模型.

Nayfeh 等^[61] 从多层介质模型的精确解出发, 经过渐近分析提出了一个近似的界面模型——“质量模型”, 该模型可看作“弹簧 - 质量模型”的一种特殊情况 (柔度矩阵为零), 它假设界面两侧位移连续, 应力间断, 其边界条件可以写成 (4) 的形式, 但其中 $F = 0$. Olsson 等^[62] 分析了该界面模型的夹杂散射问题. Xu 和 Datta^[63] 对复合层板分析比较了精确多层介质模型、弹簧模型、质量模型. 其结果显示: 对较低频率的入射波, 当界面层密度较小时弹簧模型给出较好的近似; 当界面层刚度较大时质量模型给出较好的近似.

总起来说, 波与弱连接界面的相互作用经过 10 余年的努力已取得大量的成果, 近期难以提出更简单实用且较精确的模型. 利用以上所述的几种模型, 许多学者设计了各种实验对界面层的特性进行超声波无损检测 (上面提到的有些文献中也涉及到有关的内容), 此处我们不再对这类研究作进一步综述, 有兴趣的读者可参阅综述文献 [64, 65] 以及 Thompson 和 Chimenti 从 1982 年起编辑的每年一卷的论文集《Review of Progress in QNDE》中的有关论文.

4 接触界面模型

与前面提到的各种界面模型不同, 接触界面只能承受压力而不能承受拉力, 因而是一种单侧约束的界面模型. 当波足够强时可引起界面的局部分离和滑移, 并且分离、滑移、粘着的边界未知, 这使得问题表现出很强的非线性. 波与接触界面的相互作用问题经常出现于工程实际中, 如地震波遇到地质断层时可能造成的断层错动、强应力波作用下基础与地基间的错动与翘离^[66,67]、岩石解理面引起的应力波衰减、波作用下 (界面) 裂纹表面的动力相互作用、靠接触摩擦将波动转为行进或旋转运动的超声马达^[68,69] 等等. 但由于数学上的困难, 现在的研究成果还很少, 方法有很多局限性. 文献 [70] 对单侧界面条件下的弹性波传播问题曾进行过介绍, 主要介绍了 Comninou 和 Dundurs 以及 Miller 等人的研究成果. 这里我们将结合自己近几年的研究工作对这类问题的现状和存在的问题做一较全面的综述. 首先考虑光滑接触界面模型, 由于不考虑摩擦, 问题相对简单些.

4.1 光滑接触界面

光滑接触界面不能传递切向剪应力, 所以界面不能传递 SH 波. 当外部作用的压力足够大, 入射波不足以在界面上产生拉应力时, 界面将不会产生分离, 即法向位移分量连续, 此时边界

条件为

$$[u_n] = 0, \quad t_n^+ = t_n^- < 0, \quad t_{sj}^+ = t_{sj}^- = 0, \quad j = 1, 3 \quad (6)$$

这显然是个线性问题, 求解很简单. Achenbach 等^[71]及 Murty^[72]最先研究了不同弹性介质光滑接触界面上的波, 发现了沿界面传播的非弥散滑动界面波, 并讨论了其存在条件. Barnett 等^[73]进一步研究了各向异性半空间光滑接触界面上的波, 其结果显示: 对各向同性介质, 没有或只有一个滑动界面波, 结果与文 [71] 相同; 对于各向异性介质, 则可能存在第二滑动界面波, 文章建立了其存在的判据. Wang 等^[74]利用 Stroh 方法对第二滑动界面波的存在及特性进行了更深入的研究. Tajuddin 等^[75]分析了与弹性半空间光滑接触的饱和孔隙介质层中的广义 Rayleigh 型面波, 给出了频散曲线. 王耀俊^[76]研究了光滑接触的层状介质中声波的传播. Bostrom^[77]和 Olsson^[78]求解了光滑接触夹杂的散射问题.

当入射波足够强时, 界面上某些区域的法向应力将达到零, 这些区域便可能产生局部分离. 此时 (6) 式不再在整个界面上成立, 应在分离区和闭合区分别建立边界条件, 其中闭合区的边界条件仍如 (6) 式所示. 而在分离区则有

$$[u_n] > 0, \quad t_n^+ = t_n^- = 0, \quad t_{sj}^+ = t_{sj}^- = 0, \quad j = 1, 3 \quad (7)$$

该边界条件含不等式, 且不等式成立的区域——分离/粘着区边界未知, 它是整个问题解的一部分, 称这样的边界条件为“单侧边界条件”, 相应的问题称为“单侧问题”. 显然这类问题具有边界非线性, 求解困难得多. 目前仅见到 Comninou 和 Dundurs 的工作^[79~84]. 他们借助 Fourier 分析和奇异积分方程技术发展了一种解析方法, 对一些简单但较基本的问题进行了分析, 包括:

1) 平面简谐波^[79~81]和非简谐波^[82,83]在有分离光滑接触界面上的反射和折射, 分别考虑了小于临界角入射 (即界面扰动超音速传播) 和大于临界角入射 (即界面扰动跨音速传播) 两种情况; 2) 沿有分离光滑接触界面传播的界面波^[84]. 他们的思路大致为: 将问题的解分解为无分离光滑接触界面问题的解 (称为双侧解) 叠加上一个表征单侧性质的修正解 (满足单侧边界条件). 考虑到边界条件的非线性使得系统对单一频率入射波的响应将包括所有的高频成份. 于是对简谐波问题, 将修正解表示为如下 Fourier 级数的形式

$$\mathbf{u} = \text{Re} \left\{ \mathbf{d} \sum_{m=1}^{\infty} F_m \exp(imy_0) \right\} \quad (8)$$

其中, \mathbf{d} 为质点运动方向矢量, $y_0 = k[\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - ct]$, \mathbf{p} 为波传播方向矢量, k 为波数, c 为波速. 根据混合边界条件获得对耦级数方程组. 当小于临界角入射时, 对耦级数方程组退化为平凡的 Fourier 级数^[80]; 当大于临界角入射时, 则导致 Hilbert 型奇异积分方程^[81]. 分离区的位置和范围由不等式成立的条件经迭代修正确定. 对于非简谐波问题, 则将分离区看作连续分布的位错, 以运动位错的解作为基本解利用边界条件获得关于位错分布函数的方程. 当界面扰动超音速传播时, 方程为平凡的^[82]; 而当跨音速传播时, 则得到 Cauchy 型奇异积分方程^[83]. 分离区仍经迭代修正确定. 上述方法和思路在许多情况下可给出问题的精确解.

Comninou 和 Dundurs 的工作 (包括后面将提到的摩擦接触界面的情况) 不仅为求解类似问题提供了思路, 而且获得了许多有意义的结果. 例如: 单一频率的简谐波与界面作用引起界面局部分离的同时也发生自身波型、相位的改变, 反射和折射波包括了所有高频成分; 在一个典型周期内界面上只有一个分离区. 分离区沿界面运动, 分离区前缘光滑闭合, 应力连续. 尾缘位移导数不连续, 应力有间断; 大于临界角入射时, 只有当材料常数和入射角满足一定关系时才有满足物理条件的有界解, 即分离区端部的应力才保持有界. 否则尾缘有奇异性, 压应力趋于无穷大, 但奇异性小于 1/2, 从而该运动的奇异点并不形成能流的源或汇; 界面波对任何材料组合都存在, 其幅值和模态固定, 但波速不固定. 对上下介质相同的情况, 波速可以是 Rayleigh 波速与剪切波速之间的任一值. 分离区与 Yoffe 型运动裂纹很相似, 在两端有 $-1/2$ 奇异性, 但

前后缘释放和吸收能量的速率正好相等, 所以仍满足能量守恒 (Freund 曾对此提出质疑, 见文献 [85] 的讨论). 所有这些已有的初步研究结果表明: 有分离光滑接触界面与波相互作用将表现出许多新的特征, 值得我们做深入研究.

4.2 摩擦接触界面

摩擦接触界面可以靠界面的摩擦传递一定强度的剪切力. 当外部作用的压力足够大, 入射波不足以克服界面上的最大静摩擦力时, 界面既不会产生相对滑移也不会发生分离, 此时界面相当于完好粘接界面, 应力和位移均连续, 满足 (1) 所示的界面条件. 反之, 当入射波强度足以克服界面静摩擦力时, 界面将发生相对滑移. 此时问题的难易程度取决于摩擦定律的选取. 地震学家如 Sezawa^[86] 和 Kanai^[87] 等最早做过研究, 为了求解的方便他们将界面的摩擦规律写成如下线性形式

$$\tau = k_e y + c_e \dot{y} \quad (9)$$

其中 y 和 \dot{y} 为界面相对位移和相对滑移速度, k_e 和 c_e 为已知常数. 当 $c_e = 0$ 时, 得到“弹性滑移 (elastic slip)”模型^[88] (岩石力学中称为“解理刚度”模型^[89]). 这实际就是前面提到的“剪切弹簧模型”. Chevalier 等^[88] 分析了“弹性滑移”摩擦界面上的表面波特性和用于分析裂纹面在 SH 波作用下的相互接触^[90]. 卢文波^[89] 利用该模型研究应力波与岩石中可滑移解理面的相互作用. 上述线性化假设虽然能够解释地震波透过粘性摩擦界面传播的某些现象, 但对一般的非线性摩擦模型, 特别是与速度无关的干摩擦 (如 Coulomb 摩擦) 模型是不适用的. 大家知道库仑摩擦是一个非线性模型, 求解很困难. Chevalier 等^[88] 曾做过尝试研究, 他们假设整个界面全部处于滑动状态, 即在界面上成立如下边界条件

$$[u_n] = 0, \quad t_n^+ = t_n^- < 0, \quad t_s^+ = t_s^- = f_k \cdot |t_n^+| \quad (10)$$

其中 f_k 为动摩擦系数. 李夕兵^[91] 利用该模型分析了应力波在岩体软弱结构面上的反射和折射. 库仑摩擦是一种较接近实际情况的模型, 但上述假设不合适. 对一般的波, 如斜入射的简谐波或脉冲波, (10) 式不可能同时在整个界面上成立. 界面上的应力分布总是非均匀的, 某些区域的剪切力达到最大静摩擦力则这些区域将发生滑移; 某些区域的剪切力小于最大静摩擦力则这些区域就处于粘着状态. 而且当界面上某些区域的正应力达到零时, 这些区域还将发生局部分离. 于是界面上会交替出现粘着、滑移、分离三种区域, 边界条件应写为

粘着区

$$[u] = 0, \quad [t] = 0, \quad (11a)$$

$$t_n^+ < 0, \quad \sqrt{(t_{s1}^+)^2 + (t_{s3}^+)^2} < f_s |t_n^+| \quad (11b)$$

滑移区

$$[u_n] = 0, \quad [t] = 0, \quad t_n^+ < 0 \quad (12a)$$

$$\sqrt{(t_{s1}^+)^2 + (t_{s3}^+)^2} = f_k |t_n^+|, \quad t_{s1}^+/t_{s3}^+ = [\dot{u}_{s1}]/[\dot{u}_{s3}], \quad [\dot{u}_{sj}] \cdot t_{sj}^+ > 0 \quad (12b)$$

分离区

$$[u_n] > 0, \quad [t] = 0 \quad (13)$$

其中 f_s 为静摩擦系数, 通常 $f_s \geq f_k$. 与有分离的光滑接触界面相似, 上述边界条件包含不等式, 且粘着 / 滑移 / 分离区域未知, 为单侧边界条件. 由 (11b) 和 (12b) 还可看出: 尽管平面运动和反平面运动在介质内是解耦的, 但两者在边界上却是耦合的, 而且 P 波和 SV 波在界面上也是耦合的. 这无疑进一步增加了问题的难度.

忽略各种波之间的耦合作用, 仅考虑单一类型波的入射 (SHP, P 或 SV), 一些学者对条件 (11)~(13) 约束的界面波动问题进行了初步的探索. 其中以 Comninou, Dundurs 及其合作者的工作最突出 [92~99]. 他们利用如前所述的求解有分离光滑接触界面问题的类似方法分析了几个基本问题: (1) 平面 P 或 SV 简谐波 [92] 和非简谐波 [93] 的反射与折射, 仅考虑了小于临界角入射的情况; (2) 反平面 SH 简谐波 [94,95] 和非简谐波 [96] 的反射与透射, 包括小于临界角和大于临界角入射两种情况, 并讨论了界面上的能量分配与耗散 [97]; (3) 沿摩擦接触界面传播的界面波 [98]; (4) 初始分离的半空间弹性体之间的波动传递 [99]. 他们讨论了“运动锁定”效应 (即 $f_s \neq f_k$) 和外加剪力的影响: 当小于临界角入射时, f_k 和 f_s 的不同造成滑移区前缘剪应力和滑移速度的间断; 大于临界角入射时, 其方法不能考虑 $f_s \neq f_k$ 的情况, 因为奇异积分方程理论不允许, 必须在 f_k 和 f_s 之间引入一过渡区, 在其中摩擦系数由 f_s 连续过渡到 f_k (参见文 [100]). 外加剪力将促使上下弹性体发生缓慢的整体相对滑移 (蠕滑); 平面波入射时没有外加剪力也存在这种蠕滑. 其研究还发现分离区的大小和分布与摩擦的存在没有关系, 即与光滑接触界面的情况一样. 界面波也具有与光滑接触界面波相类似的性质, 但一般只能发生在界面只有分离区和粘着区而无滑移区的情况. 分离区两端有 $-1/2$ 奇异性的解和其中一端有 $-1/2$ 奇异性的解从数学上看都可能存在, 也满足能量平衡. 但物理上更合理的解是尾缘或两端具有 $-1/2$ 奇异性的解. 存在界面波时, 整体蠕滑可以在远小于刚体滑移所需剪力的作用下发生, 但速度非常低.

完全仿照 Comninou 等的方法, 龚育宁 [101,102] 考察了初始相对滑移速度的影响. 利用类似的方法, 乌克兰学者 Zharii 等 [68,69] 研究了另一个与接触界面波有关的问题. 他们利用压电陶瓷半空间中的 Rayleigh 面波与接触的刚性薄片之间的相互作用问题研究行波超声电机的传动机理. 其中定子模拟为半空间, 转子模拟为薄片. 分别考虑了无穷大摩擦 [68] 和有限 Coulomb 摩擦 [69] 的情况.

与 Comninou 等的精确方法相对应, Miller 及其合作者 [103~107] 利用一近似方法——“等效线性法”对波与无分离的摩擦接触界面相互作用问题进行了分析. Iwan [108] 描述了一般意义下的“等效线性法”, 该方法将问题中的非线性项通过一线性函数项近似, 并使等效的线性项与非线性项之间的均方差对所有简谐解最小. Miller 等将一般的摩擦规律 $\tau = \tau_F(y, \dot{y})$ 以 (9) 式给出的线性规律代替, 则等效的线性系统应具有稳定简谐形式的解: $y(t) = Y \cos(\omega t - \phi)$, 于是等效线性摩擦规律中的系数 k_e 和 c_e 由最小均方差方法求得

$$\left. \begin{aligned} k_e &= \frac{1}{\pi Y} \int_0^{2\pi} \tau_F(Y \cos \theta, -\omega Y \sin \theta) \cos \theta d\theta \\ c_e &= \frac{1}{\pi \omega Y} \int_0^{2\pi} \tau_F(Y \cos \theta, -\omega Y \sin \theta) \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

等效线性法最后得到的方程仍是非线性的 (因为 k_e, c_e 中含有 Y), 但数学求解没有原则性的困难. Miller [103] 先分析了垂直入射的 SH 波问题, 以后与 Tran 合作求解了小于临界角斜入射的 SH 波和 P/SV 波问题 [104,105]. 这些工作主要针对 Coulomb 摩擦模型给出, 在文 [106] 中他特别考察了各种非 Coulomb 摩擦的情况 (SH 波). 在文 [107] 中他又用类似的方法分析了摩擦接触弹性层中 Love 型面波的传播问题, 获得了系统能量衰减很小时的近似解. Akiyoshi 等 [109] 还利用该方法近似分析了埋藏管道与土体摩擦接触时对地震波的稳定响应. 与 Comninou 等相比, Miller 等的研究虽在能量耗散方面给出较好的近似, 但无法预测非线性边界条件所引起的波形的畸变 (即高频波的出现). 另外, 该方法也难以考虑大于临界角入射以及界面发生分离的情况.

以上 Comninou 和 Miller 等人的研究, 除文 [107] 外均是针对无限大介质进行分析的. 对于有限覆层或多层介质, 由于存在几何特征尺寸——层厚, 问题将变得较复杂. 笔者将 Comninou 等的方法推广应用到 SH 型简谐波和非简谐波在覆层和夹层中的传播问题 [110~113]. 其中对覆层问题先研究了弹性层与半空间材料相同的情况 [110,111], 后又推广到材料不同的情况 [112]. 对小于临界角入射获得一递推方程. 利用迭代修正法对许多情况可获得解析解或近似解析解; 对大

于临界角入射得到一带有广义 Fredholm 积分核的 Hilbert 型 (简谐波) 或 Cauchy 型 (非简谐波) 奇异积分方程, 需用数值方法求解. 研究表明: 覆层厚度这一几何参量的引入使得问题的解的形式通过参数 $\gamma = k^* H \cos \theta_2$ (* 表示覆层中的量, θ_2 为折射角) 强烈依赖于入射波的频率, 参数 γ 表示层厚 H 内所含宽度为 $(k^* \cos \theta_2)^{-1}$ 的波的个数; 此外解的形式还依赖于另一参数 $\Delta = (\mu k \cos \theta_0) / (\mu^* k^* \cos \theta_2)$, 该参数包括了材料组合与入射角的影响. 由于覆层自由表面对波的反射, 界面在一个周期内不一定只有一对滑移区, 可能存在另一对附加滑移区.

在文 [113] 中利用类似的方法分析了更为复杂的弹性夹层情况, 考察了两个摩擦接触界面的相互作用. 分析限于小于临界角入射的情况. 与覆层情况类似最终获得一组与参数 γ 和 Δ 有关的递推方程. 对相同材料情况的详细计算和讨论表明: 解与两个界面的摩擦系数有密切的关系. 当靠近入射波界面 (称界面 1) 的摩擦系数 f_{k1} 小于远离入射波界面 (称界面 2) 的摩擦系数 f_{k2} 时, 界面 1 滑移而界面 2 不滑移, 此时不能通过求极限得到 $f_{k1} = f_{k2}$ 情况的解. 当 $f_{k1} > f_{k2}$ 时, 两个界面都滑移, 且界面 2 的滑移将促进界面 1 的滑移, 而后者则抑制前者, 此时可通过求极限得到 $f_{k1} = f_{k2}$ 情况的解. 系统在两种极限 $f_{k1} \rightarrow f_{k2} \pm 0$ 情况下处于不同的状态说明当界面摩擦系数差别不大时系统非常不稳定.

正如前面所提到的, 摩擦接触界面还有一个显著的特点, 即平面波与反平面波在界面上相互耦合. 而且若弹性体同时承受平面和反平面剪力作用, 则入射的 SH 波将在摩擦接触面上发生再极化, 诱导产生平面 P 和 SV 波, 且所有波型相互耦合, 反之亦然. 研究摩擦接触界面的这种新现象显然有着重要的意义. 龚育宁 [114] 较早对 SH 波再极化问题进行了初步探讨, 但其方法和结果有一定局限性. 笔者发展了 Comninou 等的方法, 对该类问题给出了进一步的分析, 研究包括: (1) 简谐 SH 波的再极化 [115]; (2) 简谐 P 或 SV 波的再极化 [116]; (3) 非简谐 SH, P, SV 波的再极化 [117] 等. 但只考虑了小于临界角入射的情况, 问题最后可归结为一个四次代数方程. 对简谐波问题, 利用迭代法结合整体滑移速度的积分平均表达式可求得方程的解; 对非简谐波问题, 则可直接由所得的四次代数方程求得封闭解. 研究表明: SH 波入射时诱导产生的 P 和 SV 波不会造成界面的局部分离, 特别当介质相同时甚至对界面正应力没有贡献; P 或 SV 波入射时界面的局部分离和张开位移与诱导 SH 波没有关系, 与 Comninou 等不考虑再极化时的结果一致; 诱导波的能量全部由该方向的外加剪力提供, 且只占所提供能量的一小部分, 大部分能量被该方向的界面摩擦运动消耗掉. 尽管如此, 诱导波对界面应力分布、相对滑移速度及滑移区的大小等有显著影响并直接影响到波形的改变.

解析方法对接触界面问题确有难以克服的困难, 于是人们转而求助于数值方法, 如有限元法、边界元法等. 特别是当接触界面模型被用于一些实际问题时, 如考虑表面接触的裂纹散射问题 [118~126], 土 - 结构动力相互作用问题 [66,67,127~133] 等. 在此不再作详细讨论.

4.3 高粗糙度接触面

当接触面粗糙度较低时按上述摩擦界面处理, 通过适当选取摩擦系数描述粗糙程度. 当粗糙度很高时, 即使界面有一定的正向分离, 也不允许有切向滑动 (或切向滑动小到足以忽略不计). 此时界面保持切向位移连续, 即使在分离区亦如此. 这种界面的边界条件为

粘着区

$$[u] = 0, \quad [t] = 0, \quad t_n^+ < 0 \quad (15)$$

分离区

$$[u_{s1}] = [u_{s3}] = 0, \quad [u_n] > 0, \quad [t] = 0 \quad (16)$$

Mak 等人 [134,135] 曾假设界面裂纹尖端附近具有这种高粗糙接触区, 并对此模型进行了分析. 至今尚不见有关波动问题的研究. 如果界面没有明显的分离, 则可模拟为弹簧模型, 见文 [46,47].

5 总结与展望

前面我们针对若干常见界面模型下弹性波传播规律的研究现状进行了尽可能详细的综述。分析已有的成果不难发现对完好粘接界面和弱连接界面(界面层)来说,无论是理论还是应用研究都已比较充分。再提出更精细且数学分析简单的模型似乎是较困难的。然而建立更合理的新模型永远是我们追求的目标,因为目前的这些模型至少在以下两个方面考虑得还远远不够:(1)包容更多的界面层特征。如界面层的非均匀性、拉压性质的不同、塑性及其他非线性等;(2)描述界面层的强度特征。目前界面强度的无损检测已对此提出了迫切的要求。可以预见,涉及以上任一内容的模型都难以建立,且求解困难。

与前面两种界面不同,有关接触界面波动问题的研究还远远不够。模型的建立是十分明确的,困难在于求解方法上。Comninou 等的方法尽管能准确地揭示许多物理现象,但仅对一些简单的问题适用。我们推广了其方法,但仍然只能解决部分不太复杂的问题。虽然数值方法(包括边界元、有限元和有限差分法等)原则上可解决较复杂的问题,但对于探索问题的物理本质特性来说,解析法有着明显的优点。而且解析解还可用以检验数值方法的精度和收敛性,因此探索有效的解析法仍然具有重要的意义。相信经过对一些典型问题的深入研究,我们不仅会在方法上有所突破,也会发现许多新的物理现象。这些问题可能包括:(1)多个波系与摩擦接触界面的耦合作用问题,包括同一类型的多列波从不同方向入射的情况;(2)多层介质问题,特别是有多个接触界面的情况;(3)接触界面波问题;(4)裂纹和夹杂的散射问题;(5)各类非线性的非 Coulomb 摩擦模型问题;(6)各向异性介质问题;(7)实验研究;等等。

参 考 文 献

- 1 Knott C G. Reflection and refraction of elastic waves with seismological applications. *Phil Mag*, 1899, 48: 64~97
- 2 Zoeppritz K. Über Reflexion und Durchgang Seismischer Wellen durch Unstetigkeitsflächen. *Erdbebenwellen VIIb. Nach d Konigl Gesell d Wissen z Göttingen, Math-Phys*, 1919, 1: 66~84
- 3 Love A E H. *Some Problems of Geodynamics*. Cambridge University Press, 1911
- 4 Stoneley R. Elastic waves at the surface of the separation of two solids. *Proc R Soc Lond*, 1924, A106: 416~428
- 5 Ewing W M, Jardetzky W S, Press F. *Elastic Waves in Layered Media*. New York: McGraw-Hill, 1957
- 6 Achenbach J D. *Wave Propagation in Elastic Solids*. North-Holland: Amsterdam, 1973
- 7 Kennett B L N. *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*. Cambridge University Press, 1983
- 8 Ahmed E B. Guided modes in a layered elastic half-space with doubly corrugated surfaces. *J Acoust Soc Am*, 1994, 96(5): 3155~3166
- 9 Pecorari C, Mendelsohn D A, Blaho G, Adler L. Investigation of ultrasonic wave scattering by a randomly rough solid-solid interface. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 211~220
- 10 Nayfeh A H. The general problem of elastic wave propagation in multilayered anisotropic media. *J Acoust Soc Am*, 1991, 89: 1521~1531
- 11 Baird G E, Thomas P D, Sang G. The propagation of elastic waves through a layered poroelastic medium. *J Acoust Soc Am*, 1996, 99(6): 3385~3392
- 12 Tomar S K. Reflection and refraction of longitudinal wave at an interface between two micropolar elastic solids in welded contact. *J Acoust Soc Am*, 1995, 97(2): 822~830
- 13 Ogden R W, Sotiropoulos D A. On interfacial waves in pre-stressed layered incompressible elastic solids. *Proc R Soc Lond*, 1995, A450: 319~341
- 14 Shindo Y, Niwa N. Scattering of antiplane shear waves in a fiber-reinforced composite medium with interfacial layers. *Acta Mech*, 1996, 117:181~190
- 15 Shindo Y, Nozaki H, Datta S K. Effect of interface layers on elastic wave propagation in a metal matrix composite reinforced by particles. *J Appl Mech*, 1995, 62(1): 178~185
- 16 Paskaramoorthy R, Datta S K, Shah A H. Effect of interface layers on scattering of elastic waves. *J Appl Mech*, 1988, 55: 871~878
- 17 Harris J G. An integrated model of scattering from an imperfect interface. *J Acoust Soc Am*, 1996, 99(3): 1315~1325
- 18 Vasudeva R Y, Rao P G. Influence of voids in interface zones on lamb wave propagation in composite plates. *J Acoust Soc Am*, 1991, 89(2): 516~522

- 19 Parikh O K, Achenbach J D. Analysis of nonlinearly viscoelastic behavior of adhesive bonds. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 221~226
- 20 Darinskii A N, Maugin G A. The elastic wave resonance reflection from a thin solid layer in a crystal. *Wave Motion*, 1996, 23(4): 363~385
- 21 Murty G S, Kumar V. Elastic wave propagation with kinematic discontinuity along a non-ideal interface between two isotropic elastic half-spaces. *J Nondestr Eval*, 1991, 10(2): 39~53
- 22 Newmark N M, Siess C P, Viest I M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. *Proc Soc Exp Stress Anal*, 1951, 9(1): 75~92
- 23 Murty G S. A Theoretical model for the attenuation and dispersion of Stoneley waves at the loosely bonded interface of elastic half spaces. *Phys Earth Planet Interiors*, 1975, 11: 65~79
- 24 Murty G S. Reflection transmission and attenuation of elastic waves at a loosely-bonded interface of two half spaces. *Geophys J R Astr Soc*, 1976, 44: 389~404
- 25 Banghar A R, Murty G S, Raghavacharyulu I V V. On the parametric model of loose bonding of elastic half spaces. *J Acoust Soc Am*, 1976, 60: 1071~1078
- 26 Mal A K, Bose S K. Dynamic elastic moduli of a suspension of imperfectly bonded spheres. *Proc Camb Phil Soc*, 1974, 76: 587~600
- 27 Santosa F, Symes W W. A model for a composite with anisotropic dissipation by homogenization. *Int J Solids Struct*, 1989, 25: 381~392
- 28 Achenbach J D, Parikh O K, Sotiropodos D A. Nonlinear effects in the reflection from adhesive bonds. In: Thompson D O, Chimenti D E, eds. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*. New York: Plenum, 1989. Vol 8B: 1401~1407
- 29 Jones J P, Whittier J S. Waves at a flexibly bonded interface. *J Appl Mech*, 1967, 34: 905~909
- 30 Schoenberg M. Elastic wave behavior across linear slip interfaces. *J Acoust Soc Am*, 1980, 68: 1516~1521
- 31 Mal A K. Guided waves in layered solids with interface zones. *Int J Eng Sci*, 1988, 26: 873~881
- 32 Mal A K, Xu P C. Elastic waves in layered media with interface features. In: McCarthy M F, Hayes M A, eds. *Elastic Wave Propagation*. North-Holland: Amsterdam, 1989. 67~73
- 33 Mal A K, Xu P C, Bar-cohen Y. Analysis of leaky waves in bonded plates. *Int J Eng Sci*, 1989, 27(7): 779~791
- 34 Pilarski A, Rose J L. A transverse-wave ultrasonic oblique-incidence technique for interfacial weakness detection in adhesive bonds. *J Appl Phys*, 1988, 63: 300~307
- 35 Pilarski A, Rose J L, Balasubramaniam K. The angular and frequency characteristics of reflectivity from a solid layer embedded between two solids with imperfect boundary conditions. *J Acoust Soc Am*, 1990, 87: 532~542
- 36 Li Z L, Achenbach J D. Reflection and transmission of Rayleigh surface waves by a material interphase. *J Appl Mech*, 1991, 58:688~694
- 37 Bostrom A, Wickham G. On the boundary conditions for ultrasonic transmission by partially closed crack. *J Nondestr Eval*, 1991, 10(4): 139~149
- 38 Kitahara M, Nakagawa K, Achenbach J D. On a method to analyze scattering problems of an inclusion with spring contracts. In: Tanaka M and Cruse T A, eds. *Boundary Element Methods in Applied Mechanics*. Oxford: Pergamon, 1988. 239~244
- 39 Aboudi J. Damage in composites—modeling of imperfect bonding. *Composites Sci Tech*, 1987, 28: 103~128
- 40 Aboudi J. Wave propagation in damaged composite materials. *Int J Solids Struct*, 1988, 24: 117~138
- 41 Matikas T E. Ultrasonic reflectivity technique for the characterization of fiber-matrix interface in metal matrix composites. *J Appl Phys*, 1993, 74(1): 228~236
- 42 Klarbring A. Derivation of a model of adhesively bonded joints by the asymptotic expansion method. *Int J Eng Sci*, 1991, 29: 493~512
- 43 Ju T H, Datta S K. Dynamics of a laminated composite plate with interface layers. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 227~235
- 44 Huang W, Brisuda S, Rokhlin S I. Ultrasonic wave scattering from fiber-matrix interphase. *J Acoust Soc Am*, 1995, 97(2): 807~817
- 45 Angel Y C, Achenbach J D. Reflection and transmission of elastic waves by a periodic array of cracks. *J Appl Mech*, 1985, 52: 33~41
- 46 Drinkwater B, Dwyer-Joyce R S, Cawley P. A study of the transmission of ultrasound across real rough solid-solid interfaces. In: Thompson D O, Chimenti D E, eds. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*. New York: Plenum, 1995. Vol 14. 1829~1836
- 47 Drinkwater B W, Dwyer-Joyce R S, Cawley P. A study of the interaction between ultrasound and a partially contacting solid-solid interface. *Proc R Soc Lond*, 1996, A452(1955): 2613~2628
- 48 Baik J, Thompson R B. Long wavelength elastic scattering from a planar distribution of inclusions. *J Appl Mech*, 1985, 52: 974~976
- 49 Baik J M, Thompson R B. Ultrasonic scattering from imperfect interfaces: a quasi-static model. *J Nondestr Eval*, 1984, 4: 177~196

- 50 Yalda-Nooshabad I, Margetan F J, Gray T A, Thompson R B. Reflection of ultrasonic waves from imperfect interfaces: a combined boundary element method and independent scattering model approach. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 141~149
- 51 Rose J H. Ultrasonic reflectivity of diffusion bonds. In: Thompson D O, Chimenti D E, eds. Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation. New York: Plenum, 1989. Vol 8B: 1925~1931
- 52 Margetan F S, Thompson R B, Gray T A. Interfacial spring model for ultrasonic interactions with imperfect interfaces: theory of oblique incidence and application to diffusion bonded butt joints. *J Nondestr Eval*, 1988, 7(3/4): 131~151
- 53 Margetan F J, Thompson R B, Rose J H, Gray T A. The interaction of ultrasound with imperfect interfaces: experimental studies of model structures. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 109~126
- 54 Martin P A. Boundary integral equations for the scattering of elastic waves by elastic inclusions with thin interface layers. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 167~174
- 55 Rokhlin S I, Wang Y J. Analysis of boundary conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids. *J Acoust Soc Am*, 1991, 89: 503~515
- 56 Rokhlin S I, Wang Y J. Equivalent boundary conditions for thin orthotropic layer between two solids: reflection, refraction and interface waves. *J Acoust Soc Am*, 1992, 91(4): 1875~1887
- 57 Rokhlin S I, Huang W. Ultrasonic wave interaction with a thin an-isotropic layer between two anisotropic solids: I. exact and asymptotic-boundary-condition methods. 1992, 92: 1729~1742; II. second-order asymptotic boundary conditions. *J Acoust Soc Am*, 1993, 94: 3405~3420
- 58 Bovik P, Olsson P. Effective boundary conditions for the scattering of two-dimensional SH waves from a curved thin elastic layer. *Proc R Soc Lond*, 1992, A439: 257~269
- 59 Bovik P. On the modelling of thin interface layers in elastic and acoustic scattering problems. *Q J Mech Appl Math*, 1994, 47(1): 17~42
- 60 Bostrom A, Bovik P, Olsson P. A comparison of exact first order and spring boundary conditions for scattering by thin layers. *J Nondestr Eval*, 1992, 11(3/4): 175~184
- 61 Nayfeh A H, Nassar E A M. Simulation of the interface of bonding materials on the dynamic behavior of laminated composites. *J Appl Mech*, 1978, 45: 822~828
- 62 Olsson P, Datta S K, Bostrom A. Elastodynamic scattering from inclusions surrounded by thin interface layers. *J Appl Mech*, 1990, 57: 672~676
- 63 Xu P C, Datta S K. Guided waves in a bonded plate: a parametric study. *J Appl Phys*, 1990, 67(11): 6779~6786
- 64 Guyott C C H, Cawley P, Adams R D. The non-destructive testing of adhesively bonded structure: a review. *J Adhes*, 1986, 20: 129~159
- 65 Teller C M, Mal A K. Recent advances in the application of leaky Lamb waves to the NDE of adhesive bonds. *J Adhes*, 1989, 30: 1~4
- 66 赵振东, 蔡永恩, 熊建国. 爆炸冲击波作用下高层建筑基础与地基间的滑移与翘离. *爆炸与冲击*, 1991, 11(4): 321~330
- 67 Hillmer P, Schmid G. Calculation of foundation uplift effects using a numerical Laplace transform. *Earthq Eng Struct Dyn*, 1988, 16: 789~801
- 68 Zharii O Y. Adhesive contact between the surface wave and a rigid strip. *J Appl Mech*, 1995, 62: 368~371
- 69 Zharii O Y. Frictional contact between the surface wave and a rigid strip. *J Appl Mech*, 1996, 63: 15~20
- 70 盖秉政. 单侧界面条件下弹性波传播规律的研究. *力学进展*, 1997, 27(4): 504~517
- 71 Achenbach J D, Epstein H I. Dynamic interaction of a layer and a half-space. *J Eng Mech Div Proc ASCE*, 1967, 93: 27~42
- 72 Murty G S. Wave propagation at an unbonded interface between two elastic half-spaces. *J Acoust Soc Am*, 1975, 58: 1094~1095
- 73 Barnett D M, Gavazza S D, Lothe J. Slip waves along the interface between two anisotropic elastic half-spaces in sliding contact. *Proc R Soc Lond*, 1988, A415: 389~419
- 74 Wang L, Lothe J. Existence of second slip waves in anisotropic elastic media. *Wave Motion*, 1993, 18: 79~99
- 75 Tajuddin M, Ahmed S I. Dynamic interaction of a poroelastic layer and a half-space. *J Acoust Soc Am*, 1991, 89(3): 1169~1175
- 76 王耀俊. 具有刚性联接界面和滑移界面的层状固体媒质的声反射. *声学学报*, 1992, 17(2): 81~92
- 77 Bostrom A. Scattering by a smooth elastic obstacle. *J Acoust Soc Am*, 1980, 67(6): 1904~1913
- 78 Olsson P. Scattering of elastic waves by a smooth rigid movable inclusion. *J Acoust Soc Am*, 1986, 79(5): 1237~1913
- 79 Comninou M, Dundurs J. Reflection from a rigid boundary involving separation. *J Eng Mech Div Proc ASCE*, 1977, 103: 285~294
- 80 Comninou M, Dundurs J. Reflection and refraction of elastic waves in presence of separation. *Proc R Soc Lond*, 1977, A356: 509~528
- 81 Comninou M, Dundurs J. Singular reflection and refraction of elastic waves due to separation. *J Appl Mech*, 1978, 45(3): 548~552
- 82 Comninou M, Dundurs J. Interface separation caused by a plane elastic wave of arbitrary form. *Wave Motion*, 1979, 1(1): 17~23

- 83 Comninou M, Dundurs J. Interface separation in the transonic range caused by a plane stress pulse. *J Sound Vib*, 1979, 62(3): 317~325; 1980, 69: 172~173
- 84 Comninou M, Dundurs J. Elastic interface waves involving separation. *J Appl Mech*, 1977, 44: 222~226
- 85 Freund L B. Discussion. *J Appl Mech*, 1978, 45: 226~228
- 86 Sezawa K, Kanai K. A fault surface or a block absorbs seismic wave energy. *Bull Earthq Res Inst*, 1940, 18: 465~482
- 87 Kanai K. A new problem concerning surface waves. *Bull Earthq Res Inst*, 1961, 39: 359~366
- 88 Chevalier Y, Louzar M, Maugin G A. Surface-wave characterization of the interface between two anisotropic media. *J Acoust Soc Am*, 1991, 90(6): 3218~3227
- 89 卢文波. 应力波与可滑移岩石界面的相互作用研究. *岩土力学*, 1996, 17(3): 70~75
- 90 Chevalier Y, Louzar M, Maugin G A. Influence of interfacial slits with elastic slip on the propagation of SH waves. *J Acoust Soc Am*, 1995, 98(1): 445~453
- 91 李夕兵. 论岩体软弱结构面对应力波传播的影响. *爆炸与冲击*, 1993, 13(4): 334~342
- 92 Comninou M, Dundurs J. Interaction of elastic waves with a unilateral interface. *Proc R Soc Lond*, 1979, A368: 141~154
- 93 Comninou M, Barber J R, Dundurs J. Disturbance at a frictional interface caused by a plane elastic pulse. *J Appl Mech*, 1982, 49: 361~365
- 94 Chez E L, Dundurs J, Comninou M. Reflection and refraction of SH waves in presence of slip and friction. *Bull Seism Soc Am*, 1978, 68: 999~1011
- 95 Comninou M, Dundurs J, Chez E L. Total reflection of SH waves in presence of slip and friction. *J Acoust Soc Am*, 1979, 66: 789~793
- 96 Comninou M, Dundurs J. Interface slip caused by an SH pulse. *Int J Solids Struct*, 1980, 16: 283~289
- 97 Chez E L, Dundurs J, Comninou M. Energy relations for SH waves interacting with a frictional contact interface. *Int J Solids Struct*, 1983, 19: 579~586
- 98 Comninou M, Dundurs J. Elastic interface waves and sliding between two solids. *J Appl Mech*, 1978, 45: 325~330
- 99 Barber J R, Comninou M, Dundurs J. Contact transmission of wave motion between two solids with an initial gap. *Int J Solids Struct*, 1982, 18: 775~781
- 100 Broberg K B. On transient sliding motion. *Geophys J R Astron Soc*, 1978, 52: 397~432
- 101 龚育宁. 平面应力脉冲打击运动接触面的问题. *华东工学院学报*, 1986, 33(3): 18~27
- 102 龚育宁. SH波在滑动接触面上的反射与折射. *固体力学学报*, 1987, 8: 174~178
- 103 Miller R K. Approximate method of analysis of the transmission of elastic waves through a frictional boundary. *J Appl Mech*, 1977, 44: 652~656
- 104 Miller R K, Tran H T. Reflection, refraction and absorption of elastic waves at a frictional interface: SH motion. *J Appl Mech*, 1979, 46: 625~630
- 105 Miller R K, Tran H T. Reflection, refraction and absorption of elastic waves at a frictional interface: P and SV motion. *J Appl Mech*, 1981, 48: 155~160
- 106 Miller R K. The effects of boundary friction on the propagation of elastic waves. *Bull Seism Soc Am*, 1978, 68: 987~998
- 107 Miller R K. An estimate of the properties of love-type surface waves in a frictionally bonded layer. *Bull Seism Soc Am*, 1979, 69: 305~317
- 108 Iwan W D. A generalization of the concept of equivalent linearization. *Int J Nonlinear Mech*, 1973, 8: 279~287
- 109 Akiyoshi T, Fuchida K. Soil-pipeline interaction through a frictional interface during earthquakes. In: Cakmak A S, et al, eds. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Netherland: A A Balkema/Rotterdam, 1982. Vol 2. 497~511
- 110 Yu G L, Wang Y S, Gai B Z. Slip with friction between a layer and a substrate caused by SH waves. *J Appl Mech*, 1997, 64: 1019~1021
- 111 Wang Y S, Yu G L, Gai B Z. Slip with friction between a layer and a substrate caused by SH pulse. *Mech Res Commu*, 1997, 24: 85~91
- 112 Wang Y S, Yu G L, Gai B Z. Propagation of SH waves in a layered half-space with a frictional contact interface. *Bull Seism Soc Am*, 1998, 88(5): 1300~1310
- 113 Wang Y S, Yu G L. Transmission of SH waves through an elastic layer between two solids with frictional contact interfaces. *J Appl Mech*, 1999, 66: (in press)
- 114 龚育宁. SH波在平面受剪单向接触面上的再极化. *固体力学学报*, 1990, 11: 253~258
- 115 Wang Y S, Yu G L, Gai B Z. Re-polarization of elastic waves at a frictional contact interface, I. incidence of an SH wave. *Int J Solids Struct*, 1998, 35: 2001~2021
- 116 Wang Y S, Yu G L. Re-polarization of elastic waves at a frictional contact interface, II. incidence of a P or SV wave. *Int J Solids Struct*, 1999, 36: 4563~4586
- 117 Yu G L, Wang Y S, Gai B Z. In-plane motion induced by an SH pulse at a frictional contact interface. *Mech Res Commu*, 1998, 25: 203~210

- 118 Zozulya V V, Men'shikov V A. Contact interaction of the edges of a crack in a plane under harmonic loading. *Int Appl Mech*, 1994, 30: 986~989
- 119 Guz' A N, Zozulya V V. Contact interaction between crack edges under a dynamic load. *Int Appl Mech*, 1992, 28: 407~414
- 120 Hirose S. 2-D Scattering by a crack with contact boundary conditions. *Wave Motion*, 1994, 19: 37~49
- 121 Wen P H, Aliabadi M H. An approximate analysis of dynamic contact between crack surfaces. *Eng Anal with Boundary Elements*, 1995, 16: 41~46
- 122 Zhang Y G, Ballmann J. An explicit finite difference procedure for contact-impact analysis of crack edges. *Arch Appl Mech*, 1996, 66: 493~502
- 123 Liu J B, Wang D, Yao L. A contact force model for the dynamic analysis of contactable cracks. *Acta Mech Solida Sin*, 1993, 6: 439~452
- 124 刘晶波, 王铎, 姚玲. 动、静摩擦对可接触型裂纹动态影响的一种算法. 力学学报, 1994, 26(4): 494~502
- 125 李文斌等. 特解边界元法及其工程应用. 北京: 科学技术文献出版社, 1992
- 126 Mendelson D A, Doong J M. Transient dynamic elastic frictional contact: a general 2D boundary element formulation with examples of SH motion. *Wave Motion*, 1989, 11: 1~21
- 127 Krauthammer T, Chen Y. Soil-structure interface effects on dynamic interaction analysis of reinforced concrete lifelines. *Soil Dyn Earthq Eng*, 1989, 8: 32~42
- 128 Ibrahimbegovic A, Wilson E L. A methodology for dynamic analysis of linear structure-foundation systems with local non-linearities. *Earthq Eng Struct Dyn*, 1990, 19: 1197~1208
- 129 Wolf J P, Darbre G R. Non-linear soil-structure interaction analysis based on the boundary-element method in time domain with application to embedded foundation. *Earthq Eng Struct Dyn*, 1986, 14: 83~101
- 130 Spyrakos C C. Dynamic behavior of foundations in bilateral and unilateral contact. *The Shock Vib Digest*, 1988, 20: 3~12
- 131 Antes H, Steinfeld B. The influence of friction on unilateral dynamic soil-structure contact. In: Brebbia C A, Cheng A, eds. *Computational Engineering with Boundary Elements. Vol 2: Solid and Computational Problems*. Southampton: CML Publ, 1990. 3~17
- 132 Dominguez J, Abascal R. Non-linear effects due to the contact conditions on the dynamic response of embedded foundations. In: Brebbia C A, Cheng A, eds. *Computational Engineering with Boundary Elements, Vol 2: Solid and Computational Problems*. Southampton: CML Publ, 1990
- 133 Abascal R. 2D Transient dynamic friction contact problems, I. Numerical analysis. II. Applications to soil-structure interaction problems. *Eng Anal with Boundary Elements*, 1995, 16: 227~232; 1995, 16: 233~243
- 134 Mak A F, Keer L M, Chen S H, Lewis J L. A no-slip interface crack. *J Appl Mech*, 1980, 47(2): 347~350
- 135 Mak A F, Keer L M. A no-slip edge crack on a bimaterial interface. *J Appl Mech*, 1980, 47(4): 816~820

REVIEW ON ELASTIC WAVE PROPAGATION UNDER COMPLEX INTERFACE (INTERFACE LAYER) CONDITIONS

Wang Yuesheng Yu Guilan Zhang Zimao Feng Yangde

Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract Interfaces (or interface layers), which exist widely in various materials and structures, have different forms. The wave propagation under various interface conditions is of both theoretical and practical importance. This paper reviews the current development of the investigations on the wave propagation with complex interface models such as the perfectly bonded interfaces, weakly bonded interfaces (or interface layers) and contacting interfaces, etc. The discussion is focused on the establishment of the interface models and the methodology and main results of the associated wave problems. Finally the problems for further investigations are suggested.

Keywords interface, interface layer, elastic wave