

功能梯度双材料弱 / 微间断界面的冲击断裂分析¹⁾

李永东^{*,2)} 张洪才^{*} 贾 斌[†] 谭 伟^{*}

^{*}(解放军装甲兵工程学院机械工程系工程力学教研室, 北京 100072)

[†](哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要 提出强间断、弱间断、微间断和全连续界面的概念与分类, 建立功能梯度弹性双材料弱间断界面冲击断裂问题的力学模型, 采用积分变换法推导问题的 Cauchy 奇异积分方程, 并用配点法求得数值解. 分析表明, 弱 / 微间断性对于 FGMs 界面裂纹应力强度因子有着重要影响, 而且微间断性是优于弱间断性的一种界面力学性能连接关系. 以 FGMs 界面某一侧的力学性能函数在界面处的 Taylor 展开式的低阶项作为界面另一侧的力学性能函数, 便可以使 FGMs 界面成为“微间断”界面. 界面的一阶微间断对应应力强度因子的减小作用较为明显, 而高阶(二阶及以上)微间断对应应力强度因子的影响较小. 减小界面的弱间断程度或使 FGMs 界面具备“微间断性”, 都将利于提高功能梯度双材料界面抗冲击断裂能力, 在一定程度上达到界面增韧的目的.

关键词 功能梯度材料, 弱间断界面, 微间断界面, 界面裂纹, 应力强度因子

中图分类号: O346 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2006)04-0559-06

引 言

依据界面两侧材料的力学性能函数及其各阶导数在界面处是否连续的情况, 可以将复合材料界面分为 4 类: (1) 强间断界面——界面两侧材料的力学性能函数在界面处发生跳跃性变化. 常规均质异材界面都属于强间断界面. (2) 弱间断界面——界面两侧材料的力学性能函数在界面处连续过渡, 但其导数在界面处发生跳跃性变化. 功能梯度材料与均质基体界面和大多数功能梯度异材界面都属于弱间断界面. (3) 微间断界面——界面两侧材料的力学性能函数及其低阶导数在界面处连续过渡, 但其高阶导数在界面处发生跳跃性变化. (4) 全连续界面——界面两侧材料的力学性能函数及其各阶导数在界面处都连续过渡. 全连续界面在异质材料之间一般并不存在, 它顶多是功能梯度异材微间断界面的极限近似. 虽然目前国内外尚无微间断界面的研究报告, 甚至也没有以上 4 种分类的提法, 但纵观复合材料界面发展史, 不难发现, 从强间断界面到弱间断界面, 再从弱间断界面到微间断界面, 这是复合材料界面发展的一个规律和趋势. 在强间断界面的年代, 界面设计和分析一般都停留于寻找两种尽可能匹配的异质材料进行组配. 功能梯度材料

(FGMs) 出现以来, 界面设计便致力于使力学性能函数在界面处实现连续过渡(即, 弱间断). 界面断裂力学是界面设计中一个重要领域, 其传统研究基本都是针对强间断界面进行的^[1,2]. 功能梯度复合材料出现以后, 功能梯度界面断裂力学分析随即成为界面断裂力学研究的热点^[3~5]. 目前功能梯度材料断裂力学分析方法大致可分为两类: 一类是数值法^[6], 主要是采用有限元程序进行模拟计算; 另一类是半解析法^[3,4,7], 主要是先通过积分变换推导奇异积分方程, 然后再进行数值求解. 本文建立功能梯度弱、微间断界面力学模型并作冲击断裂分析, 讨论弱、微间断性对界面断裂行为的影响, 旨在为工程中提高复合材料界面性能探索一种可能的新途径.

1 力学模型

图 1 给出了功能梯度弹性双材料界面裂纹的力学模型. 上、下半平面分别为两种不同的功能梯度材料: FGM-I 和 FGM-II. 如图建立直角坐标系, 假设图中两种功能梯度材料的剪切模量和质量密度都按坐标 y 的如下指数函数规律变化

$$\mu_1(y) = \mu_0 e^{\beta_1 y}, \quad \rho_1(y) = \rho_0 e^{\beta_1 y} \quad (1)$$

$$\mu_2(y) = \mu_0 e^{\beta_2 y}, \quad \rho_2(y) = \rho_0 e^{\beta_2 y} \quad (2)$$

2005-03-11 收到第 1 稿, 2006-03-29 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目(50574097).

2) E-mail: lydbeijing@163.com

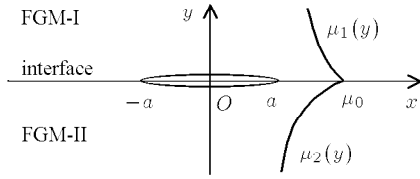


图 1 功能梯度弹性双材料界面裂纹
Fig.1 Functionally gradient elastic bi-material interfacial crack

其中, μ_0 和 ρ_0 为界面处的剪切模量和质量密度, β_1 和 β_2 为 FGM-I 和 FGM-II 的非均匀性参数.

由式 (1) 和 (2) 可见, FGM-I 和 FGM-II 的剪切模量在界面处连续过渡, 但其各阶导数却在界面处存在间断, 因此该界面为弱间断界面. 因泊松比变化对功能梯度材料断裂力学行为影响甚微^[3], 故本文假设 FGM-I 和 FGM-II 的泊松比相等. 在裂纹问题的边界条件描述中, 常用的模型有裂纹面自由模型、裂纹面无摩擦接触模型和裂纹面摩擦接触模型^[1,2,8], 本文假设功能梯度双材料在远场受到面内冲击正应力和剪应力作用且裂纹面为自由表面. 该问题可看作如下两个问题的叠加^[5]: (1) 在远场冲击载荷作用下, 无裂纹功能梯度双材料在界面处产生正应力 $-\sigma_0(x)H(t)$ 和剪应力 $-\tau_0(x)H(t)$ (其中, $H(t)$ 为 Heaviside 函数); (2) 含界面裂纹的功能梯度双材料不受远场载荷作用, 而仅在裂纹面受到 $\sigma_0(x)H(t)$ 和 $\tau_0(x)H(t)$ 作用. 因问题 (1) 对裂尖场无影响, 故在此仅考虑问题 (2), 其边界条件和连续条件为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy}(x, \pm 0, t) &= \sigma_0(x)H(t), \\ \tau_{xy}(x, \pm 0, t) &= \tau_0(x)H(t), \end{aligned} \right\} |x| < a \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy}(x, +0, t) &= \sigma_{yy}(x, -0, t), \\ \tau_{xy}(x, +0, t) &= \tau_{xy}(x, -0, t), \end{aligned} \right\} |x| < \infty \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x, +0, t) &= u(x, -0, t), \\ v(x, +0, t) &= v(x, -0, t), \end{aligned} \right\} |x| > a \quad (5)$$

$$\sigma_{yy}(x, \pm\infty, t) = \tau_{xy}(x, \pm\infty, t) = 0 \quad (6)$$

假设位移及其变化率的初始值都为零, 则相应的初始条件为

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t = 0) &= v(x, y, t = 0) = \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

2 奇异积分方程的导出与求解

将功能梯度弹性材料平面问题的本构方程代入

运动方程, 可得控制方程如下

$$\left. \begin{aligned} (1 + \kappa) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\kappa - 1) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \\ \beta(\kappa - 1) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= \frac{\rho_0(\kappa - 1)}{\mu_0} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\kappa - 1) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\kappa + 1) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \\ \beta(3 - \kappa) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta(\kappa + 1) \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{\rho_0(\kappa - 1)}{\mu_0} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中, $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ (平面应力), $\kappa = 3 - 4\nu$ (平面应变), ν 为泊松比; β 为非均匀性参数.

利用式 (7) 的初始条件对式 (8) 作 Laplace 变换, 再对变换结果关于 x 作 Fourier 变换, 可得

$$\left. \begin{aligned} U(\xi, y, p) &= \sum_{j=1}^4 A_j(\xi, p) e^{m_j y} \\ V(\xi, y, p) &= \sum_{j=1}^4 A_j(\xi, p) B_j(\xi, p) e^{m_j y} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} U(\xi, y, p) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(x, y, p) e^{i\xi x} dx \\ V(\xi, y, p) &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{v}(x, y, p) e^{i\xi x} dx \\ \hat{u}(x, y, p) &= \int_0^{\infty} u(x, y, t) e^{-pt} dt \\ \hat{v}(x, y, p) &= \int_0^{\infty} v(x, y, t) e^{-pt} dt \\ B_j &= [(\kappa - 1)m_j^2 + \beta(\kappa - 1)m_j - \xi^2(1 + \kappa) - \\ &\quad (\kappa - 1)\rho_0 p^2 / \mu_0] / [i\xi\beta(\kappa - 1) + 2i\xi m_j] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$m_j(\xi, p)$ ($j = 1, 2, 3, 4$) 为如下特征方程的根

$$\begin{aligned} (\kappa + 1)m^4 + 2\beta(\kappa + 1)m^3 - [(2\xi^2 - \beta^2)(\kappa + 1) + \\ 2\kappa\rho_0 p^2 / \mu_0]m^2 - [2(\kappa + 1)\xi^2 + 2\kappa\rho_0 p^2 / \mu_0]\beta m + \\ \beta^2 \xi^2 (3 - \kappa) + \xi^4 (\kappa + 1) + 2\kappa \xi^2 \rho_0 p^2 / \mu_0 + \\ (\kappa - 1)\rho_0^2 p^4 / \mu_0^2 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

用 β_k ($k = 1, 2$) 代替式 (8)~(11) 中的 β , 就可以分别得到图 1 上、下半平面中两种不同功能梯度材料的相应推导结果. 引入如下两个位错密度函数

$$\left. \begin{aligned} g_1(x, p) &= \frac{\partial \hat{u}(x, +0, p)}{\partial x} - \frac{\partial \hat{u}(x, -0, p)}{\partial x} \\ g_2(x, p) &= \frac{\partial \hat{v}(x, +0, p)}{\partial x} - \frac{\partial \hat{v}(x, -0, p)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由式 (3)~(6) 和式 (12) 可得 Cauchy 奇异积分方程组如下

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\frac{\tilde{g}_2(\tilde{s}, p)}{\tilde{s} - \tilde{x}} + a\tilde{k}_{11}(\tilde{x}, \tilde{s})\tilde{g}_1(\tilde{s}, p) + \right. \\ \left. a\tilde{k}_{12}(\tilde{x}, \tilde{s})\tilde{g}_2(\tilde{s}, p) \right] d\tilde{s} = \frac{2(\kappa - 1)\tilde{\sigma}_0(a\tilde{x})}{p\mu_0} \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\frac{\tilde{g}_1(\tilde{s}, p)}{\tilde{s} - \tilde{x}} + a\tilde{k}_{21}(\tilde{x}, \tilde{s})\tilde{g}_1(\tilde{s}, p) + \right. \\ \left. a\tilde{k}_{22}(\tilde{x}, \tilde{s})\tilde{g}_2(\tilde{s}, p) \right] d\tilde{s} = \frac{2\tilde{\tau}_0(a\tilde{x})}{p\mu_0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中, $\tilde{s} = s/a \in (-1, 1)$, $\tilde{x} = x/a \in (-1, 1)$; $\tilde{g}_1(\tilde{s}, p) = g_1(s, p)$, $\tilde{g}_2(\tilde{s}, p) = g_2(s, p)$; $\tilde{\sigma}_0(\tilde{x}) = \sigma_0(x)$, $\tilde{\tau}_0(\tilde{x}) = \tau_0(x)$; $\tilde{k}_{ij}(\tilde{x}, \tilde{s}) = k_{ij}(x, s)$, $i, j = 1, 2$; $k_{ij}(x, s)$ 见附录.

另外, 位移单值条件可用 $\tilde{g}_1(\tilde{s}, p)$ 和 $\tilde{g}_2(\tilde{s}, p)$ 表示为

$$\left. \begin{aligned} \int_{-1}^1 \tilde{g}_1(\tilde{s}, p) d\tilde{s} = 0 \\ \int_{-1}^1 \tilde{g}_2(\tilde{s}, p) d\tilde{s} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

依据 Erdogan 的数值解法^[9], 可将方程组 (13) 和 (14) 离散化为代数方程组进行求解.

3 数值结果与讨论

由于图 1 上、下半平面材料的力学性能关于界面不对称, 所以, 即使对称地承受外载, 裂纹尖端也仍处于混合加载模式, I, II 型应力强度因子 K_I 和 K_{II} 将同时都不为零. 因为图 1 中的界面裂纹垂直于力学性能函数的梯度方向, 所以, 裂纹左右尖端处的应力强度因子的情况相同. 基于方程组 (13) 和 (14) 的数值解, 可求得 Laplace 域中的 I, II 型应力强度因子 $\hat{K}_I(a, p)$ 和 $\hat{K}_{II}(a, p)$. 利用 Miller 和 Guy 基于 Jacobi 多项式的方法^[10] 对其作数值反演, 可得时域中的 I, II 型动态应力强度因子 $K_I(a, t)$ 和 $K_{II}(a, t)$ ^[4]. 图 2~ 图 5 给出了平面应变状态下归一化动态应力强度因子 $\bar{K}_I(a, t)$ 和 $\bar{K}_{II}(a, t)$ 的计算结果, 其中, $c = \sqrt{\mu_0/\rho_0}$ 为界面处材料的剪切波速, 而动态应力强度因子都用 $p_0\sqrt{\pi a}$ 作归一化处理, $p_0 = \max\{|\sigma_0|, |\tau_0|\}$.

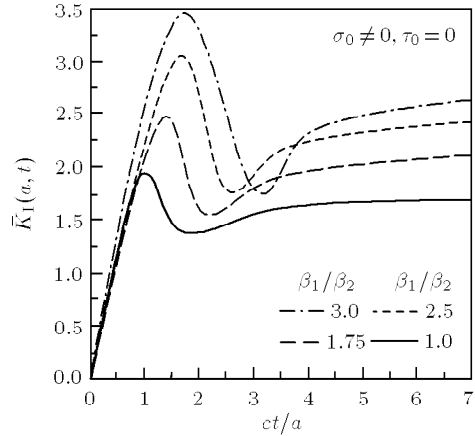


图 2 非均匀参数比对 I 型应力强度因子的影响

Fig.2 The effect of the ratio between the two nonhomogeneity parameters on mode-I SIFs

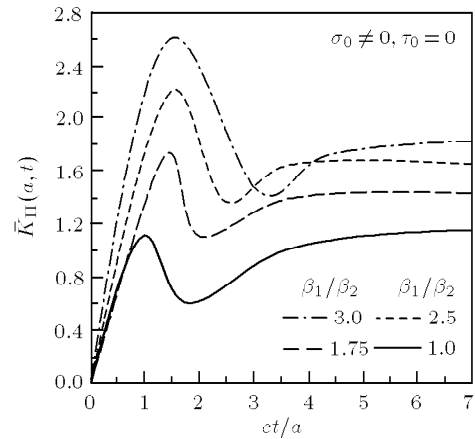


图 3 非均匀参数比对 II 型应力强度因子的影响

Fig.3 The effect of the ratio between the two nonhomogeneity parameters on mode-II SIFs

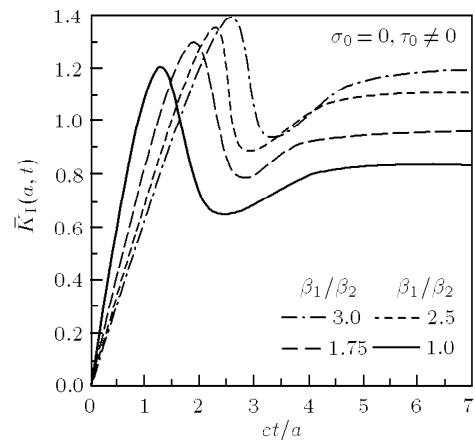


图 4 非均匀参数比对 I 型应力强度因子的影响

Fig.4 The effect of the ratio between the two nonhomogeneity parameters on mode-I SIFs

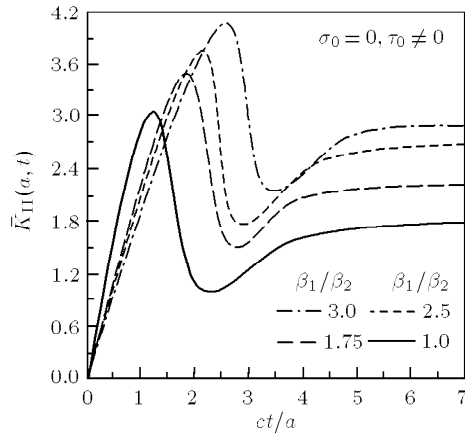


图 5 非均匀参数比对 II 型应力强度因子的影响

Fig.5 The effect of the ratio between the two nonhomogeneity parameters on mode-II SIFs

由图 2~图 5 可见, 随 FGM-I 和 FGM-II 的非均匀性参数比 β_1/β_2 的减小, 动态应力强度因子峰值和静态应力强度因子值都明显地减小, 当 $\beta_1/\beta_2 = 1$ 时, 应力强度因子的值达到最小, 所以, 减小 FGM-I 和 FGM-II 的非均匀性参数 β_1 和 β_2 的差别, 有利于降低应力强度因子的值, 也就有利于提高功能梯度双材料界面抗冲击断裂的能力. 当 $\beta_1/\beta_2 \neq 1$ 时, 图 1 中的 FGMs 界面为“弱间断”界面, 而且 β_1 和 β_2 差别越大, 则图 1 中的 FGMs 界面的弱间断性越显著, 界面裂纹尖端的动态应力强度因子峰值和静态应力强度因子值都越大, 所以, FGMs 界面的弱间断性是影响应力强度因子的重要因素之一. 当 $\beta_1/\beta_2 = 1$ 时, 图 1 中的 FGMs 界面成为“全连续”界面. 在相同条件下, “全连续”界面的裂纹尖端应力强度因子值总是低于“弱间断”界面的裂纹尖端应力强度因子值.

实际工程中要把所有 FGMs 界面制造为“全连续”界面是不可能也是不必要的. 要减小 FGMs 界面裂纹的应力强度因子, 一个有效途径就是减小界面的弱间断程度, 另一种可能途径是在弱间断与全连续之间寻求一种折衷, 将 FGMs 界面制造成“微间断”界面. 例如, 若以 FGMs 界面某一侧的力学性能函数在界面处的 Taylor 展开式的低阶项作为界面另一侧的力学性能函数, 则界面便成为“微间断”界面. 为了研究界面“微间断性”对应力强度因子的影响, 本文以图 1 中 $\mu_1(y)$ 和 $\rho_1(y)$ 在 $y = 0$ 处的 Taylor 展开式的低阶项分别作为 $\mu_2(y)$ 和 $\rho_2(y)$, 分下面两种情形对冲击载荷 $\sigma_0 H(t)$ 和 $\tau_0 H(t)$ 作用下的界面裂纹应力强度因子进行了有限元模拟计算, 并且在图 6 和图 7 中将相应的模拟计算结果与用积

分变换法得到的弱间断、全连续情况下的结果进行了对比.

情形 A(一阶微间断界面)

$$\left. \begin{aligned} \mu_1(y) &= \mu_0 e^{\beta_1 y}, & \rho_1(y) &= \rho_0 e^{\beta_1 y} \\ \mu_2(y) &= \mu_0 + \mu_0 \beta_1 y, & \rho_2(y) &= \rho_0 + \rho_0 \beta_1 y \end{aligned} \right\} (15)$$

情形 B(二阶微间断界面)

$$\left. \begin{aligned} \mu_1(y) &= \mu_0 e^{\beta_1 y} \\ \rho_1(y) &= \rho_0 e^{\beta_1 y} \\ \mu_2(y) &= \mu_0 + \mu_0 \beta_1 y + \frac{1}{2} \mu_0 \beta_1^2 y^2 \\ \rho_2(y) &= \rho_0 + \rho_0 \beta_1 y + \frac{1}{2} \rho_0 \beta_1^2 y^2 \end{aligned} \right\} (16)$$

其中, 界面的微间断阶次是指所取的力学性能函数的 Taylor 展开式的阶次.

图 6 和图 7 在 $\sigma_0 = \tau_0 \neq 0$ 的条件下, 对弱间断、全连续以及式 (15) 和 (16) 所示的两种微间断等 4 类情况下的应力强度因子进行了对比. 其中, 曲线 A 代表式 (15) 所示的一阶微间断情形, 曲线 B 代表式 (16) 所示的二阶微间断情形, 曲线 C 代表弱间断情形 ($\beta_1/\beta_2 = 2$), 曲线 D 代表全连续情形. 可见, 微间断情形的应力强度因子明显低于弱间断情形, 而与全连续情形较接近, 并且一阶微间断情形的应力强度因子与二阶微间断情形区别很小. 所以, 在不能实现全连续的情况下, 将 FGMs 界面制造成微间断界面便可达到提高界面抗断裂能力 (即界面增韧) 的目的, 而且往往一阶微间断就可使应力强度因子得到明显降低, 实际工程中制造 FGMs 微间断界面时, 不必刻意追求界面的高阶微间断.

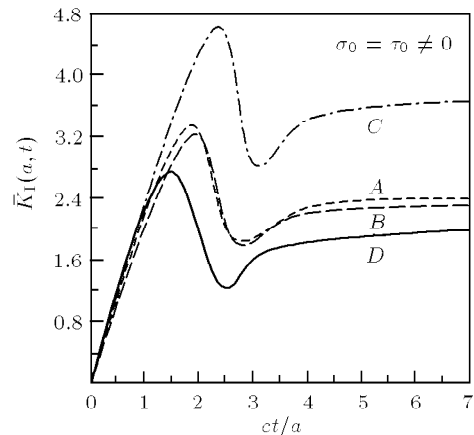


图 6 不同的间断类型对 I 型应力强度因子的影响

Fig.6 The effect of discontinuity types on mode-I SIFs

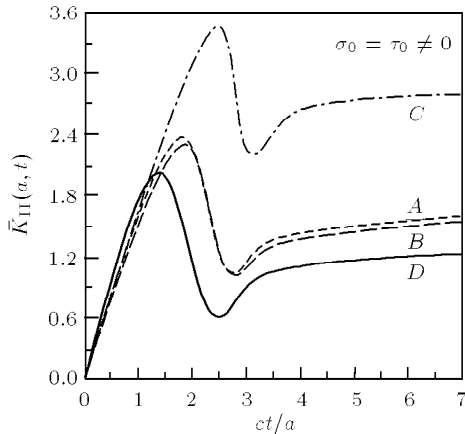


图 7 不同的间断类型对 II 型应力强度因子的影响
Fig.7 The effect of discontinuity types on mode-II SIFs

4 结 论

(1) 提出了强间断、弱间断、微间断、全连续界面的概念和模型，并基于复合材料界面的这 4 大分类指出了复合材料界面增韧的一种可能的新途径，即，减小界面的弱间断程度或使 FGMs 界面具备“微间断性”，都有利于提高功能梯度双材料界面抗冲击断裂能力，在一定程度上达到界面增韧的目的。

(2) FGMs 界面弱间断性是影响界面裂纹应力强度因子的重要因素之一。功能梯度双材料的非均匀性参数差别越大，则界面弱间断性越显著，动态应力强度因子峰值和静态应力强度因子值都越大。

(3) 以界面某侧的力学性能函数在界面处的 Taylor 展开式低阶项作为界面另一侧的力学性能函数，便可构造“微间断”界面。“微间断”情形的应力强度因子值总低于“弱间断”情形。仅取 Taylor 一阶展开式就可使应力强度因子得到明显降低，二阶及以上的高阶展开项对应力强度因子影响较小。

参 考 文 献

- 1 李永东, 张丙喜. 压剪载荷作用下界面裂纹尖端场的研究. 力学学报, 2003, 35(1): 85~89(Li Yongdong, Zhang Bingxi. The study on interfacial crack-tip fields under pressure and shear. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 35(1): 85~89 (in Chinese))
- 2 Tang Liqiang, Li Yongdong, Liu Changhai. Asymptotic analysis of mode II stationary growth crack on elastic-elastic power law creeping bimaterial interface. *Appl Math Mech*, 2004, 25(2): 228~235
- 3 Chen YF, Erdogan F. The interface crack problem for a nonhomogeneous coating bonded to a homogeneous substrate. *J Mech Phys Solids*, 1996, 44: 771~787
- 4 Li CY, Weng GJ. Dynamic stress intensity factors of a cylindrical interface crack with a functionally graded interlayer. *Mech Mater*, 2001, 33: 325~333
- 5 Huang GY, Wang YS, Yu SW. Fracture analysis of a functionally graded interfacial zone under plane deformation. *Int J Solids Struct*, 2004, 41: 731~743
- 6 Kim JH, Paulino GH. Finite element evaluation of mixed-mode stress intensity factor in functionally graded materials. *Int J Numer Methods Engng*, 2002, 53 (8): 1903~1935
- 7 黄干云, 汪越胜, 余寿文. 功能梯度材料的平面断裂力学分析. 力学学报, 2005, 37(1): 1~8(Huang Ganyun, Wang Yuesheng, Yu Shouwen. A new multi-layered model for in-plane fracture analysis of functionally graded materials. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, 37(1): 1~8 (in Chinese))
- 8 李永东, 张男, 唐立强等. 裂纹面摩擦接触引起的断裂韧性增长的研究. 力学学报, 2005, 37(3): 280~286(Li Yongdong, Zhang Nan, Tang Liqiang, et al. Researches on the enhancement of fracture toughness induced by friction between crack faces. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, 37(3): 280~286 (in Chinese))
- 9 Erdogan F, Gupta GD. On the numerical solution of singular integral equations. *Q Appl Math*, 1972, 29(4): 525~534
- 10 Miller MK, Guy TW. Numerical inversion of the Laplace transform by use of Jacobi polynomials. *SIAM J Numerical Analysis*, 1966, (3): 624~635

附 录

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= [(\kappa + 1)B_1 m_1 - i\xi(3 - \kappa)]_{y>0}, & c_{12} &= [(\kappa + 1)B_2 m_2 - i\xi(3 - \kappa)]_{y>0} \\
 c_{13} &= [(\kappa + 1)B_3 m_3 - i\xi(3 - \kappa)]_{y<0}, & c_{14} &= [(\kappa + 1)B_4 m_4 - i\xi(3 - \kappa)]_{y<0} \\
 c_{21} &= (m_1 - i\xi B_1)_{y>0}, & c_{22} &= (m_2 - i\xi B_2)_{y>0}, & c_{23} &= (m_3 - i\xi B_3)_{y<0}, & c_{24} &= (m_4 - i\xi B_4)_{y<0} \\
 d_{11} &= c_{13}(c_{24} - c_{22}) / [(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})] \\
 d_{12} &= c_{23}(c_{12}c_{34} - c_{14}c_{32}) / [(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})] \\
 d_{21} &= c_{14}(c_{21} - c_{23}) / [(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})] \\
 d_{22} &= c_{24}(c_{13}c_{31} - c_{11}c_{33}) / [(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})] \\
 d_{31} &= c_{11}(c_{24} - c_{22}) / [(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})]
 \end{aligned}$$

$$d_{32} = c_{21}(c_{12}c_{34} - c_{14}c_{32})/[(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})]$$

$$d_{41} = c_{12}(c_{21} - c_{23})/[(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})]$$

$$d_{42} = c_{22}(c_{13}c_{31} - c_{11}c_{33})/[(c_{21} - c_{23})(c_{32}c_{14} - c_{12}c_{34}) + (c_{22} - c_{24})(c_{11}c_{33} - c_{31}c_{13})]$$

$$H_{11} = i(c_{11}d_{11} + c_{12}d_{21})/\xi, \quad H_{12} = i(c_{11}d_{12} + c_{12}d_{22})/\xi$$

$$H_{21} = i(c_{21}d_{11} + c_{22}d_{21})/\xi, \quad H_{22} = i(c_{21}d_{12} + c_{22}d_{22})/\xi$$

$$R_{11}(x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{11} e^{i\xi(s-x)} d\xi, \quad R_{12}(x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{12} e^{i\xi(s-x)} d\xi$$

$$R_{21}(x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{21} e^{i\xi(s-x)} d\xi, \quad R_{22}(x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{22} e^{i\xi(s-x)} d\xi$$

$$k_{11}(x, s) = R_{11}(x, s), \quad k_{12}(x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} (H_{12} - \lim_{\xi \rightarrow \infty} H_{12}) e^{i\xi(s-x)} d\xi$$

$$k_{22}(x, s) = R_{22}(x, s), \quad k_{21}(x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} (H_{21} - \lim_{\xi \rightarrow \infty} H_{21}) e^{i\xi(s-x)} d\xi$$

IMPACT FRACTURE ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADIENT BI-MATERIAL INTERFACE WITH WEAK/MICRO-DISCONTINUITY ¹⁾

Li Yongdong^{*,2)} Zhang Hongcai* Jia Bin[†] Tan Wei*

^{*}(Department of Mechanical Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

[†](School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract The concepts are clarified and a classification is suggested with respect to the strong-discontinuous, weak-discontinuous, micro-discontinuous and all-continuous interfaces. A mechanical model is established for impact fracture problems of functionally gradient elastic bi-material interfaces with weak discontinuity. Integral transform is used to derive Cauchy singular integral equation for the crack, and the allocation method is used to obtain numerical solutions. It is indicated that, the weak discontinuity and the micro-discontinuity have significant effects on stress intensity factors, and the micro-discontinuity is a kind of connection of interfacial mechanical property better than the weak discontinuity. By assuming the mechanical property of the FGM at one side of the interface to be the lower-rank terms of Taylor series with respect to that at the other side, the interface will become micro-discontinuous. The first rank micro-discontinuity is enough to reduce the stress intensity factors notably, however, the higher-rank terms, which are equal to or higher than the second rank, have less effect on stress intensity factors. To reduce the weak discontinuity or to make the interface micro-discontinuous are all beneficial to the enhancement of the capacity of the FGMs interface to resist impact fracture, i.e. to the enhancement of the interfacial toughness.

Key words functionally gradient materials, weak-discontinuous interface, micro-discontinuous interface, interfacial crack, stress intensity factor

Received 11 March 2005, revised 29 March 2006.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50574097).

2) E-mail: lydbeijing@163.com