

# 空化、超空化流动的数值模拟方法研究

汤继斌<sup>\*,†</sup> 钟诚文<sup>\*,1)</sup>

<sup>\*</sup>(西北工业大学翼型、叶栅空气动力学国防科技重点实验室, 西安 710072)

<sup>†</sup>(中国航天科工集团三院, 北京 100074)

**摘要** 基于结构化网格, 运用可压缩流 N-S 方程及  $k-\epsilon$  湍流模型对流场进行求解, 在低压区域引入一种基于混合密度函数的空化模型对轴对称体的空化、超空化流动进行了数值模拟. 通过将半球圆柱的计算结果与实验数据和前人的计算结果进行对比, 验证了所发展的数值方法的可靠性. 最后, 采用非定常的数值方法, 研究了钝头体射弹的空化、超空化流动特性, 并模拟了其超空泡的发展过程.

**关键词** 空化, 超空化, 空化模型, N-S 方程, 湍流模型

中图分类号: O352 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2005)05-0640-05

## 引 言

随着水下航行速度增大, 航行器局部表面的流场会产生低压区, 当液体的压力降低到水蒸气压力时, 液体便由水相变为气相, 形成水蒸气, 产生空化现象. 当空化发展到一定程度: 在航行器周围形成一个比较大的气泡包住航行器时, 即产生超空化. 此时航行器的摩擦阻力就会大大降低, 从而可以大大提高航行速度.

当前, 俄罗斯的“风雪”火箭动力鱼雷已名震天下, 是目前世界上唯一已知的超空化武器, 据有关资料报道其速度可高达 370 km/h; 而美国也宣称已经成功地由水下喷枪射出能穿透音障的无动力射弹, 其速度达到数千公里每小时; 还有的科学家设想要设计出比协和式飞机还要快的超空化潜艇, 每秒行进 25 km, 用不了 1 h 就可完成从伦敦到纽约的旅行. 这些超空化武器, 是传统的水中武器远不可比拟的, 因此成为各国研究机构竞相研究的对象.

当前, 对超空化流动的研究主要以实验研究为主, 数值模拟方法正越来越广泛地被应用起来. 目前有基于单相流动<sup>[1]</sup>和多相流动<sup>[2,3]</sup>的两种数值模拟方法. 本文基于液体中含有非均匀分布的不可冷凝小气核的假设, 采用两方程湍流模型求解 N-S 方程, 在低压区引入空化模型, 模拟了轴对称体的空化、超空化流动, 对空化、超空化流动特性进行了分析.

## 1 基本方法

利用可压缩流动 N-S 方程及  $k-\epsilon$  湍流模型对流场进行求解, 在低压区域引入一种基于混合密度函数的空化模型来对空化、超空化流动进行数值模拟.

### 1.1 N-S 方程

质量守恒方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

其中  $t, \rho \mathbf{V}, \mathbf{V}$  和  $\rho$  分别为时间、质量流量、速度矢量和混合密度.

动量守恒方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} u) &= \\ \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} v) &= \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} w) &= \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2004-07-09 收到第 1 稿, 2005-05-23 收到修改稿.

1) E-mail: zhongcw@nwpu.edu.cn

其中  $\tau_{ij}$  为黏性应力项，定义为

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{V}) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{V}) \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{V}) \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

把以上黏性应力项代入动量方程，并把作为小量的黏性项移入动量的源项中，得到 N-S 方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} u) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + S_{Mx} \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} v) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + S_{My} \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} w) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + S_{Mz} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

## 1.2 湍流模型

本文引入标准的  $k-\varepsilon$  模型，湍流黏性  $\nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$ ， $k$  和  $\varepsilon$  的方程分别定义为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) &= \rho G - \rho \varepsilon + \\ &\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) &= C_{\varepsilon_1} \frac{\rho G \varepsilon}{k} - C_{\varepsilon_2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + \\ &\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中

$$G = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} k \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \quad (6)$$

上面使用到的 5 个常数分别为： $C_\mu = 0.09$ ， $C_{\varepsilon_1} = 1.44$ ， $C_{\varepsilon_2} = 1.92$ ， $\sigma_k = 1.0$ ， $\sigma_\varepsilon = 1.3$ 。

标准的  $k-\varepsilon$  模型是一种高雷诺数的模型，在靠近物面的有湍流黏性影响的区域里，需要引入物面函数来加以修正，具体处理方法见文献 [4]。

## 1.3 空化模型

在当前的空化模型中，假设初始流场中含有非均匀分布的不可冷凝小气核，这些小气核在液体中

处于溶解或混合状态，在来流中给定了不可冷凝气体的质量分数，所以整个流动区域的不可冷凝气体的含量都是常数，但其密度随着当地压强的变化而变化。这样，就引入了混合密度函数  $\rho$ ，它和蒸汽质量分数  $f$  的关系如下

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f_v}{\rho_v} + \frac{f_g}{\rho_g} + \frac{1-f_v-f_g}{\rho_l} \quad (7)$$

下标  $v, g$  和  $l$  分别代表蒸汽、气体和液体状态。蒸汽质量分数  $f$  由蒸汽输运方程、质量守恒方程和动量守恒方程联合求解出来。蒸汽输运方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho f) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} f) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla f) + PC_1 + PC_2 \quad (8)$$

其中， $\mathbf{V}$  是速度矢量， $\Gamma$  是有效变换系数， $PC$  是相变率。 $PC_1$  代表气泡的产生和膨胀， $PC_2$  代表气泡的压缩和破裂。 $PC_1$  和  $PC_2$  从描述气泡在液体中的运动特性的 Rayleigh-Plesset 方程 [5] 推导得出。

$$\left. \begin{aligned} PC_1 &= C_1 \frac{v_{ch}}{st} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2(p_{sat} - p)}{3\rho_l}} \cdot (1-f) \\ PC_2 &= C_2 \frac{v_{ch}}{st} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2(p_{sat} - p)}{3\rho_l}} \cdot f \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中， $C_1, C_2$  分别为相变率系数，根据文献 [1]，相变率系数从大量的实验中总结为  $C_1 = 0.02$ ， $C_2 = 0.01$ 。 $v_{ch}$  为当地特征速度（约等于当地的湍流强度）， $st$  为饱和液体的表面张力， $p_{sat}$  为饱和压强。

$$p_{sat} = p_s + p_t \quad (10)$$

$p_s$  为层流流动的饱和压强， $p_t$  为湍流对空化流动的影响，根据文献 [6]， $p_t = 0.39\rho k$ ， $\rho$  和  $k$  分别为当地密度和湍流动能。

## 1.4 数值方法

基于有限体积法，N-S 的对流项采用迎风格式的 Roe 近似黎曼求解方法进行空间离散，时间步的推进采用雅可比迭代隐式格式。边界条件为：入口边界给定来流速度和质量分数；出口边界给定压强；物面边界的速度为零。此外，相应的边界条件还需给出湍流参数。

## 1.5 其它参数

还需考虑的其它重要参数有雷诺数  $Re = \rho_l U_\infty D / \mu_l$ ，压强系数  $C_p = (P - P_\infty) / \left( \frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \right)$ ，和空泡数  $\sigma = (P_\infty - P_c) / \left( \frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \right)$ ，其中  $D$  为圆柱直径， $P_c$  为汽化压强，下标  $l$  代表液体。

### 2 计算结果

#### 2.1 半球圆柱

对照文献 [2] 的实验和计算模型, 对半球圆柱的空化、超空化流动进行了计算. 计算条件:  $Re = 136000$ , 空泡数为 0.3 和 0.2. 计算模型和网格如图 1 所示. 半球圆柱的直径和轴向长度之比为 5.5, 为了与文献 [2] 的结果相比较, 计算区域的出口边界只到半球圆柱的  $x/d = 4.5$  处. C 网格沿物面及其法向的网格点分布为  $250 \times 120$ , 黏性区域的网格分布为  $250 \times 80$ .

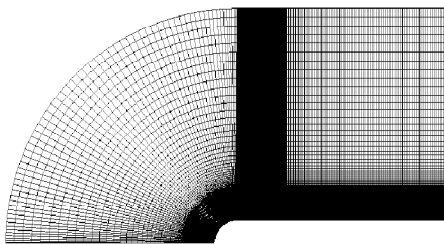


图 1 半球圆柱的计算区域和计算网格

Fig.1 Computational domain and grid of hemispherical body

图 2 和图 4 分别是  $\sigma = 0.3$  时半球柱体的表面压力分布曲线和流场压力等值线, 图 3 和图 5 分别是  $\sigma = 0.2$  时半球柱体的表面压力分布曲线和流场压力云图. 从图中可看到, 在空泡尾部, 由于水流的回射, 在靠近物面区域的压力会急剧增大, 使得沿表面的压力分布曲线出现了一个台阶跃升. 图中的“Kunz cal.”是文献 [2] 中的计算结果, 实验值是由文献 [2] 中获得. 通过对表面压力分布曲线的比较, 发现本文的计算结果与文献 [2] 的实验测量值和计算结果都是比较吻合的.

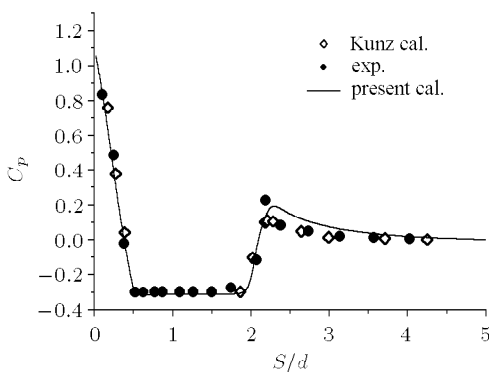


图 2  $\sigma = 0.3$  时半球圆柱表面的压力分布曲线

Fig.2 Pressure distribution over hemispherical body ( $\sigma = 0.3$ )

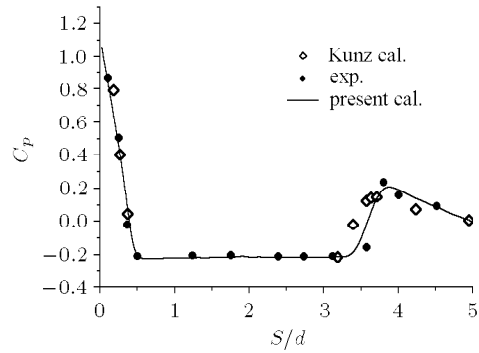


图 3  $\sigma = 0.2$  时半球圆柱表面的压力分布曲线

Fig.3 Pressure distribution over hemispherical body ( $\sigma = 0.2$ )

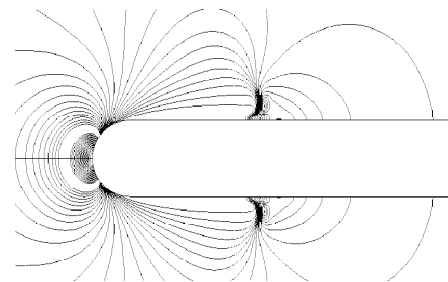


图 4  $\sigma = 0.3$  时半球圆柱表面的压力等值线分布

Fig.4 Pressure contour around hemispherical body ( $\sigma = 0.3$ )

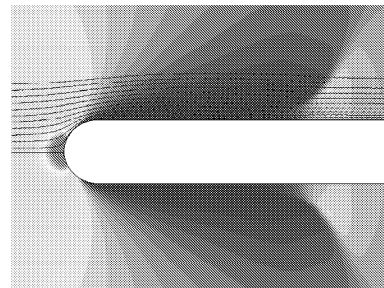


图 5  $\sigma = 0.2$  时半球圆柱表面的压力分布云图

Fig.5 Pressure distribution around hemispherical body

( $\sigma = 0.2$ )

#### 2.2 钝头体射弹

下面通过对一个钝头体射弹在 10m 深的水中发生空化、超空化流动的数值模拟, 研究了该外形的射弹在水中的空化、超空化流动特性. 计算状态为: 攻角  $\alpha = 0^\circ$ , 压强  $P_\infty = 201325 \text{ Pa}$ , 速度分别为 40 m/s, 60 m/s 和 90 m/s. 计算模型和网格如图 6 所示, 计算采用半模. 计算域分为两个区域, 第 1 个区域的网格点沿物面、法向和周向的分布为  $200 \times 150 \times 80$ , 第 2 个区域为射弹尾部区域, 网格点沿轴向、法向和周向的分布为  $150 \times 200 \times 80$ .

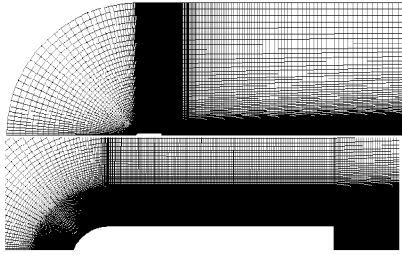


图 6 射弹的计算网格及其局部放大图

Fig.6 Computational grid of axisymmetric projectile

从图 7 可见，在来流速度为 40 m/s 时，射弹的柱体前沿出现低压区域，产生空化现象，尾部产生两个旋涡状的气泡；来流速度为 60 m/s 时，射弹处于临界超空化状态，柱体上附着一层薄薄的气泡，尾部出现两个较大的脱体气泡，气泡与水之间有一层较厚的水汽混合物形成气泡的界面；速度为 90 m/s 时，射弹处于超空化状态，柱体被一个拖曳状的大气泡包围着，流场出现一个较大、较稳定的空化区域。图 8 给出了射弹在空化、临界超空化和超空化状态下的压力等值线分布情况。

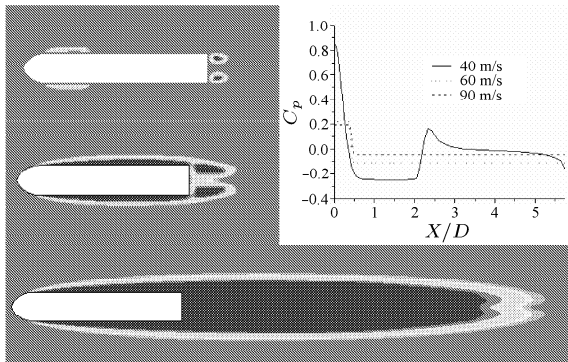


图 7 射弹空化、超空化流动的密度分布比较

Fig.7 Comparison of density distribution around axisymmetric projectile

当空泡数比较小时，由于空泡尺寸较大，在水的作用下空泡形状出现不稳定性，此时需采用非定常流方法进行计算。参考 Farouk 的方法 [3]，这里采用非定常的方法进行超空化流动的求解，为了捕捉到空泡快速的变化过程，计算的时间步长度一般为 0.05 s 以内。图 9 给出了射弹在速度为 60 m/s 时临界超空泡的形成过程，从图中可清楚地看到射弹周围的气泡随着时间步的推进，从开始的小气泡逐

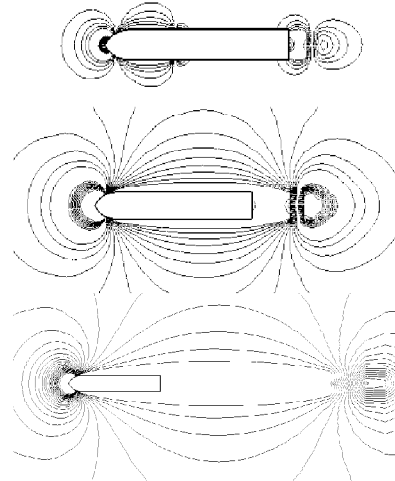


图 8 射弹从空化到超空化流动的压力等值线比较

Fig.8 Pressure contour around axisymmetric projectile from cavitation to supercavitation



图 9  $U_{\infty} = 60 \text{ m/s}$  时射弹的空泡发展过程

Fig.9 Development of supercavitating bubble around axisymmetric projectile ( $U_{\infty} = 60 \text{ m/s}$ )

渐扩大为超空泡的发展过程。图 10 给出了射弹在速度为 90 m/s 时超空泡的形成过程，同图 9 一样，图 10 显示的超空泡的形成过程也是由射弹初始时头部和尾部的两个小气泡，逐渐扩大、汇合、再扩大而形成

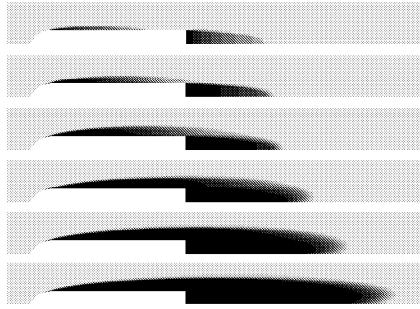


图 10  $U_{\infty} = 90 \text{ m/s}$  时射弹的超空泡形成过程

Fig.10 Development of supercavitating bubble around axisymmetric projectile ( $U_{\infty} = 90 \text{ m/s}$ )

### 3 结 论

基于结构化网格, 运用可压缩流 N-S 方程及  $k-\varepsilon$  湍流模型对流场进行求解, 在低压区域引入一种基于混合密度函数的空化模型对轴对称体的空化、超空化流动进行了数值模拟. 流场的求解采用基于迎风格式的 Roe 近似黎曼求解方法进行空间离散, 时间步进采用雅克比迭代隐式格式. 通过将半球圆

柱的计算结果与实验数据和前人的计算结果进行对比, 验证了所发展的数值方法的可靠性. 最后, 采用非定常的数值方法, 分析了钝头体射弹的空化、超空化流动特性, 并模拟了其超空泡的发展过程.

### 参 考 文 献

- 1 Singhal AK, Athavale MM, Li HY, et al. Mathematical basis and validation of the full cavitations model. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 2002, 124: 617~624
- 2 Kunz RF, Boger DA, Chyczewski TS, et al. Multiphase CFD analysis of natural and ventilated cavitations about submerged bodies. ASME Paper FEDSM99-7364, In: Proceedings of 3rd ASME/JSME J. Fluids Engineering Conference, 1999
- 3 Farouk MO, Ali H Nayfeh. Numerical simulation of super- and partially- cavitating flows over an axisymmetric projectile. AIAA Paper 2001-1042, 2001
- 4 Ciofalo M, Collins MW.  $k-\varepsilon$  predictions of heat transfer in turbulent recirculating flows using an improved wall treatment. *Numer Heat Transfer*, 1989, 15: 21~47
- 5 Brennen CE. *Cavitation and Bubble Dynamics*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1995
- 6 Hinze JO. *Turbulence*, McGraw-Hill Education, 2nd Edition, 1975

## NUMERICAL SIMULATION OF THE CAVITATING, SUPERCAVITATING FLOW BASED ON NAVIER-STOKES EQUATIONS

Tang Jibin<sup>\*,†</sup> Zhong Chengwen<sup>\*,1)</sup>

<sup>\*</sup>(National Key Laboratory of Aerodynamics Design and Research, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

<sup>†</sup>(The 3rd research academy of CASIC, Beijing 100074, China)

**Abstract** In this paper, a numerical simulation method of turbulent cavitating and supercavitating flow around axisymmetric projectiles was presented, in which the compressible Navier-Stokes equations with standard  $k-\varepsilon$  turbulence model and the developed cavity model were used. To assess the numerical method, the simulation results of hemispherical body were compared with the experimental data and other published computations. It is shown that the numerical result by the present cavity model was reliable. Another simulation result of an axisymmetric projectile demonstrated the cavitating and supercavitating characteristics in different velocity. Then, the unsteady method was used to capture the generation of supercavitating bubble and the numerical simulation results were shown in this paper.

**Key words** cavitation, supercavitation, cavity model, Navier-Stokes equations, turbulence model

Received 9 July 2004, revised 23 May 2005.

1) E-mail: zhongcw@nwpu.edu.cn