

# 非牛顿体不稳定流的研究<sup>1)</sup>

王兆印 林秉南 张新玉  
(水利水电科学研究院)

**提要** 本文通过试验和分析研究了非牛顿体明渠不稳定流的机理,阐明了不稳定流的产生和发展是由于流体具有屈服应力。利用这一机理,解释了高含沙洪水的波动和“浆河”现象、冰川流和泥石流的不稳定流和泥石流的阵流现象。

**关键词** 非牛顿体,不稳定性,屈服应力,浆河

## 一、非牛顿体明渠流的不稳定现象

所谓不稳定性,本文是指在恒定的来流和边界条件下,非牛顿体发展成一系列滚波或一阵阵间歇流组成的不稳定流。冰川流、泥石流、泥石流和高含沙水流常出现不稳定现象。这些流动介质可近似看作宾汉体,服从如下方程

$$\tau = \tau_B + \eta \dot{\epsilon} \quad (1)$$

其中  $\tau$  和  $\tau_B$  分别为剪应力和屈服剪应力,  $\eta$  为刚度系数,  $\dot{\epsilon}$  为剪切率,也等于流速梯度。

图1是1965年7月在黑河兰西坡站测到的一次不稳定流<sup>1)</sup>。当含沙量很高时,浑水由牛顿体转化为宾汉体,流动失稳,产生一连串滚波,波高15—26cm,周期8—10分钟。

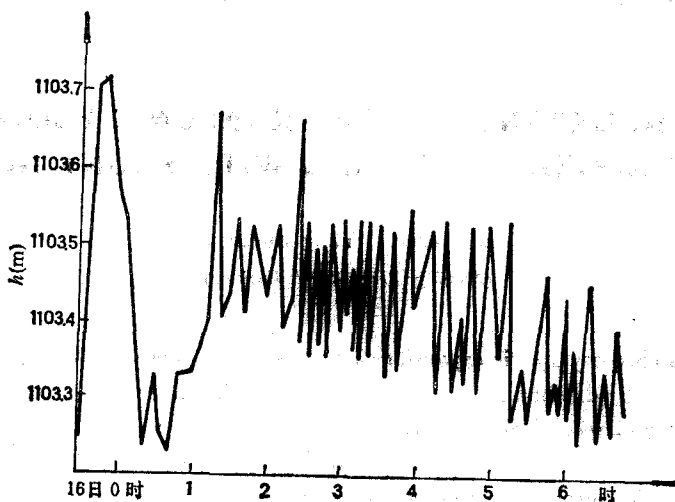


图1 黑河兰西坡站高含沙水流不稳定现象

1) 本文系国家自然科学基金资助项目。  
本文于1988年11月2日收到,1989年11月10日收到修改稿。

此时福氏数小于 0.3, 在如此低福氏数下出现滚波, 在牛顿体中是不可能的。

上述不稳定流继续发展, 可能形成间歇流。一个阵流波过去后, 整个河宽的浆液都停滞不动, 称为“浆河”。下一阵流波来到, 再流动一下, 然后又“浆河”。黄河及其支流发生高含沙水流时, 有时出现浆河现象<sup>[2]</sup>。

泥石流从稀性发展成粘性泥石流时, 也从连续湍流转化为层流阵流。一个阵流通过沟床留下一层粘附浆体, 阵流沿程减小, 最后停在沟床上。接着第二阵, ……。这就是铺床过程。

阵流通过“铺床”后的河道时会发生流量放大。图 2 给出了苏联小阿尔马京卡河 1956 年 8 月 7 日发生的一次含沙量达  $1300\text{kg}/\text{m}^3$  的泥石流的阵流波流量沿程放大过程<sup>[3]</sup>。阵流经过约 8km 河段, 流量从  $30\text{m}^3/\text{s}$  增大到  $490\text{m}^3/\text{s}$ , 而该河正常清水流量仅  $2\text{m}^3/\text{s}$ 。

高浓度泥浆流和冰川流都是非牛顿体, 流动时也有明显的阵流特性。

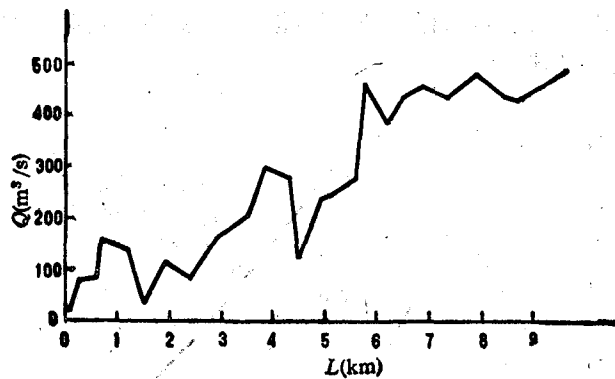


图 2 小阿尔马京长河 1956 年泥石流流量沿程变化

## 二、非牛顿体不稳定流的试验研究

试验介质是一种粘土泥浆。粘土颗粒中径为  $0.004\text{mm}$ 。粘土含量大于  $50\text{kg}/\text{m}^3$  时泥浆成为宾汉体,  $\tau_B$  和  $\eta$  适合以下经验公式

$$\tau_B = 5.4 \times 10^3 C_v^{1/2} (\text{dyn}/\text{cm}^2) \quad (2)$$

$$\eta = \eta_0 (1 + 10^{15} C_v) \quad (3)$$

式中  $\eta_0$  是清水粘度,  $C_v$  是粘土的体积比浓度。

试验在有机玻璃水槽里进行, 槽长  $8.7\text{m}$ , 内宽  $0.1\text{m}$ , 底坡  $J = 0 \sim 0.2$ 。电磁流量计和测量箱分别测进出口流量过程, 快速照相机测流速。由于泥浆粘性很大, 所有组次都是层流。

### 1. 铺床过程

控制进口流量成阵流波, 最大流量  $2 \sim 3\text{l}/\text{s}$ , 历时  $2.5 \sim 4\text{s}$ , 流入空槽时发生铺床过程。

阵流通过空槽时受到的重力分量和阻力分别为  $\rho_m g h J \lambda$  和  $\tau_0 \lambda$ , 其中  $\lambda$  是阵流波长,  $h$  是平均泥深,  $\rho_m$  是泥浆密度,  $\tau_0$  是床面对流体的粘滞阻力。阵流过后留下厚  $h_0$  的浆

液,即单位时间内损耗动量  $\rho_m h_0 U_w^2$ ,  $U_w$  为平均速度. 根据动量定理,有方程

$$-\rho_m h_0 U_w^2 = g \rho_m h J \lambda - \tau_0 \lambda \quad (4)$$

取近似式,  $\tau_0 \approx \tau_B$ ,  $h \approx h_0$ , 可得铺床厚度,

$$h_0 = \tau_B / [\rho_m (gJ + U_w^2 / \lambda)] \quad (5)$$

当  $U_w^2 / \lambda \rightarrow 0$ , 即阵流惯性可忽略时,  $h_0$  达最大值  $h_{0m} = \tau_B / \rho_m gJ$ .  $h_{0m}$  也是泥浆在坡降为  $J$  的斜面上保持静态平衡的最大泥深.

铺床过程之后,床面上有了一层厚  $h_{01}$  的泥浆,再有阵流通过发生衰减或放大现象. 设阵流波体积为  $V_0$ , 通过长  $L$  的河槽后体积为  $V$ ,

$$V = V_0 + B[h_{01} - \tau_B / (\rho_m gJ + \rho_m U_w^2 / \lambda)]L \quad (6)$$

如果  $h_{01}$  接近  $h_{0m}$ , 且  $U_w$  较大, 则式(6)右边第二项为正, 阵流体积沿程放大; 反之如  $h_{01}$  和  $U_w$  较小, 沿程衰减.

图 3 是试验中观测到的阵流通过铺床后的河床发生放大和衰减现象. 其中  $h_{01}$  是铺床后泥深,  $h_{02}$  是阵流通过后的泥深,  $Q_{in}$  和  $Q_{out}$  是进入和流出水槽的流量. 阵流放大过程中虽然使原静止泥浆进入运动, 但流速并不减小. 这是因为流量增加使阻力增加很小, 而重力分量增加较多的缘故.

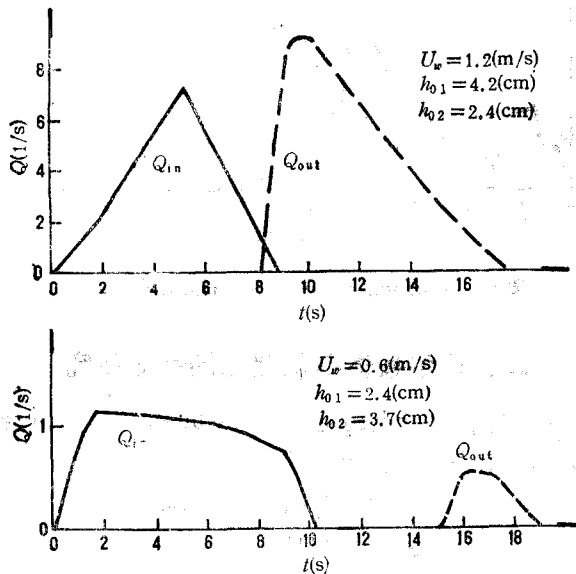


图 3 阵流放大和衰减现象

$$J = 0.07 \quad C_V = 0.18$$

非牛顿体阵流的放大和衰减给流量预报带来很大困难. 如图 2 中泥石流的流量沿程剧烈变化, 一个重要的原因就是原先暂时滞留在河道上的泥石混合物在大流量到来时突然加入流动的缘故.

## 2. 自发高频波动流

钱意颖等人在泥浆水槽试验中观测到, 进口流量恒定时, 下游水位、流量会发生波动,

流量很小时发生间歇流<sup>[4]</sup>。本试验中观测到,流量和泥深较大时,泥浆流保持稳定;而当流量较小时,平均泥深接近  $h_{0m}$ , 泥浆流往下游逐渐生成滚波。开始先出现少数微波, 往下游流动中逐渐长大同时数目增多, 到出口时形成了一连串滚波。在进口流量更小时, 出口波峰流量数倍于进口流量, 波与波之间停止流动数秒, 形成间歇流。表 1 给出了 12 个组次试验的主要参数。试验时进口流量  $Q_{in}$  恒定, 都是层流。断面中上部是流核, 流速相等。表中  $U$  是进口附近平均流速,  $U_w$  是下游 20 个波的平均波速, 它显著大于质点的速度, 似与  $Q_{in}$  成正比。由表可见, 同样泥浆浓度  $C_v$  和比降  $J$  条件下, 泥深愈小, 愈易生成波动流, 而福氏数  $F_r = U/\sqrt{gh}$  不是决定性因素, 这与牛顿体的不稳定流是不同的。这种自发的高频波动由流速、水深的微小随机脉动发展形成, 而这种随机脉动在槽中处处存在, 因此愈往下游波数愈多。但这些波发展到一定程度, 较大的波可追上较小的波合成更大的波, 这种兼并现象使得波数又有所下降。

图 4 给出了 No:1、6、8 的进口流量  $Q_{in}$  和出口流量  $Q_{out}$  的变化过程。 $Q_{in}$  较小的组次出口形成间歇波动流, 波与波之间有较长的停滞时间;  $Q_{in}$  较大的组次不发生间歇

表 1 自发高频波动流特征值

No.	$J$	$C_v$	$Q_{in}(l/s)$	$h(cm)$	$h_{0m}(cm)$	$U(m/s)$	$F_r$	$U_w(m/s)$	流动不稳定特征
1	0.136	0.148	0.75	1.7	1.3	0.44	1.08	1.32	$L = 3.5m$ 以下有滚波, 愈下游愈多
2	0.136	0.169	0.34	2.1	2.0	0.16	0.36		6m以下有滚波, 4m以下有流速波动
3	0.136	0.173	1.10	3.0	2.4	0.37	0.68		没有表面波, 6m以下有流速脉动
4	0.136	0.173	3.40	3.2	2.4	1.06	1.89		没有表面波
5	0.136	0.132	1.37	1.3	0.85	1.05	2.98	1.97	3m以下有滚波, 到下游波前端破碎
6	0.136	0.138	2.30	1.4	1.0	1.64	4.43		4m以下有波
7	0.102	0.138	0.70	1.6	1.3	0.44	1.10	1.39	3m以下有滚波
8	0.102	0.138	1.70	1.7	1.3	1.00	2.45	2.27	5m以下有滚波
9	0.102	0.138	3.40	2.2	1.3	1.55	3.33		没有表面波 出口流量有脉动
10	0.073	0.130	0.50	1.9	1.4	0.26	0.61	0.82	6m以下有小波
11	0.073	0.130	1.40	2.0	1.4	0.70	1.58		没有表面波
12	0.073	0.162	0.40	4.0	3.3	0.10	0.16		没有表面波

No.	$L_1(m)$	$f_1(1/s)$	$A_1(cm)$	$L_2(m)$	$f_2(1/s)$	$A_2(cm)$	$L_3(m)$	$f_3(1/s)$	$A_3(cm)$	出口流量间歇时间(s)
1	4.0	0.83	1.9	6.3	0.94	2.6	8.0	0.86	3.6	0.4~0.9
2				6.5	0.10	0.6	8.5	0.13	2.0	4~10
3										连续、有波动
4										连续
5	4.0	0.90	1.1	6.3	1.88	1.3	8.5	1.77	1.50	0
6				5.2	0.97	0.6	8.5	1.4	1.4	连续、波动
7	4.0	0.47	0.4	6.4	0.77	1.0	8.5	0.84	1.8	0.1~0.4
8				6.5	0.9	0.4	8.5	1.13	1.8	0
9										连续脉动
10				6.5	0.22	0.3	8.5	0.28	0.5	连续脉动
11										连续脉动
12										连续

注:  $U_w$  为平均波速,  $L$  为到进口距离,  $f$  为波动频率,  $A$  为波高。

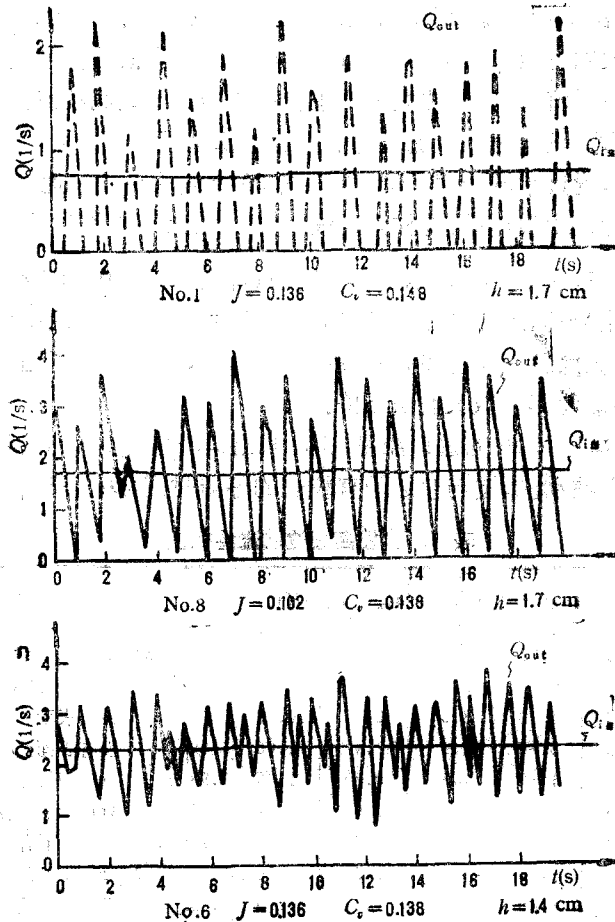


图 4 自发高频波动流的进出口流量过程

流, 波动幅度也较小。

上述自发高频波动流发生在坡降较大、泥深较小的条件下, 与泥石流的高频阵流很相似。云南东川蒋家沟坡降  $J = 0.1$  左右, 一次粘性泥石流往往由几十到上百个阵流组成, 一般平均泥深几十厘米, 与按屈服应力算出的  $h_{om}$  值也很接近。泥石流阵流每阵持续 10—30 秒, 阵间 20—100 秒<sup>[5]</sup>。泥石流阵流的时间比试验中的阵流波长, 这是由于泥石流的几何尺度远大于水槽试验的缘故。根据因次分析, 时间尺度  $\lambda_t$  与几何尺度  $\lambda_L$  (如波的长度、槽的宽度或深度) 有关系

$$\lambda_t = \sqrt{\lambda_L} \quad (7)$$

泥石流的几何尺度比试验中的波动流大数百倍, 因而时间长几十倍。可见这种高频自发波动流与粘性泥石流的阵流现象在本质上是一致的。

### 3. 诱发不稳定流

上述试验时如果  $Q_{in}$  较大, 或  $C_v$  较大而  $J$  较小, 泥深  $h$  较大, 不会产生自发波动, 出口流量  $Q_{out}$  与  $Q_{in}$  相同。但是若在上游加入体积为  $V_0$  的同浓度泥浆, 形成一个叠

加在恒定流上的波,在一定条件下这个波会发展放大,到出口形成体积为 $V$ 的大波,放大系数 $\varphi = V/V_0$ 可达6以上。放大的波峰之后跟随着流量低于 $Q_{in}$ 的波谷,有时还有第二、三个波,但波峰显著降低。一般第一个峰放大的量等于或略大于第一个谷亏损的量,波峰较尖而波谷较宽。有时波谷流量减小到零,即波峰过后残留泥浆停滞不动,如同“浆河”。随着来流使泥深增加,逐渐恢复流动。

这种诱发波动流的频率较低,波动周期是自发高频波的十倍以上,波高和波长也大得多。表2给出了20个组次的试验结果,其中扰动波体积 $V_0$ 从1升到10升不等。当 $Q_{in}$ 很大而 $V_0$ 较小时,扰动波不放大并渐坦化。对一定的 $Q_{in}$ 和 $h$ ,似乎存在一个最佳扰动量 $V_0$ ,能使放大系数 $\varphi$ 达最大。

图5给出了No.15、26、28、31的 $Q_{in}$ 、 $Q_{out}$ 及扰动流量 $Q_0$ 以及距进口1m和5.5m处的水位 $h_{1.0}$ 和 $h_{5.5}$ 的变化过程。流量 $Q_{in}$ 较小的组次No.26和No.31放大倍数很大,并且发生“浆河”现象,而流量较大的组次如No.15,虽然扰动流量 $Q_0$ 也较大,但沿程增大不多。

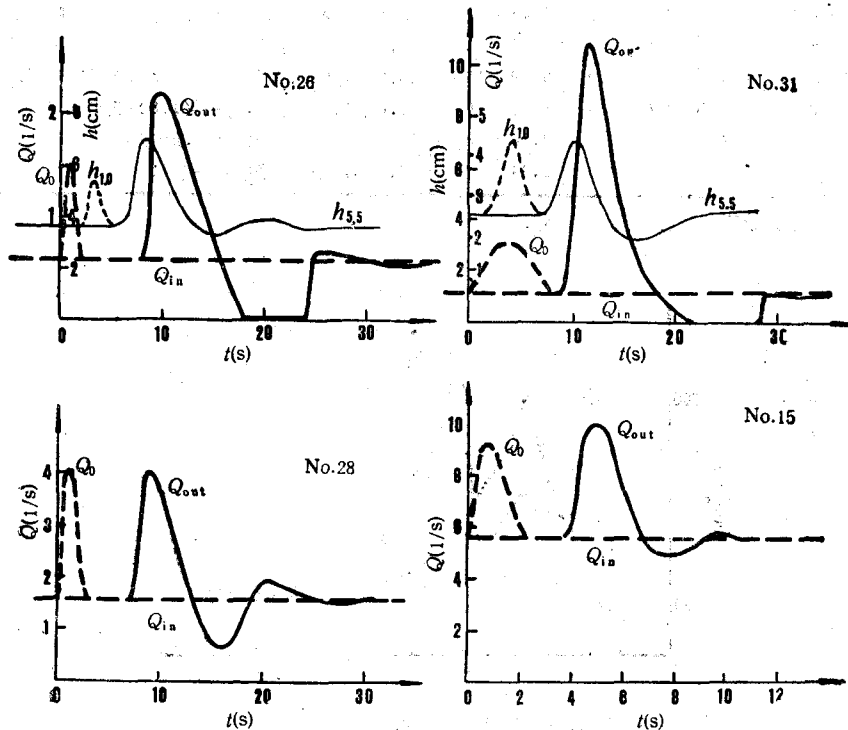


图5 扰动波的发展变化

这种诱发不稳定流与黄河及支流里发生“浆河”及流量波动现象相似。河道断面差异、支流入汇、来流量变化等都可产生初始扰动波。如果高含沙水流是非牛顿体,有可能发展成波动幅度很大的不稳定流甚至“浆河”。图6给出1977年黄河小浪底非牛顿体高含沙水流( $C_v = 0.35$ )流量波动,传播到下游花园口,波动加剧<sup>1)</sup>。这与试验中的放大现

1) 许文勃,俞文俊,黄河下游高含沙水流纪实,黄河水利委员会,(1979)。

表2 诱发不稳定流试验结果

No.	$J$	$C_V$	$Q_{in}$ (l/s)	$h$ (cm)	$h_{om}$ (cm)	$Fr$	$V_0$ (l)	$V$ (l)	$\varphi$	出口流量变化 (l/s)
13	0.103	0.19	1.7	5.0	4.5	0.48	1	3.1	3.1	放大成峰(2.6)-波谷(0.9) <sup>1)</sup>
14	0.103	0.19	1.7	5.1	4.5	0.46	2	4.6	2.3	峰(2.9)-谷0.9-低峰(1.8)-浅谷(1.5)
15	0.103	0.19	5.6	5.9	4.5	1.29	4	6.5	1.6	峰(10)-谷(4)
16	0.0734	0.19	2.1	8.9	6.3	0.25	7	10.0	1.43	峰(5.5)-浅谷(1.7)
17	0.0734	0.19	2.1	9.1	6.3	0.24	3.5	4.4	1.25	峰(3.6)-浅谷(1.8)
18	0.0734	0.19	5.8	10.8	6.3	0.52	8	13.0	1.63	峰(11)-浅谷(5)
19	0.073	0.185	0.57	7.8	5.7	0.08	4	9.0	2.25	高峰(2.5)-断流6s-低峰(0.9)-浅谷(0.5)
20	0.073	0.185	0.75	7.7	5.7	0.11	4	7.0	1.75	峰(4)-断流2s-峰(2)-浅谷(0.4)
21	0.073	0.185	1.2	7.6	5.7	0.18	7	11.0	1.57	高峰(6)-断流2.5s-低峰(3)-浅谷(0.7)
22	0.073	0.185	2.0	8.7	5.7	0.25	3	3.0	1.00	低峰(3.3)没有放大,峰值降低
23	0.073	0.185	2.3	8.7	5.7	0.28	7	11.0	1.57	峰(6)-浅谷(1.8)
24	0.073	0.185	5.8	10.6	5.7	0.54	8	12.5	1.56	峰(11.9)-浅谷(5)
25	0.0734	0.14	2.6	2.7	1.9	1.86	5	6.5	1.30	峰(5.9)-浅谷(2.4)
26	0.048	0.14	0.58	3.6	2.9	0.27	1	6.5	6.5	高峰(2.2)-断流6s
27	0.048	0.14	1.0	3.7	2.9	0.45	1	3.5	3.5	高峰(2.3)-深谷(0.3)-低峰(1.1)
28	0.048	0.14	1.6	3.8	2.9	0.69	3	8.0	2.7	峰(3.8)-谷(0.6)-低峰(2)
29	0.048	0.14	1.6	3.8	2.9	0.69	10	16.0	1.6	峰(5.7)-断流3s-低峰(1.9)-浅谷(1.1)
30	0.048	0.14	2.7	4.0	2.9	1.08	10	12.0	1.2	峰(5.7)-谷(1.8)-低峰(3.1)
31	0.0256	0.12	0.7	4.2	3.0	0.26	8	18.0	2.25	高峰(6.6)-断流7s
32	0.0256	0.12	0.9	4.2	3.0	0.34	7	10.0	1.43	高峰(5.8)-谷(0.5)

1) 括号中数字是波峰和波谷的流量 (l/s).

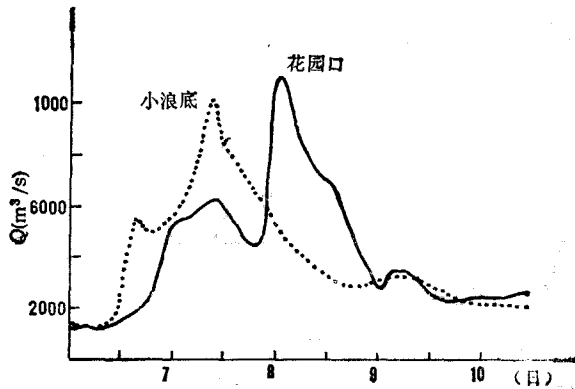


图6 黄河高含沙不稳定流现象

象一致。

### 三、非牛顿体不稳定流的机理

明渠流一维连续方程和动量方程

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = gJ - \frac{\tau_0}{\rho_m h} \quad (9)$$

可化为沿顺特征线的两个常微分方程(10)、(11)和沿逆特征线的两个常微分方程(12)、(13)

$$\begin{cases} dx/dt = U + \sqrt{gh} & (10) \\ \frac{d}{dt} (U + 2\sqrt{gh}) = gJ - \frac{\tau_0}{\rho_m h} & (11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = U - \sqrt{gh} & (12) \\ \frac{d}{dt} (U - 2\sqrt{gh}) = gJ - \frac{\tau_0}{\rho_m h} & (13) \end{cases}$$

在定常均匀流中,  $U$  和  $h$  处处相同, 因而摩擦阻力和沿  $x$  向的重力分量相等, 即  $gJ = \tau_0/\rho_m h$ . 此时若有一微扰动引起各项分别增加  $\Delta U$ 、 $\Delta(2\sqrt{gh})$ 、 $\Delta(\tau_0/\rho_m h)$ , 则式(11)变为

$$\frac{d}{dt} [U + 2\sqrt{gh} + \Delta U + \Delta(2\sqrt{gh})] = gJ - \frac{\tau_0}{\rho_m h} - \Delta\left(\frac{\tau_0}{\rho_m h}\right) \quad (14)$$

从中减去式(11)即得沿顺特征线的扰动方程

$$\frac{d}{dt} [\Delta U + \Delta(2\sqrt{gh})] = -\Delta\left(\frac{\tau_0}{\rho_m h}\right) \quad (15)$$

用同样方法也可得出沿逆特征线的扰动方程

$$\frac{d}{dt} [\Delta U - \Delta(2\sqrt{gh})] = -\Delta\left(\frac{\tau_0}{\rho_m h}\right) \quad (16)$$

对宾汉体层流, 床面剪力  $\tau_0$  可用式(1)表示, 其中  $\delta$  等于床面附近的流速梯度. 在试验中观测到, 当泥浆流速迅速变化时, 床面附近的剪切流动层厚度  $d$  变化很小, 而流速梯度迅速变化. 我们可用  $U/d$  代表流速梯度  $\delta$ . 将  $\tau_0$  的表达式代入沿顺特征线的扰动方程, 可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\Delta U + \Delta(2\sqrt{gh})] \\ = -\Delta\left(\frac{\tau_B}{\rho_m h} + \eta \frac{U}{\rho_m h d}\right) \quad (17) \end{aligned}$$

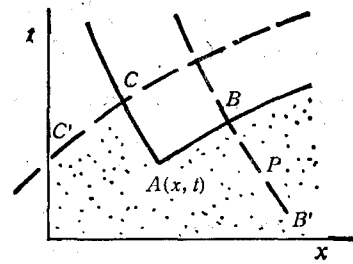


图 7 特征线图

设初始扰动发生在  $A(x, t)$ , 见图 7, 在过  $A$  点的顺特征线上任一点  $B(x_1, t_1)$ , 可找到一条逆特征线  $\widehat{B'B}$  过  $B$  点. 图中阴影区为定常流区,  $U$  和  $h$  保持定常, 因而阻力与重力分量相等. 沿  $\widehat{B'B}$  积分沿逆特征线的扰动方程(16), 得

$$\Delta U - \Delta(2\sqrt{gh}) = \int_{B'}^B \Delta(\tau_0/\rho_m h) dt$$

$\widehat{B'B}$  上的动点  $P$  任意趋近  $B$  时都在定常流区, 所以仅在  $B$  点上  $\Delta(\tau_0/\rho_m h)$  才不为零, 而



$\Delta(\tau_0/\rho_m h)$  为有限值,故

$$\Delta U - \Delta(2\sqrt{gh}) = 0 \text{ 或 } \Delta U = \Delta(2\sqrt{gh}) \quad (18)$$

如泥浆  $\tau_B$  值较大,流量、流速较小时,扰动方程(17)右边第二项可忽略,方程(17)化为

$$\frac{d}{dt} (\sqrt{g/h}\Delta h) = -\frac{1}{2} \Delta \left( \frac{\tau_B}{\rho_m h} \right) = \frac{1}{2} \frac{\tau_B}{\rho_m h^2} \Delta h \quad (19)$$

其中利用了关系式(18)和

$$\Delta(2\sqrt{gh}) = \frac{d}{dh} (2\sqrt{gh}) \Delta h = \sqrt{g/h} \Delta h \quad (20)$$

$$\Delta(\tau_B/\rho_m h) = \frac{d}{dh} \left( \frac{\tau_B}{\rho_m h} \right) \Delta h = -\frac{\tau_B}{\rho_m h^2} \Delta h \quad (21)$$

方程(19)说明,初始泥深扰动  $\Delta h$  因非零  $\frac{1}{2} \tau_B/\rho_m h^2$  的存在而增大,泥深  $h$  愈小,  $\tau_B$  愈大,扰动波放大得愈快. 扰动波发展成涌波后,前部产生较大的局部能量损失,流动连续性破坏,波高、波速不再增大. 这就解释了上节试验资料中为什么泥深较小的组次容易生成滚波.

当流量、流速很大,泥浆有较大的刚度系数  $\eta$  时,扰动方程(17)右边第一项相对于第二项很小,忽略不计,再利用关系式(18),可得

$$\frac{d}{dt} (\Delta U) = -\frac{1}{2} \Delta \left( \frac{\eta U}{\rho_m h d} \right) = -\frac{\eta}{2\rho_m h d} (1 - Fr) \Delta U \quad (22)$$

其中  $Fr = U/\sqrt{gh}$  为福氏数,推导时利用了

$$\Delta \left( \frac{\eta U}{\rho_m h d} \right) = \frac{\eta U}{\rho_m h d} \left( \frac{\Delta U}{U} - \frac{\Delta h}{h} \right) = \frac{\eta}{\rho_m h d} (1 - Fr) \Delta U$$

方程(22)说明,在大流量泥浆流中,只要福氏数小于1,  $\Delta U$  随时间的变化总与  $\Delta U$  反号,因此扰动波总是衰减,流动保持稳定.

方程(19)和(22)仅考虑了摩擦阻力中  $\tau_B$  项为主和  $\eta$  项为主两种极端情况. 在过渡条件下,两个阻力项都要考虑. 综合以上结果并利用式(18),可得

$$\frac{d}{dt} (\Delta U) = \frac{1}{2\rho_m h} \left[ \frac{\tau_B}{\sqrt{gh}} - \frac{\eta}{d} (1 - Fr) \right] \Delta U \quad (23)$$

如果泥浆  $\tau_B$  很大而  $\eta$  很小,那么在很大的流量范围内都会发生不稳定流;如  $\tau_B$  小而  $\eta$  大,则发生不稳定流的流量必须很小. 我们在本试验中发现,浓度低时  $C_V$  愈大愈易出现不稳定流,而  $C_V > 0.17$  时  $C_V$  愈大反而不易出现不稳定流. 由式(3)(4)可知,  $C_V$  低时  $\tau_B$  增长的比  $\eta$  快得多,而  $C_V$  高时  $\eta$  比  $\tau_B$  增长的快. 由于  $\eta$  对不稳定流是一种遏制因素,所以  $C_V$  高时尽管  $\tau_B$  较大还是难以发生不稳定流. 熔岩浆有很大的  $\tau_B$  值,但同时有极高的刚度系数  $\eta$ , 故很少看到岩浆流的不稳定现象.

以上讨论的都是扰动波沿顺特征线的发展变化,而沿逆特征线也有如下扰动方程

$$\frac{d}{dt} [\Delta U - \Delta(2\sqrt{gh})] = -\Delta \left( \frac{\tau_B}{\rho_m h} + \eta \frac{U}{\rho_m h d} \right) \quad (24)$$

图7中,发生在A点的初始扰动除沿  $\widehat{AB}$  向下游传播外,还沿逆特征线  $\widehat{AC}$  向上游

传播。沿  $C'C$  积分沿顺特征线的扰动方程(15), 可得关系式

$$\Delta U = -\Delta(2\sqrt{gh}) = -\sqrt{g/h}\Delta h \quad (25)$$

与以上推导方法相同, 可得沿逆特征线的方程

$$\frac{d}{dt}(\Delta U) = -\frac{1}{2\rho_m h} \left[ \frac{\tau_B}{\sqrt{gh}} + \frac{\eta}{d}(1 - Fr) \right] \Delta U \quad (26)$$

可见, 不论流量大小, 扰动波沿逆特征线总衰减。

#### 四、结 论

具有屈服应力  $\tau_B$  的非牛顿流体可在斜槽中静止滞留一定的厚度  $h_0$ , 因此阵流波流过空槽时发生“铺床过程”。铺床厚度  $h_0$  与  $\tau_B$  成正比, 随  $J$  和  $U^2$  增大而减小。阵流波通过铺床后的河槽时会发生放大或衰减现象, 如原  $h_0$  较大(接近  $h_{0m}$ ), 而且阵流波速度较大, 就会沿程放大, 反之衰减。

在小流量的恒定非牛顿体明渠流中, 摩擦阻力以  $\tau_B$  项为主, 任一微扰动可沿顺特征线放大, 泥深愈小, 放大速度愈快, 恒定流会发展成高频波动流, 如泥石流阵流。较小坡降较大泥深的非牛顿体流不易生成高频波, 但相当强度的扰动可发展成大幅度的水位流量波动, 而且流量波过后可能发生“浆河”现象。

分析证明, 刚度系数  $\eta$  对不稳定流是个遏制因素。大流速时  $\eta$  项为主要阻力项, 不易产生不稳定流。 $\eta$  愈小、 $\tau_B$  愈大, 愈易发生不稳定流。 $\eta$  很高的宾汉体, 如岩浆, 虽然  $\tau_B$  很大, 但很少发生不稳定流。

#### 参 考 文 献

- [1] 钱宁, 西北地区高含沙水流运动机理的初步探讨, 黄河泥沙研究报告选编, 第四集, (1980).
- [2] 钱宁、万兆惠, 泥沙运动力学, 科学出版社, (1983).
- [3] 社依谢列夫等, 论泥石流的最大流量及沿河长的变化, 泥石流译文集, 铁科院西南所, (1979).
- [4] 钱意颖等, 高含沙水流的基本特性, 河流泥沙国际学术讨论会论文集, 光华出版社, (1980).
- [5] 康志成, 云南东川蒋家沟泥石流运动流态特征, 兰州冰川冻土研究所集刊, 第4号, 科学出版社, (1985).

## INSTABILITY OF NON-NEWTONIAN OPEN CHANNEL FLOW

Wang Zhaoyin, Lin Bingnan, Zhang Xinyu

(Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power Research)

**Abstract** The mechanism of instability of non-Newtonian flow in an open channel is studied by means of experiment and theoretical analysis. It is proved that the instability of non-Newtonian flow results essentially from the Bingham yield stress  $\tau_B$  of the fluid. The larger the yield stress, is and the smaller the rigidity coefficient  $\eta$  is, the more unstable the non-Newtonian flow will be. Based on the theory, the phenomena of “river clogging” in hyperconcentrated flow in the Yellow River and its tributaries, the intermittent flow and the “paving way process” in highviscous debris flow, and the instability of glacial flow and mud flow are discussed in the paper.

**Key words** Non-Newtonian flow, instability, bingham yield stress, river clogging