

高超音速粘性流的快速算法¹⁾

薛 具 奎

(西北师范大学, 兰州, 730070)

王 汝 权

(中国科学院计算中心, 北京, 100080)

摘要: 由 Lombard 等人提出的 CSCM-S 算法是求解 Euler 及 Navier-Stokes 方程的高效率方法。但是, 由于该法在整个计算区域上采用总体迭代, 实用上是不经济的。本文提出一种修正方案, 即对超音速流为主的区域用一次推进解法与复杂流动区域用多次扫描, 可大大节省 CPV 时间, 更适于工程应用。

关键词 粘性流, CSCM 算法, 一次推进法, 多重扫描方法

一、引 言

最近十几年, 可压缩流的高效率算法有了很大发展, 其中由 Lombard 等人^[1]提出的 CSCM 算法对求解 Euler 及 Navier-Stokes 方程是非常有效的。许多数值试验表明, CSCM-S 算法比通常的时间相关法适应性更强、收敛速度更快, 该法沿流向采用隐式高斯-赛德迭代, 其他方向用隐式因式分裂格式, 对每个方向解一个主对角线元素占优的块三对角方程。为了处理差分格式中的非线性项, 沿流向推进的每一站也采用牛顿迭代过程。事实上, 对于超音速区为主的大型流场, 这种总体迭代方法是不经济的, 也是可以避免的。本文提出一种修正的 CSCM-S 算法, 在局部复杂流场用总体迭代方法, 而在超音速流为主的区域采用一次推进解法。我们称新方法为 CSCM-C 算法, 数值试验表明, 新算法非常经济, 并能达到所需的精度。

二、基本方程

我们考虑一般曲线坐标下的二维简化 Navier-Stokes 方程^[2]:

$$\hat{j}q_i + \hat{E}_i + \hat{F}_i = \frac{1}{Re} S_i \quad (2.1)$$

其中

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y) \quad (2.2)$$

x, y 代表直角坐标中的两个分量, 其他符号意义如下:

1) 国家自然科学基金的资助项目。

本文于 1990 年 2 月 21 日收到第一稿, 1990 年 12 月 6 日收到修改稿。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{j} &= \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)}, \quad \mathbf{q} = (\rho, \rho u, \rho v, e)^T \\
 \hat{\mathbf{E}} &= \begin{pmatrix} U \\ \rho u U + \xi_x P \\ \rho v U + \xi_y P \\ (e + P)U \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} V \\ \rho u V + \eta_x P \\ \rho v V + \eta_y P \\ (e + P)V \end{pmatrix} \\
 \hat{\mathbf{S}} &= j \mu \begin{pmatrix} 0 \\ (\eta_x^2 + \eta_y^2)u_\eta + \frac{1}{3}(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta)\eta_x \\ (\eta_x^2 + \eta_y^2)v_\eta + \frac{1}{3}(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta)\eta_y \\ \left\{ (\eta_x^2 + \eta_y^2) \left[\frac{1}{2}(u^2 + v^2)_\eta + \frac{(c^2)_\eta}{(\gamma - 1)M_\infty^2 P} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{3}(\eta_x u + \eta_y v)(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta) \right\} \end{pmatrix} \\
 U &= \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v, \quad \xi_x = \bar{f} \xi_x, \quad \xi_y = \bar{f} \xi_y, \\
 c^2 &= \gamma \frac{p}{\rho}, \quad Re = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty L}{\mu_\infty}, \quad A = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{q}}, \quad C = \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \mathbf{q}}
 \end{aligned}$$

速度、密度、温度、粘性及压力分别用 $\bar{v}_\infty, \bar{\rho}_\infty, \bar{T}_\infty, \bar{\mu}_\infty$ 及 $\bar{\rho}_\infty \bar{V}_\infty^2$ 无量纲化。粘性系数 μ 如下确定:

$$\mu = T^{3/2} \frac{(1+c)}{(T+c)}, \quad c = 110.4/\bar{T}_\infty$$

方程(2.1)的边界条件将根据具体问题来确定。

三、二阶精度的 CSCM 格式

实践上,二阶偏心 CSCM 算法不太方便,文[3]研究了 TVD 型的二阶 CSCM 算法。本文将对此类格式给出完整的推导。先讨论单个守恒方程

$$\delta_i q + \partial_\xi f = 0 \quad (3.1)$$

假定 $a = \partial f / \partial u \neq 0$, 我们可以对(3.1)构造出以下一阶偏心格式

$$\delta q + \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{a}{|a|}\right) \nabla_i f + \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{a}{|a|}\right) \Delta_i f = 0 \quad (3.2)$$

其中 $\lambda = \Delta t / \Delta \xi$, $\nabla_i f = f_i - f_{i-1}$, $\Delta_i f = f_{i+1} - f_i$ 。按照 Harten^[4] 的做法,可给出(3.1)的修正方程

$$\delta_i q + \partial_\xi f^M = 0 \quad (3.3)$$

其中 $f_i^M = f_i + \frac{1}{\lambda} g_i$ 叫修正通量

$$\begin{aligned}
 g_i &= S_{i+\frac{1}{2}} \max\{0, \min(\tilde{g}_{i+\frac{1}{2}}, \tilde{g}_{i-\frac{1}{2}} \cdot S_{i+\frac{1}{2}})\} \\
 \tilde{g}_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} (\lambda a_{i+\frac{1}{2}} - \lambda^2 a_{i+\frac{1}{2}}^2) \Delta_{i+\frac{1}{2}} q, \quad S_{i+\frac{1}{2}} = \text{sgn}(\tilde{g}_{i+\frac{1}{2}})
 \end{aligned}$$

构造方程(3.3)的一阶格式,就得到(3.1)的二阶格式,即

$$\delta q + \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{a}{|a|}\right) \nabla_i f^M + \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{a}{|a|}\right) \Delta_i f^M = 0 \quad (3.4)$$

现在讨论守恒型方程组

$$\delta_i q + \partial_i E = 0 \quad (3.5)$$

其中 q 为守恒变量的向量, E 是通向量. 方程(3.5)也可改写为

$$\delta_i q + \Lambda \partial_i q = 0 \quad (3.6)$$

其中 $\Lambda = \partial E / \partial q$ 是雅可比矩阵. 对双曲型方程组(3.6), 下列关系是正确的:

$$\begin{aligned} R^{-1} \Lambda R &= \Lambda \\ R^{-1} \partial_i q &= \partial_i \bar{q} \\ \partial E &= R \Lambda R^{-1} \partial q \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中 Λ 是 Λ 的特征值为其元素的对角阵, \bar{q} 是向量的特征变量. R 及 R^{-1} 为 Λ 的右特征向量阵及左特征向量阵. 利用(3.7), 可将(3.6)化为特征型

$$\delta_i \bar{q} + \Lambda \partial_i \bar{q} = 0 \quad (3.8)$$

上述方程组代表与 N 个特征值相对应的 N 个特征方程. 因此仿照一维情形, 我们有

$$\begin{aligned} \delta \bar{q} + \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{\Lambda}{|\Lambda|}\right) (\Lambda \nabla_i \bar{q}) \\ + \frac{\lambda}{2} \left(1 - \frac{\Lambda}{|\Lambda|}\right) (\Lambda \Delta_i \bar{q}) = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

再利用(3.7), 便可将(3.9)还原为守恒变量的方程

$$\delta q + \lambda \bar{\Lambda}^+ \nabla_i E + \lambda \bar{\Lambda}^- \Delta_i E = 0 \quad (3.10)$$

$$\bar{\Lambda}^\pm = \bar{R} \left(1 \pm \frac{\Lambda}{|\Lambda|}\right) / 2 \bar{R}^{-1} \quad (3.11)$$

其中 \bar{R} 表示矩阵 R 的平均. CSCM 算法利用下列通量差分关系式

$$\Delta E = \bar{\Lambda} \Delta q \quad (3.12)$$

其中 $\bar{\Lambda} = \bar{R} \bar{\Lambda} \bar{R}^{-1}$, $\bar{R} = \bar{M} \bar{T}$, $\bar{R}^{-1} = \bar{T}^{-1} \bar{M}^{-1}$, $\bar{R}^{-1} = \bar{T}^{-1} \bar{M}^{-1}$, 矩阵 \bar{M} , \bar{T} , \bar{M}^{-1} 在[1]中已给出, 不再重复.

利用 $\bar{\Lambda}^\pm \bar{\Lambda} = \bar{R} \left(1 \pm \frac{\Lambda}{|\Lambda|}\right) / 2 \bar{R}^{-1} = \bar{\Lambda}^\pm$, 即可推出一阶精度的 CSCM 格式

$$\delta q + \lambda \bar{\Lambda}^+ \nabla_i q + \lambda \bar{\Lambda}^- \Delta_i q = 0 \quad (3.13)$$

为了得到二阶精度的 CSCM 格式, 我们考虑下列修正方程组

$$\delta_i q + \partial_i E^M = 0 \quad (3.14)$$

$$E_i^M = E_i + G_i / \lambda$$

G_i 的表示式如下:

$$G_i = \sum_{k=1}^m R_i^{k+1/2} g_i^k \quad (3.15)$$

其中 R^k 为 Λ 的第 k 个右特征向量,

$$g_i^k = S_{i+1/2}^k \max\{0, \min[|\bar{g}_{i+1/2}^k|, \bar{g}_{i-1/2}^k \cdot S_{i+1/2}^k]\}$$

$$\tilde{g}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\lambda a^k - (\lambda a^k)^2] (R_{i+\frac{1}{2}}^{-1})^k \Delta_{i+\frac{1}{2}} q$$

$$S_{i+\frac{1}{2}}^k = \text{sgn}(\tilde{g}_{i+\frac{1}{2}}^k)$$

其中 a^k 为矩阵 A 的第 k 个特征值, 利用恒等式

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^m R^k a^k (R^{-1})^k &\equiv A \\ \sum_{k=1}^m R^k |a^k| (R^{-1})^k &\equiv |A| \\ \sum_{k=1}^m R^k (a^k)^2 (R^{-1})^k &\equiv A^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

我们得到

$$\left. \begin{aligned} G_i &= S_{i+\frac{1}{2}} \max[0, \min(|\tilde{G}_{i+\frac{1}{2}}|, \tilde{G}_{i-\frac{1}{2}} \cdot S_{i+\frac{1}{2}})], \\ G_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} (\lambda \text{sgn} A - \lambda^2 A) \Delta_{i+\frac{1}{2}} E, \\ S_{i+\frac{1}{2}} &= \text{sgn} G_{i+\frac{1}{2}} \\ \text{sgn} A &= R \cdot \text{diag} \text{sgn}(a^k) \cdot R^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

最后, 不难写出二阶 CSCM 格式如下

$$\delta q + \lambda \hat{A}^+ \nabla_i E^M + \lambda \hat{A}^- \Delta_i E^M = 0 \quad (3.18)$$

或

$$\delta q + \lambda (\hat{A}^+ \nabla_i q + \hat{A}^- \Delta_i q) + \lambda (\hat{A}^+ \nabla_i G + \hat{A}^- \Delta_i G) = 0 \quad (3.19)$$

四、多次扫描的 CSCM-S 算法

对纯亚音速流及含激波、边界层、涡及它们之间相互干扰的复杂流场来说, CSCM-S 算法是十分有效的。下面将给出 CSCM-S 方法的迭代公式。首先, 对方程组(2.1), 我们有 CSCM 的差分公式

$$\begin{aligned} -\tilde{A}^+ \delta q_{i-1,1}^n - \tilde{C}^+ \delta q_{i,j+1}^n + (1 + \tilde{A}^+ - \tilde{A}^- + \tilde{C}^+ - \tilde{C}^-) \delta q_{ii}^{n+1} \\ + \tilde{A}^- \delta q_{i+1,1}^n + \tilde{C}^- \delta q_{i,j+1}^n = -L^{(n)} q_{ii} \end{aligned} \quad (4.1)$$

为了求解(4.1), 沿主流方向采用对称的推进迭代方法。即, 向前推进用公式

$$\begin{aligned} (-\tilde{C}^+, D, \tilde{C}^-) \delta q^* = -L^{(n,*)} q \\ q^* = q^n + \delta q^* \end{aligned} \quad (4.2)$$

而向后推进用

$$\begin{aligned} (-\tilde{C}^+, D, \tilde{C}^-) \delta q^{n+1} = -L^{(n, n+1)} q \\ q^{n+1} = q^* + \delta q^{n+1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

其中

$$\begin{aligned} D &= 1 + \tilde{A}^+ - \tilde{A}^- + \tilde{C}^+ - \tilde{C}^- \\ L^{(n,*)} q &= -L_n q^n + \tilde{A}^+ (q_i^n - q_{i-1}^n) + \tilde{A}^- \Delta_i q^n \\ L^{(n, n+1)} q &= -L_n q^* + \tilde{A}^+ \nabla q^* + \tilde{A}^- (q_{i+1}^* - q_i^*) \end{aligned}$$

在我们的计算中,粘性项用中心差分并在右端显式算子中出现。

五、一次空间推进的 CSCM 算法

在实际问题中,有许多流场超音速区是其主要的部分,而亚音速区域仅被限制在物面附近的一个薄层内。因此,下游对上游的影响很小。在数学上,这意味着沿主流方向的负特征可以忽略,即在格式(4.2)中可取 $\tilde{A}^- \Delta_i q = 0$; 而向后扫描步(4.3)可以去掉,从而导致一次推进方法。

$$\begin{aligned} (-\tilde{C}^+, D', \tilde{C}^-) \delta q^{n+1} &= -L_q q^* - \tilde{A}^+ \nabla_i q^* \\ D' &= I + \tilde{A}^+ + \tilde{C}^+ - \tilde{C}^- \\ q^{n+1} &= q^* + \delta q^{n+1} \end{aligned} \quad (5.1)$$

在这种情况下,在每一推进站对时间进行迭代,当计算 $n+1$ 站时,我们取 n 站的已知结果作为其初始场,迭代进行到达到定常态为止。除了用通量差分分裂得到一次推进法外,我们还可利用压力分裂法,使二者结合在 CSCM-C 算法中。为简单起见,仅给出一维情形的公式。此时,通量差分可分解如下:

$$\Delta E = \Delta E^+ + \Delta E^- \quad (5.2)$$

其中

$$\begin{aligned} E^+ &= \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x \omega P \\ (e + P)U \end{pmatrix}, \quad E^- = \begin{pmatrix} 0 \\ (1 - \omega)P \\ 0 \end{pmatrix} \\ \omega &= \frac{\sigma \gamma M_\xi^2}{1 + (\gamma - 1)M_\xi^2}, \quad M_\xi = \frac{U}{c \xi_x} \end{aligned}$$

略去(5.2)中的 ΔE^- 项,并用 ΔE^+ 代替方程(4.2)中的 $\tilde{A}^+ \nabla q$, 便得到时间相关的空间一次推进算法。为了将压力分裂法也吸收到 CSCM-C 算法中,我们重新改写 CSCM 公式,令

$$\Delta E^+ = \bar{M} \bar{A} \nabla \bar{q} \quad (5.3)$$

其中

$$\bar{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \bar{u} & 1 & 0 \\ \frac{\bar{u}^2}{2} & \bar{u} & 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} \nabla \bar{q} = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \nabla u + \bar{U} \Delta \rho \\ \bar{\rho} \bar{U} \nabla u + \bar{\xi}_x \nabla (\omega (\gamma - 1) P) \\ \bar{U} \nabla P + \bar{\gamma} \bar{P} \nabla U \end{pmatrix}$$

利用恒等关系 $\nabla(ab) = \bar{a} \nabla b + \bar{b} \nabla a$

我们有

$$\bar{A} \nabla \bar{q} = \bar{M}_p^{-1} (\nabla) \bar{q} \quad (5.4)$$

因此

$$\nabla E = \nabla E^+ = \bar{M} \bar{M}_p^{-1} (\nabla) \bar{q} = \tilde{A}_p^+ \nabla \bar{q} \quad (5.5)$$

其中

$$\tilde{M}_p^{-1}(\nabla) =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \xi_x \nabla & 0 \\ \left(-\frac{\rho \bar{U}}{\bar{\rho}} \bar{u} + \frac{\omega(\gamma-1)\rho}{\bar{\rho}} \xi_x \bar{u}^2 \right) \nabla & \left(\frac{\rho \bar{U}}{\bar{\rho}} - \frac{u(\gamma-1)\rho}{\bar{\rho}} \xi_x \bar{u} \right) \nabla & \xi_x \nabla \omega(\gamma-1) \\ -\frac{\bar{u}^2}{2} \xi_x \nabla (\gamma-1) \omega & & \\ \left[-\frac{\gamma P}{\bar{\rho}} \bar{U} + \bar{U} \left(\bar{u}^2 - \frac{\bar{u}^2}{2} \right) \right] \nabla & \left(\frac{\gamma P}{\bar{\rho}} \xi_x - \bar{U} \bar{u} \right) \nabla & \bar{U} \nabla \end{pmatrix}$$

矩阵 \tilde{M}_p^{-1} 与 \tilde{M}^{-1} 不同, \tilde{M}_p^{-1} 含有参数 ω , 当 $\omega = 1$ 时 $\tilde{M}_p^{-1} \equiv \tilde{M}^{-1}$.

应指出的是, 在定常方程的一次推进算法中, 安全因子 σ 必须小于 1, 其值对计算结果有影响; 而在 CSCM-C 算法中, σ 恒为 1, 且沿推进方向的步长不受限制, 数值计算表明, 压力分裂法与通量差分分裂法的数值解是一致的. 类似的方法曾对通向量分裂格式进行过研究^[5,6], 我们对 CSCM 算法的研究进一步证明了这类算法的有效性.

六、CSCM-C 算法

CSCM-S 算法^[4]是一个总体迭代方法, 现在的算法将整个流场分割为几个子区域, 并将一次推进解法与多重扫描方法结合起来, 形成一个统一的快速算法. 此时, 若用一次推进解法先给出初值, 则总体迭代的 CSCM-S 算法的迭代次数可大为减少, 为了说明 CSCM-C 算法的有效性, 我们研究了平板边界层流动、激波与边界层干扰问题、球-锥轴对称绕流以及凹形钝体附近的复杂流场.

1. 平板超音速边界层流动

来流条件为: $M_\infty = 2$, $Re = 1.65 \times 10^6$, $T_\infty = 221.6K$. 壁温条件为 $T_w = T_\infty$. 计算从平板前的均匀流开始, 取 32×32 的网格, 整个流场计算用一次扫描完成. 图 1、2 分别表示切向速度及温度剖面, 结果与经典的边界层解完全一致.

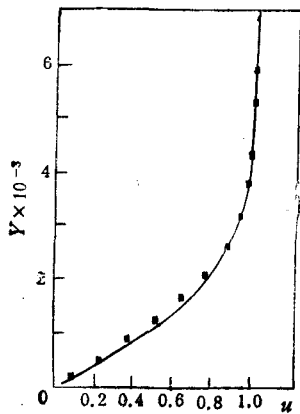


图 1 切面速度剖面
—为 CSCM-C 算法, ■边界层

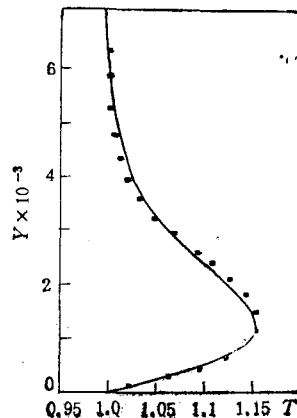


图 2 温度剖面
—为 CSCM-C 算法, ■边界层

2. 激波-边界层干扰问题

考虑绝热壁温的平板边界层流动,其来流条件为: $M_\infty = 2, Re = 2.84 \times 10^5, T_\infty = 293\text{K}$. 设有入射角为 $\theta = 31.3471^\circ$ 的斜激波与平板边界层发生相互干扰. 对此类流动, 无论是否产生分离流, 在干扰区须采用总体迭代方法. 我们先用一次推进解法给出初始流场, 再用 50 次总体扫描即得到定常解. 由图 3 可知, 在非干扰区只须用一次推进解法, 便可达到精确的数值解.

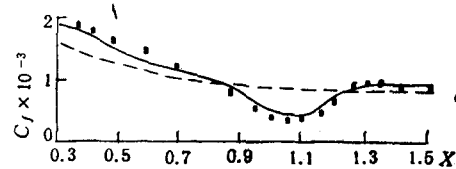


图 3 激波-边界层干扰流动的摩擦系数
---为一次推进法, —为 CSCM-C 算法,
■为数值实验.

3. 球锥组合体的轴对称绕流

Bardina 等人^[2]曾用 CSCM-S 算法计算过此类问题, 其来流马赫数分别取 10.6 及 20, 在计算区域中需用 200 次总体迭代达到定常解. 我们用 CSCM-C 算法计算了同类问题, 来流参数为 $M_\infty = 20, Re = 6000, T_\infty = 256\text{K}, Pr = 0.71, \gamma = 1.4$. 取壁温 $T_w = 1000\text{K}$. 在这种情形, 计算分别对两个子区域进行: 先用 CSCM-S 方法得到头部附近亚、跨音速区域的解, 并作为计算下游流动的初值, 此区域约需 100 次总体迭代. 下游是超音速区为主的长条形区域, 用一次推进解法便可得到所需的数值解. 图 4、5 分别给出物面压力及热流的分布, 它们与文献[7]的计算结果吻合较好.

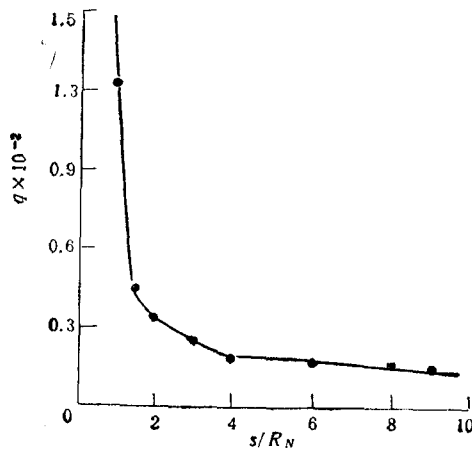


图 4 球-锥表面压力分布
—为 CSCM-C 算法, ●为 VSL 算法^[7]

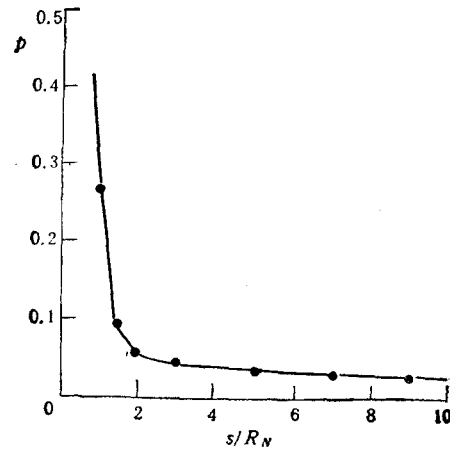


图 5 球-锥表面热流分布
—为 CSCM-C 算法 ●为 VSL 算法

4. 凹形钝体周围的复杂流场

最后, 我们计算了激波、边界层及涡同时存在并有相互干扰的复杂流场. 为了与无粘结果比较, 凹形物体取自[8], 来流条件为:

$$M_\infty = 5, Re = 10^7, T_\infty = 216.7\text{K}, \text{壁温 } T_w = 1600\text{K}.$$

这里我们只给出某些计算结果. 图 6 是物体前的主激波形状, 图 7 表示粘性流及无粘性流的物面压力分布情况. 显然, 在凹形区域有显著差别. 在此情形通过 200 次总体迭代得到所需的流场, 与情形 3 类似, 下游超音速区为主的流动可用一次推进解法求得.

虽然本文未对 CSCM-S 及 CSCM-C 两种算法的 CPU 时间做比较, 文献[5]已提供了这方面的信息。数值试验表明, CSCM-C 算法是既精确又经济的。一般地, 它比 CSCM-S 算法节省一个量级的计算时间。

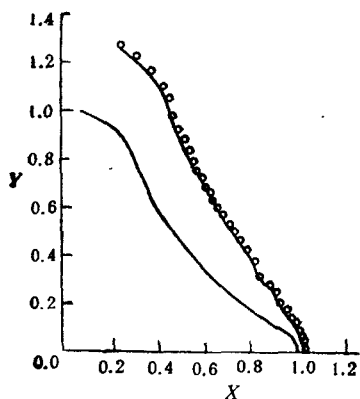


图6 凹形钝体前的激波形状

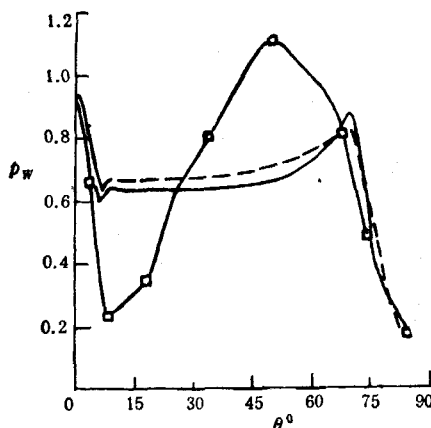


图7 沿凹形物面的压力分布

○为粘性流, —为一阶 CSCM 算法, ...为二阶 CSCM 算法。

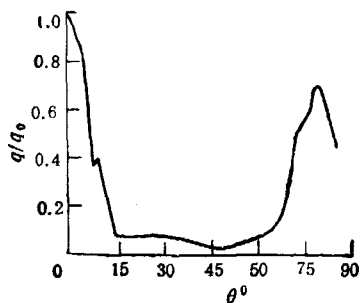


图8 沿凹形物面的热流分布

参 考 文 献

- [1] Lombard C. K. et al., Universal single level implicit algorithm for gasdynamics, NASA CR-166531, 1984.
- [2] Gao Zhi, Simplified Navier-Stokes equations and combined solution on non-viscous and boundary layer equations. *ACTA Mechanica Sinica*, 1982 (6).
- [3] Yang, J. Y. Numerical solution of the two-dimensional Euler equations by second-order upwind difference schemes. AIAA paper, 85—292.
- [4] Harten, A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *J. Comput. Phys.*, 1983 49: 357—393.
- [5] Newsome R. W. et al., An efficient iteration strategy for upwind/relaxation solutions to the thin-layer Navier-Stokes equations. AIAA paper, 87—1113.
- [6] Chang C. L. et al., The relation between flux vector splitting and parabolized schemes. *J. Comput. Phys.*, 1989 80: 344—361.
- [7] Bardina J. et al., Two-dimensional and axisymmetric heat transfer results with the CSCM upwind implicit algorithm. AIAA paper, 1985, 85—0923.
- [8] 焦履琼、王汝权, 三维高超音速球锥粘性绕流的计算, 力学学报, 1981,(4).
- [9] 侯天相、周荣春, 钝体绕流的非正常差分方法, 宇航出版社, 1986.

AN EFFICIENT ALGORITHM FOR HYPERSONIC VISCOUS FLOWS

Xue Jukui

(Northwestern Normal University, Lanzhou, 730070, China)

Wang Ruquan

(Computing Center, Academia Sinica, Beijing, 100080, China)

Abstract The CSCM-S algorithm proposed by Lombard et al.^[1] is very attractive for multidimensional Euler and Navier-Stokes equations. However, it is not economical due to the use of global sweeps in the whole computational domain. In this paper we suggest a modified strategy, which combines a single-marching technique for supersonic dominated region with a multi-sweep procedure for pure subsonic and complex flowfield. The new algorithm may save significantly CPU time and is more suitable for engineering applications.

Key words viscous flow, CSCM algorithm, single-marching technique. multi-sweep procedure