

一个描述脆性材料非线性行为的 损伤力学模型

杨 帆

(华中理工大学力学系, 武汉 430074)

摘要 提出了一个分析和描述脆性材料各向异性损伤的宏观力学模型. 在小变型的情况下, 利用损伤面和损伤势的概念以及材料性能和材料受损后的弹性响应取决于损伤变量而与加载路径无关的假设, 文中导出材料弹性损伤的一般本构关系及联系材料系数与损伤面和损伤势的表达式. 当损伤面和损伤势的构造确定后, 建立了损伤变量的演变方程和材料性能的变化规律. 文中以两种具体材料为例说明该理论模型的应用.

关键词 损伤, 损伤力学, 损伤面, 损伤势, 单向纤维增强复合材料

引 言

在工程材料受载后的变形过程中, 材料内部结构往往会出现不可逆的变化. 这种材料微观机制的改变通过微孔洞或微裂纹的产生与发展表现出来. 它们不仅导致宏观裂纹的出现, 也会弱化材料的整体力学性能; 如: 降低材料的强度、刚度以及断裂韧性, 缩短材料剩余寿命等. 一般地, 称这种材料断裂破坏前材料性能逐渐劣化的现象为损伤. 充分了解和掌握更多有关损伤发展及其对材料宏观响应的影响的信息是进行实际结构使用寿命和安全可靠性分析的先决条件. 近期发展起来的连续损伤力学为处理这些问题提供了一个系统的分析方法. 其主要目的是研究在各种加载和环境条件下, 材料单元中损伤发展并导致破坏的规律.

一般而言, 由于材料单元中微观损伤实体数目众多, 表现形态各异, 精确地描述和分析各个损伤实体是非常困难的. 连续损伤力学通常的做法是为分析材料单元的整体响应, 将含有某一加载历史所导致的内部不可逆耗散机制的材料单元仍看作是连续的、均匀的, 基于不可逆热力学的基本原理及内变量理论, 引进一些力学参量来模拟材料的损伤状态, 建立这些变量的演变方程. 简言之, 就是将微裂纹等的效应结合进材料的本构关系中, 描述受损材料的宏观响应. 这种唯象理论在工程应用中显得实用、方便. 连续损伤力学自五十年代末提出以来, 受到密切地关注, 发展很快, 已结合进金属疲劳、蠕变、蠕变和疲劳的相互作用、金属成型以及延性断裂等问题的研究. 近年来, 这种理论开始广泛应用于分析土壤、岩石、混凝土、陶瓷、聚合物和复合材料的行为.

1992-12-11 收到第一稿, 1995-06-14 收到修改稿.

一个描述脆性材料非线性行为的 损伤力学模型

杨 帆

(华中理工大学力学系, 武汉 430074)

摘要 提出了一个分析和描述脆性材料各向异性损伤的宏观力学模型. 在小变型的情况下, 利用损伤面和损伤势的概念以及材料性能和材料受损后的弹性响应取决于损伤变量而与加载路径无关的假设, 文中导出材料弹性损伤的一般本构关系及联系材料系数与损伤面和损伤势的表达式. 当损伤面和损伤势的构造确定后, 建立了损伤变量的演变方程和材料性能的变化规律. 文中以两种具体材料为例说明该理论模型的应用.

关键词 损伤, 损伤力学, 损伤面, 损伤势, 单向纤维增强复合材料

引 言

在工程材料受载后的变形过程中, 材料内部结构往往会出现不可逆的变化. 这种材料微观机制的改变通过微孔洞或微裂纹的产生与发展表现出来. 它们不仅导致宏观裂纹的出现, 也会弱化材料的整体力学性能; 如: 降低材料的强度、刚度以及断裂韧性, 缩短材料剩余寿命等. 一般地, 称这种材料断裂破坏前材料性能逐渐劣化的现象为损伤. 充分了解和掌握更多有关损伤发展及其对材料宏观响应的影响的信息是进行实际结构使用寿命和安全可靠性分析的先决条件. 近期发展起来的连续损伤力学为处理这些问题提供了一个系统的分析方法. 其主要目的是研究在各种加载和环境条件下, 材料单元中损伤发展并导致破坏的规律.

一般而言, 由于材料单元中微观损伤实体数目众多, 表现形态各异, 精确地描述和分析各个损伤实体是非常困难的. 连续损伤力学通常的做法是为分析材料单元的整体响应, 将含有某一加载历史所导致的内部不可逆耗散机制的材料单元仍看作是连续的、均匀的, 基于不可逆热力学的基本原理及内变量理论, 引进一些力学参量来模拟材料的损伤状态, 建立这些变量的演变方程. 简言之, 就是将微裂纹等的效应结合进材料的本构关系中, 描述受损材料的宏观响应. 这种唯象理论在工程应用中显得实用、方便. 连续损伤力学自五十年代末提出以来, 受到密切地关注, 发展很快, 已结合进金属疲劳、蠕变、蠕变和疲劳的相互作用、金属成型以及延性断裂等问题的研究. 近年来, 这种理论开始广泛应用于分析土壤、岩石、混凝土、陶瓷、聚合物和复合材料的行.

1992-12-11 收到第一稿, 1995-06-14 收到修改稿.

损伤应变增量

$$d\varepsilon_i^d = dC_{ij}\sigma_j \quad (4)$$

材料系数的变化 dC_{ij} 是由现有微缺陷的发展和新生微缺陷的产生所引起。

另外，类似于塑性理论，通过引进应力空间中的损伤势函数 $G = G(\sigma_i, D)$ ，损伤应变增量也可由下面的表达式求得

$$d\varepsilon_i^d = \begin{cases} d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} & \text{当 } F = 0 \text{ 和 } \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} d\sigma_i > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

其中 F 为应力空间中的损伤面函数。 F 也代表初始和后继损伤面函数，它可表示成

$$F(\sigma_i, D) = 0 \quad (6)$$

D 是表述材料损伤程度的内部变量，其值随着损伤发展而改变。实际上，函数 F 代表应力空间中的一个面，它包含了所有不导致损伤进一步发展的加载路径。当应力状态处在 F 面内时，材料行为呈弹性；当应力状态到达 F 的边界时，应力增量可能导致弹性变形或引起材料单元劣化，这取决于应力增量的方向^[2]。

这里将加载过程中由于损伤引起的能量耗散选作损伤变量 D ，其增量形式为

$$dD = \frac{1}{2} \sigma_i d\varepsilon_i^d \quad (7)$$

由方程 (4)、(5) 和 (7)，有

$$\frac{2}{T} dD \cdot \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} = dC_{ij}\sigma_j \quad (8)$$

其中

$$T = \frac{\partial G}{\partial \sigma_u} \cdot \sigma_u$$

方程 (8) 可以写成

$$C'_{ij}\sigma_j = \frac{2}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \quad (9)$$

其中

$$C'_{ij} = \frac{dC_{ij}}{dD}$$

由 Schapery^[3] 所提的材料系数由于损伤引起的变化取决于损伤变量 D 而与具体的应力分量无关的假设以及任何沿着损伤面切线方向的应力增量不会改变当前损伤应变和材料系数值的条件，即：对于满足 $\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \delta \sigma_i = 0$ 的 $\delta \sigma_i$ ，有

当 $\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \delta \sigma_i = 0$ 时

$$C'_{ij} \delta \sigma_j = \frac{\partial \left(\frac{2}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \right)}{\partial \sigma_j} \delta \sigma_j \quad (10)$$

结合此二式, 得

$$C'_{ij} = \frac{\partial \left(\frac{2}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \right)}{\partial \sigma_j} - L_i \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} \quad (11)$$

其中 L_i 为拉格朗日乘子, 其引进是为了同时满足 (10) 中的两式.

由式 (11) 和 (9), 可求得 L_i 为

$$L_i = \frac{2}{p} \left[\frac{1}{T} \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_i \partial \sigma_m} \cdot \sigma_m - \frac{2}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} - \frac{1}{T^2} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_r \partial \sigma_p} \sigma_r \sigma_p \right] \quad (12)$$

其中

$$p = \frac{\partial F}{\partial \sigma_u} \sigma_u$$

将 (12) 代入 (11), 可得下面的方程

$$C'_{ij} = \frac{2}{T} \left[\frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j} - \frac{1}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \frac{\partial G}{\partial \sigma_j} - \frac{1}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_u \partial \sigma_j} \sigma_u - \frac{1}{p} \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_i \partial \sigma_m} \sigma_m - 2 \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} - \frac{1}{T} \frac{\partial G}{\partial \sigma_i} \frac{\partial^2 G}{\partial \sigma_r \partial \sigma_p} \sigma_r \sigma_p \right) \right] \quad (13)$$

方程式 (13) 实际上建立了损伤单元材料系数变化规律与损伤面和损伤势函数之间的关系. 一旦知道 F 和 G 的表达式, 就可确定 C'_{ij} , 因而有

$$C_{ij}(D) = C_{ij}(0) + \int_0^D dC_{ij} \quad (14)$$

$C_{ij}(0)$ 为无损伤时的材料系数.

由方程 (2) 及 (3), 有

$$d\sigma_i = S_{ij}(d\varepsilon_j^r - d\varepsilon_j^d) \quad (15)$$

利用方程 (5)–(7) 以及连续性条件 $dF = 0$, 可求得 (5) 式中的 $d\lambda$ 值为

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_k} S_{kl} d\varepsilon_l^r}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_m} S_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_n} - \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial D} \sigma_m \frac{\partial G}{\partial \sigma_m}} \quad (16)$$

从而最终得到材料单元损伤过程中的应力增量与应变增量的关系式

$$d\sigma_i = S_{ij}^{ed} d\varepsilon_j^r \quad (17)$$

其中

$$S_{ij}^{ed} = S_{ij} - \frac{S_{ik} \frac{\partial G}{\partial \sigma_k} \frac{\partial F}{\partial \sigma_l} S_{lj}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_m} S_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_n} - \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial D} \sigma_m \frac{\partial G}{\partial \sigma_m}} \quad (18)$$

为材料单元损伤过程中的即时弹性损伤切线刚度. 值得注意的是方程式中的 S_{ij} 不再是材料常数. 它与以往的材料损伤历史有关. 方程 (1), (13), (14), (17) 和 (18) 建

立了脆性材料损伤的一般本构表达。这些表达式在数值分析中很有用，也很容易结合进现有的有限元计算程序中去。

2 简化的情形

当取 $G = F$ 时，可简化上面的一些方程式。如式 (14) 可写成

$$C_{ij}(D) = C_{ij}(0) + \int_0^D 2 \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j} + \frac{1}{p} \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} - \frac{1}{p} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_j \partial \sigma_u} \sigma_u + \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_i \partial \sigma_u} \sigma_u \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} \right) + \frac{1}{p^2} \frac{\partial F}{\partial \sigma_i} \frac{\partial F}{\partial \sigma_j} \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_r \partial \sigma_p} \sigma_r \sigma_p \right] dD \quad (19)$$

作为一个例子，考虑 F 的表达式为

$$F(\sigma_i, D) = (R_{ij} \sigma_i \sigma_j)^{1/2} - K(D) = 0 \quad (20)$$

其中 R_{ij} ($R_{ij} = R_{ji}$) 表示各个应力分量对材料损伤状态的影响程度，它取决于材料本身的内部结构； $K(D)$ 是一个状态函数，其值随着 D 的改变而改变。引入两个新的参数：等效应力 σ_0 和等效损伤应变 ε_0^d ，将它们与损伤变量 D 联系起来

$$\sigma_0^2 = R_{mn} \sigma_m \sigma_n, \quad dD = \frac{1}{2} \sigma_i d\varepsilon_i^d = \frac{1}{2} \sigma_0 d\varepsilon_0^d \quad (21)$$

而材料单元的 $\varepsilon_0^d - \sigma_0$ 的关系式由实验确定成如下的形式

$$\varepsilon_0^d = m \sigma_0^n - m \sigma_s^n \quad (22)$$

其中 m, n 是材料常数， σ_s 是损伤起始时的等效应力值，由方程 (18), (19) 和 (21) 得

$$C_{ij}(D) = C_{ij}(0) + \frac{mn}{(n-1)} \left\{ \left[\frac{2(n+1)}{mn} D + \sigma_s^{n+1} \right]^{\frac{n-1}{n+1}} - \sigma_s^{n-1} \right\} R_{ij} \quad (23)$$

$$D = \frac{mn}{2(n+1)} (\sigma_0^{n+1} - \sigma_s^{n+1}) \quad (\text{当 } d\sigma_0 \geq 0) \quad (24)$$

$$S_{ij}^{ed} = S_{ij} - \frac{mn \sigma_0^{m-3} S_{ip} R_{pq} \sigma_q R_{uv} \sigma_v S_{uj}}{1 + mn \sigma_0^{m-3} R_{st} \sigma_s S_{tl} R_{lk} \sigma_k} \quad (25)$$

当 $\sigma_s = 0$ 时，方程 (23) 和 (24) 可简化成 Schapery 文中的结果 [3]。

由方程 (23) 可见，系数 R_{ij} 反映了由损伤引起的材料各向异性性质。方程 (24) 建立了损伤变量 D 随应力状态变化的演变规律。在某一损伤过程中，方程 (23) 用来确定即时的 C_{ij} 值；若卸载，材料系数 C_{ij} 将保持为常数，其值取决于卸载开始时的 D 的大小；当再加载时，只要不超过以往卸载开始时的最大应力水平 σ_0 ，材料单元的损伤 D 以及系数 C_{ij} 保持不变。

增量形式的弹性损伤应力应变关系 (17) 和 (25) 只在材料的损伤过程中有效。因此，对于某一应变增量 $d\varepsilon_i$ ，用方程 (17) 计算应力增量之前，必须首先判断材料单元是否已达到某一特定的损伤状态，否则，应采用弹性的应力应变本构方程 (3)。

简言之, 脆性材料含损伤的完整的应力应变关系应该表述成:

当 $F(\sigma_i, D) = 0$, 和 $\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} S_{ij} d\varepsilon_j^r > 0$ 时, 应使用方程 (17) 和 (18) 或 (25);

当 $F(\sigma_i, D) < 0$, 或 $F(\sigma_i, D) = 0$ 和 $\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} S_{ij} d\varepsilon_j^r \leq 0$ 时, 要采用方程 (3), 其中的 S_{ij} 按照前面的公式是更新后的材料系数.

在用这个模型进行结构的损伤计算时, 一般采用有限元法, 其计算步骤与常见的非线性分析类似, 不同之处是在损伤过程中要不断地修改更新材料系数矩阵中的值.

3 应 用

为验证前面提出的理论模型, 考虑两种实际材料的损伤响应分析.

3.1 有机玻璃 (PMMA)

在室温下, 当材料小变形时, 可将损伤后的材料单元看成各向同性. 在平面问题的情况下, 由文 [1] 中提供的实验, 材料系数 R_{ij} 的值为

$$R_{11} = R_{22} = 1.0, \quad R_{12} = -0.3, \quad R_{66} = 2.6, \quad R_{16} = R_{26} = 0$$

其中的 R_{66} 由 $R_{66} = 2(1 - R_{12})$ 求得. 方程 (22) 中的 σ_0 和 ε_0^d 关系成为

$$\varepsilon_0^d = 1.37 \times 10^{-9} \sigma_0^{4.09} \quad (\sigma_0 \text{ 以 MPa 为单位})$$

此表达式隐含这样一个事实: 当外载一作用到材料单元上, 就会有损伤产生. 但由于采用了幂函数, 当应力水平较低时, 所得的损伤应变值很小, 可以忽略. 此种有机玻璃材料的初始弹性模量 $E_0 = 2.67 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu_0 = 0.385$. 材料系数的变化规律由方程 (23) 导出

$$E_D = E_0(1 + E_0 q D^p)^{-1}$$

$$\nu_D = E_D \left(\frac{\nu_0}{E_0} + 0.3 q D^p \right)$$

其中: $q = 7.58 \times 10^{-4}$, $p = 0.61$. 图 2 和图 3 分别给出了 E_D/E_0 和 ν_D/ν_0 随着应力 σ_0 变化的实测与计算值的比较. 由图中可见, 计算结果与实验吻合较好.

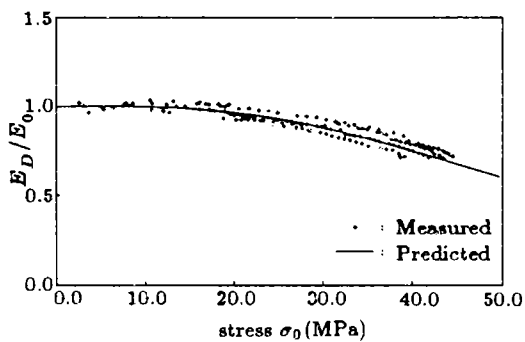


图 2 E_D/E_0 - σ_0 曲线
Fig.2 E_D/E_0 - σ_0 curve

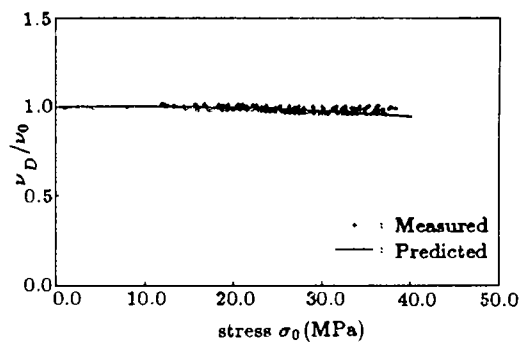


图 3 ν_D/ν_0 - σ_0 曲线
Fig.3 ν_D/ν_0 - σ_0 curve

3.2 单向石墨纤维增强复合材料

这里主要考虑单向 T300 石墨 / 环氧复合材料板受偏轴拉伸时的损伤响应. 材料的纤维体积分数大约为 65%. 其坐标系如图 4 所示. 坐标轴 1 和 2 分别为沿纤维方向和垂直纤维方向; θ 为偏轴拉伸载荷 σ_x 与坐标轴 1 之间的夹角. 材料主轴系下平面问题时的无损材料常数是

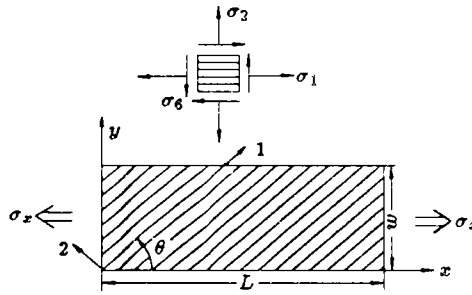


图 4 单向复合材料偏轴拉伸示意图
Fig.4 Unidirectional composite laminate and coordinates

$$E_{11}^0 = 1.25 \times 10^5 \text{MPa},$$

$$E_{22}^0 = 1.11 \times 10^4 \text{MPa},$$

$$\nu_{12}^0 = 0.338,$$

$$G_{12}^0 = 3.3 \times 10^3 \text{MPa}$$

许多研究表明, 当石墨纤维单向复合材料承载时, 由于纤维的强度和刚度都大大高于基体的强度和刚度, 纤维方向的应力应变关系始终保持直线直到最后纤维断裂, 纤维方向的破坏由纤维强度控制. 平行于纤维方向的缺陷如基体裂纹、基体 - 纤维脱胶等不会影响沿纤维方向材料的弹性性质, 但对材料垂直纤维方向的响应以及剪切性能有影响, 可用前面提出的损伤模型来分析.

根据这种材料的特性, 若损伤后材料呈正交各向异性, 在材料主轴下非零的影响系数 R_{ij} 就剩下两个: R_{22} 和 R_{66} . 由文 [4] 提出的方法, 通过一系列的偏轴加载实验, 可以确定方程 (21) 和 (22) 中的材料系数为

$$R_{22} = 1.0, \quad R_{66} = 1.9, \quad m = 0.114 \times 10^{-4}$$

$$n = 1.242, \quad \sigma_s = 9.0 \text{MPa}$$

利用坐标转换公式可得出某一损伤状态下此种复合材料沿加载方向的应力和应变关系

$$\varepsilon_x^r = C_{xx}(D)\sigma_x = C_{xx}(0)\sigma_x + \frac{mn}{(n-1)}(\sigma_0^{n-1} - \sigma_s^{n-1})R_{xx}\sigma_x$$

其中: $\sigma_0 = \sqrt{R_{xx}}\sigma_x$, $R_{xx} = \sin^4 \theta + R_{66} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$, $C_{xx}(0)$ 为偏轴试件的初始弹性模量, 可由下式求得

$$C_{xx}(0) = \frac{1}{E_{xx}^0} = \frac{1}{E_{11}^0} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}^0} - \frac{2\nu_{12}^0}{E_{11}^0} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_{22}^0} \sin^4 \theta$$

图 5—图 9 分别给出偏轴角度 $\theta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ 和 90° 时试件沿加载方向的应力应变关系, 理论曲线能较好地模拟实验结果. 不同 θ 值条件下, 相应的轴向刚度比 $E_{xx}(D)/E_{xx}(0)$ 随轴向应力 σ_x 的变化图形见图 10—图 13. 由图中可见, 模型计算值的变化规律与实际所测量的一致.

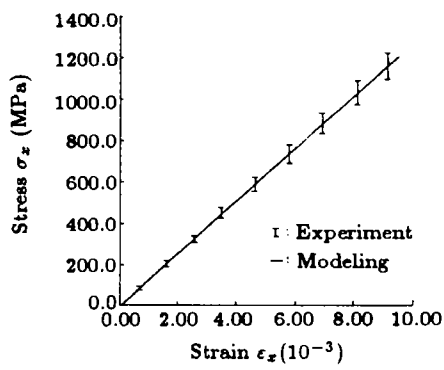


图 5 $\theta = 0^\circ$ 时, σ_x - ϵ_x 曲线
Fig.5 The σ_x - ϵ_x curve for $\theta = 0^\circ$

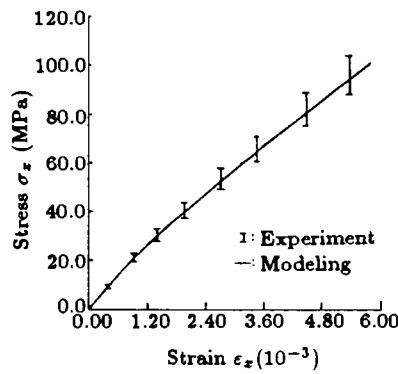


图 6 $\theta = 22.5^\circ$ 时, σ_x - ϵ_x 曲线
Fig.6 The σ_x - ϵ_x curve for $\theta = 22.5^\circ$

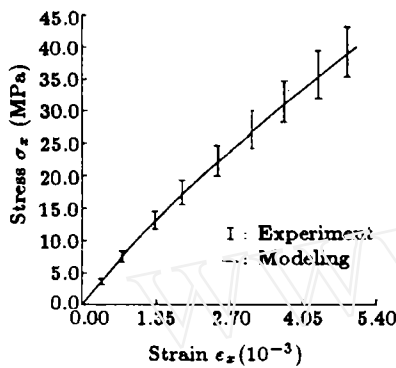


图 7 $\theta = 45^\circ$ 时, σ_x - ϵ_x 曲线
Fig.7 The σ_x - ϵ_x curve for $\theta = 45^\circ$

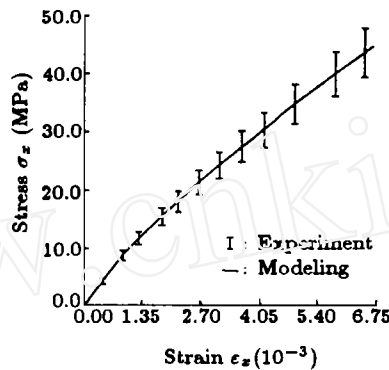


图 8 $\theta = 67.5^\circ$ 时, σ_x - ϵ_x 曲线
Fig.8 The σ_x - ϵ_x curve for $\theta = 67.5^\circ$

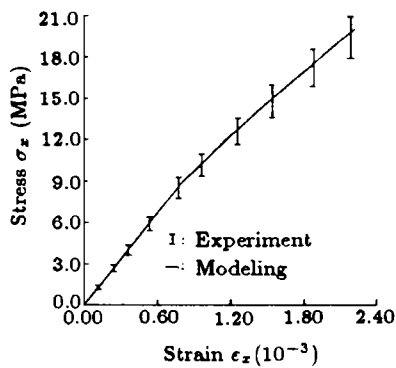


图 9 $\theta = 90^\circ$ 时, σ_x - ϵ_x 曲线
Fig.9 The σ_x - ϵ_x curve for $\theta = 90^\circ$

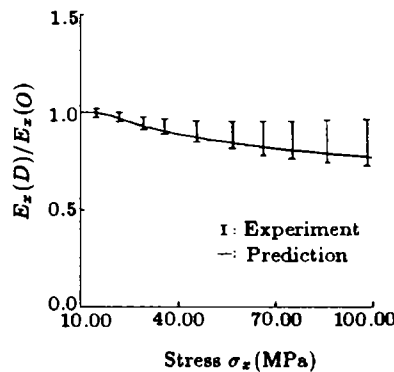


图 10 $\theta = 22.5^\circ$ 时, 刚度变化曲线
Fig.10 The axial modulus variation for $\theta = 22.5^\circ$

由于单向复合材料是复合材料层合板的基本构造单元, 建立了描述单向复合材料损伤的本构关系, 借助某种层合板理论, 就可以分析多向层合板的损伤响应。

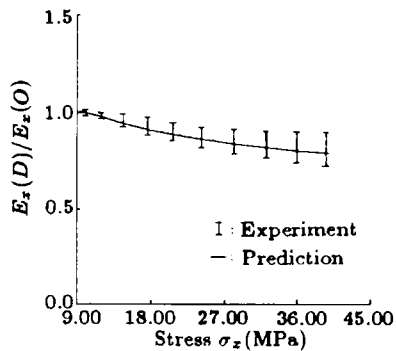


图 11 $\theta = 45^\circ$ 时, 刚度变化曲线
Fig.11 The axial modulus variation
for $\theta = 45^\circ$

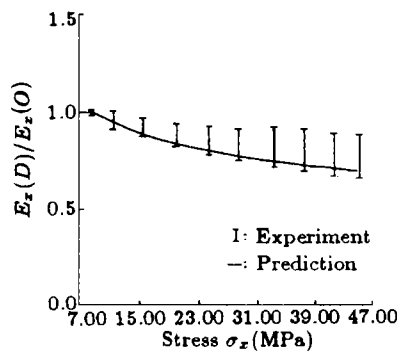


图 12 $\theta = 67.5^\circ$ 时, 刚度变化曲线
Fig.12 The axial modulus variation
for $\theta = 67.5^\circ$

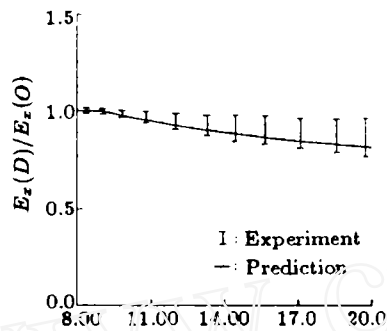


图 13 $\theta = 90^\circ$ 时, 刚度变化曲线
Fig.13 The axial modulus variation for $\theta = 90^\circ$

4 结 论

本文基于损伤力学用材料宏观性能变化反映材料微结构改变的原理, 提出了一个描述脆性材料非线性损伤响应的力学模型. 类似于经典塑性理论中的屈服面和塑性势等的概念, 引入损伤面与损伤势函数及选取一个标量来代表材料的损伤状态, 建立了考虑损伤所引起的材料各向异性的应力-应变关系, 这种本构方程很容易结合进现有的有限元程序来分析结构的损伤响应. 两种材料的实验表明, 所提出的模型是简单有效的, 能够较好地描述损伤引起的材料系数劣化的过程.

应该指出, 本文提出的模型由于采用了“均匀化”的方法, 是一种唯象理论, 因而不能用来分析某一特定的微观缺陷的发展及其周围的微应力应变场. 尽管这种本构理论已经用于考虑某些脆性材料的宏观损伤响应, 如何提出合理的损伤准则用于脆性结构的破坏预测以及推广至弹塑性损伤分析仍有待进一步地深入研究.

参 考 文 献

- 1 Chow CL, Yang F. On one-parameter description of damage state for a brittle material. *Engg Fract Mech*, 1991, 40: 335-343
- 2 Krajcinovic D. Continuous damage mechanics revisited: Basic concepts and definitions. *Trans ASME, J of Appl Mech*, 1985, 52: 829-834

- 3 Schapery RA. A method for mechanical state characterization of inelastic composite laminates with damage. Proc of 7th Int Conf on Fracture. Houston, 1989. 2177-2189
- 4 Chow CL, Yang F. A simple model for brittle composite lamina with damage, *J of Reinforced Plastics & Composites*, 1992, 11: 222-242

A DAMAGE MECHANICS MODEL FOR DESCRIBING NONLINEAR BEHAVIORS OF BRITTLE MATERIALS

Yang Fan

(Department of Mechanics Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract In this investigation, a mechanical model is developed for the characterization of inelastic mechanical responses in brittle materials due to damage when the time and rate dependent behaviors are insignificant. The formulation is based on the concepts of damage surface and damage potential. The approach makes the derivation of evolution law of the material coefficients and the anisotropic constitutive equation of the brittle materials possible, based on the assumption that the changes in material properties due to damage are only relevant to damage variable but independent of stress path. When the forms of damage surface and damage potential are specified, for a particular case, a simplified analysis is illustrated. The applicability and validity of the method are demonstrated by characterizing the behaviors of Polymethylmethacrylate(PMMA) and unidirectional graphite/epoxy composite laminae.

Key words damage mechanics, damage surface, damage potential, unidirectional fiber reinforced composite materials