

钻柱力学基本方程及其应用¹⁾

李子丰 马兴瑞 黄文虎

(哈尔滨工业大学航天工程与力学系, 哈尔滨 150001)

摘要 建立了适用于钻柱几何非线性动力分析的钻柱动力学基本方程, 在此基础上建立了导向钻具三维小挠度静力分析的数学模型、导向钻具三维大挠度静力分析的数学模型、钻柱稳态拉力-扭矩模型.

关键词 钻柱力学, 下部钻具, 导向钻具, 数学模型

引 言

钻柱力学是钻井工程的主要支柱. 对钻柱进行静动态力学分析, 可以达到如下目的: (1) 快速、准确、经济地控制油气井的井眼轨道; (2) 准确地校核钻柱的强度, 优化钻柱设计; (3) 优化油气井井身结构; (4) 及时、准确地诊断、发现和正确处理各类井下问题.

应油气田开发的迫切需要, 自本世纪 50 年代以来针对钻柱力学的某些特殊问题已进行了较广泛、较深入的研究^[1-4], 发表了数以百计的学术论文. 特别是“七五”和“八五”期间国家组织的对定向丛

式井和水平井的科技攻关, 使我国的钻柱力学研究水平大大提高. 但所有的研究工作都是基于某项特殊需要而进行的, 未形成统一的理论, 对某些问题如动力问题和几何非线性问题研究较少, 为此需要对钻柱动力学问题进行系统的研究, 建立统一的理论.

本文首先推导出了适用于钻柱几何非线性动力分析的钻柱动力学基本方程, 然后建立了导向钻具三维小挠度静力分析的数学模型、导向钻具三维大挠度静力分析的数学模型和钻柱稳态拉力-扭矩模型.

为了表达方便, 本文采用了如下三个坐标系, 参见图 1.

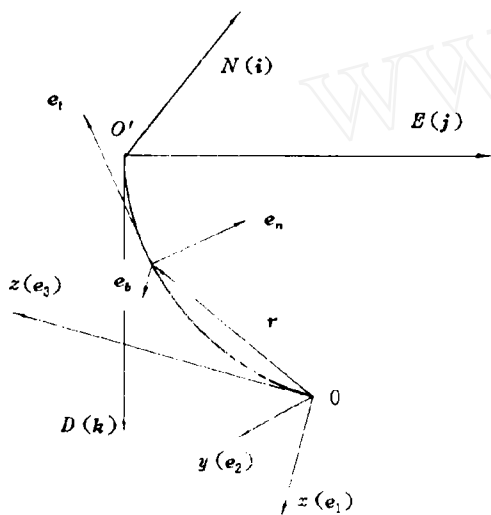


图 1 坐标系
Fig.1 Coordinate systems

¹⁾ 本文系“八五”国家重点科技攻关项目“石油水平井钻井成套技术”的阶段成果.
1994-04-18 收到第一稿, 1994-11-18 收到修改稿.

(1) 直角笛卡尔大地坐标系 $O'NED$ ，原点 O' 取在井口处， N 轴向北，单位矢量为 i ； E 轴向东，单位矢量为 j ； D 轴向下，单位矢量为 k 。

(2) 自然曲线坐标系为 (e_t, e_n, e_b) ，其中 e_t, e_n 和 e_b 分别为钻柱变形线的切线方向、主法线方向和副法线方向的单位向量。

(3) 直角笛卡尔井眼底部坐标系 $oxyz$ ，原点 o 取在钻头处， z 轴沿井眼轴线，指向钻柱上部，单位矢量为 e_3 ； x 轴垂直于 z 轴，指向井眼低边，单位矢量为 e_1 ； y 轴由右手法则确定，单位矢量为 e_2 。

本文基本假设：1) 钻柱处于线弹性变形状态；2) 钻柱横截面为圆形或圆环形；3) 略去剪力对钻柱变形的影响。

1 钻柱动力学基本方程

1.1 几何方程

设钻柱变形线任意一点的矢径为 $r = r(l, t)$ ，其中 l 和 t 分别为钻柱变形前的弧长和时间变量，若用 $s = s(l, t)$ 表示钻柱发生位移和变形后的曲线坐标，由微分几何可知

$$\left. \begin{aligned} e_t &= \frac{\partial r}{\partial s} \\ \frac{\partial e_t}{\partial s} &= k_b e_n \\ \frac{\partial e_n}{\partial s} &= k_n e_b - k_b e_t \\ \frac{\partial e_b}{\partial s} &= -k_n e_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中， k_b 和 k_n 分别为 r 点的曲率和挠率

$$\left. \begin{aligned} k_b^2 &= \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} \\ k_n &= \frac{\left(\frac{\partial r}{\partial s}, \frac{\partial^2 r}{\partial s^2}, \frac{\partial^3 r}{\partial s^3} \right)}{k_b^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

1.2 运动平衡方程

取钻柱微元受力如图 2 所示，运动状态如图 3 所示，其中 F 表示内力， h 表示单位长度钻柱上的外力， M 表示钻柱的内力矩， m 表示单位长度钻柱上的外力对钻柱中心 O_2 的矩， H 表示单位钻柱对井眼中心 O_1 的动量矩。通过受力分析，建立如下运动平衡方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial s} + h &= \frac{\partial^2(A\rho r)}{\partial t^2} \\ h &= f + qk \\ A &= \pi(R_o^2 - R_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

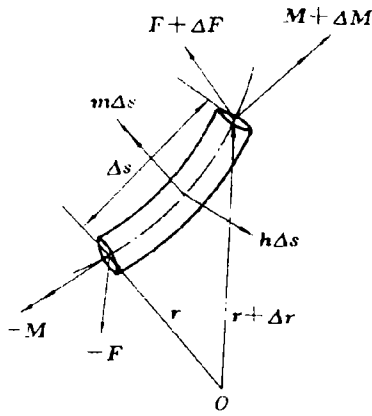


图 2 微元受力分析
Fig.2 Forces on element of drill stem

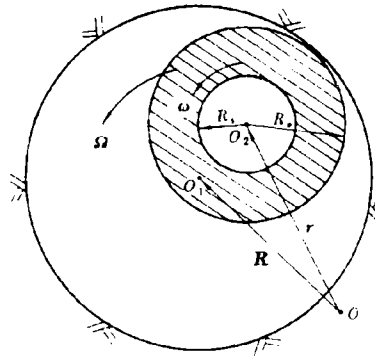


图 3 钻柱自转和公转
Fig.3 Rotation and whirling of drill stem

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial s} + \mathbf{e}_t \times \mathbf{F} + \mathbf{m} &= \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \mathbf{H} &= A\rho(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{r} - \mathbf{R})] + I_o\boldsymbol{\omega} \\ I_o &= \frac{A\rho}{2}(R_o^2 + R_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, A 为钻柱的截面积, ρ 为钻柱材料密度, t 为时间, q 为单位长度钻柱的浮重, f 为单位长度钻柱的表面力矢量, $\boldsymbol{\Omega}$ 为钻柱绕井眼中心公转角速度矢量, $\boldsymbol{\omega}$ 为钻柱自转角速度矢量, I_o 为单位长度钻柱绕自身轴线的转动惯量, R_o 为钻柱外径, R_i 为钻柱内径, \mathbf{R} 为井眼中心的矢径.

1.3 本构方程

设钻柱的抗弯刚度为 EI , 抗扭刚度为 GJ , 忽略剪力的影响. 则本构方程为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M} &= EI \left(\mathbf{e}_t \times \frac{\partial \mathbf{e}_t}{\partial s} \right) + GJ \frac{\partial \gamma}{\partial s} \mathbf{e}_t \\ F_t &= EA \left(\frac{\partial s}{\partial l} - 1 \right) \\ T &= GJ \frac{\partial \gamma}{\partial s} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中, E 为弹性模量, I 为截面惯矩, G 为剪切弹性模量, J 为截面极惯矩, γ 为钻柱的扭转角, F_t 为钻柱的轴向拉力, T 为钻柱的扭矩.

2 导向钻具三维小挠度静力分析的数学模型

2.1 补充假设

为了研究方便, 在基本假设基础上作如下补充假设: 1) 下部钻具各结构单元的材料性质分段保持为常数; 2) 钻头与地层间无弯矩存在; 3) 井壁与井眼轴线平行, 在接触点或稳定器处对钻具刚性支撑; 4) 在切点以上钻柱躺在井壁下边; 5) 略去钻柱、钻井液的动力效应; 6) 施加于钻具上的扭矩可以沿钻柱有所变化, 但分段为常量; 7) 钻柱的挠度相对于其长度为小量; 8) 钻柱的轴向变形为小量; 9) 钻柱绕自身轴线旋转.

2.2 微分方程

下部钻具为纵横弯曲梁柱，由 $n - 1$ 个稳定器、接触点分割成 n 个独立结构单元，处于三维弯曲井眼里，受自重、钻压、扭矩、井壁支撑反力及钻井液静水压力等作用，产生空间弯曲变形。井眼轴线用 $\mathbf{R} = X\mathbf{e}_1 + Y\mathbf{e}_2 + Z\mathbf{e}_3$ 表示。钻柱轴线用 $\mathbf{r} = U\mathbf{e}_1 + V\mathbf{e}_2 + W\mathbf{e}_3$ 表示。

由补充假设 (5)，(8) 和 (9) 可得 $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0$, $\mathbf{f} = 0$, $l = s$ ；对于第 i 段钻柱，若其参量加下标 i ，则其运动平衡方程和本构方程分别简化为

$$\frac{d\mathbf{F}_i}{dl} = -q_i \mathbf{k} \tag{6}$$

$$\frac{d\mathbf{M}_i}{dl} = -\mathbf{e}_{ti} \times \mathbf{F}_i \tag{7}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_i &= E_i I_i \left(\mathbf{e}_{ti} \times \frac{d\mathbf{e}_{ti}}{dl} \right) + G_i J_i \frac{d\gamma_i}{dl} \mathbf{e}_{ti} \\ T_i &= G_i J_i \frac{d\gamma_i}{dl} \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

根据上述三个基本方程和补充假设 7)，导出如下导向钻具三维小挠度微分方程组

$$\left. \begin{aligned} E_i I_i U_i'''' &= -T_i V_i'''' + (q_i l \cos \alpha_i - B_i) U_i'' + q_i U_i' \cos \alpha_i + q_i \sin \alpha_i \\ E_i I_i V_i'''' &= T_i U_i'''' + (q_i l \cos \alpha_i - B_i) V_i'' + q_i V_i' \cos \alpha_i \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

$(i = 1, 2, \dots, n)$

式中

$$(\quad)' = \frac{d(\quad)}{dl}, \quad (\quad)'' = \frac{d^2(\quad)}{dl^2}, \quad (\quad)''' = \frac{d^3(\quad)}{dl^3}, \quad (\quad)'''' = \frac{d^4(\quad)}{dl^4}$$

其中， l 为沿钻柱轴线的曲线坐标，以 i 段钻柱底端为起点； α_i 为井斜角； U_i 为 x 方向位移或坐标； V_i 为 y 方向位移或坐标； B_i 为 i 段钻柱下部 z 方向的压力， $i = 1$ 时为钻压。

2.3 导向钻具上弯角及装置角的数学处理

假设位于第 $i - 1$ 个稳定器与第 i 个稳定器间的第 i 段钻柱 (图 4) 上有 $m - 1$ (一般 $m = 1, 2$ 或 3) 个弯角将该段钻柱分为 m 个直杆部分，弯角及装置角分别为 $\theta_{i1}, \omega_{i1}, \theta_{i2}, \omega_{i2}$ ，各部分的长度分别为 L_{i1}, L_{i2}, L_{i3} (若仅有一个弯角，则 $\theta_{i2} = 0, L_{i3} = 0$)。位移函数分别为 $U_{i1}, V_{i1}, U_{i2}, V_{i2}, U_{i3}, V_{i3}$ 。若已知 OA 部分的位移函数 $U_{i1}, V_{i1} (0 \leq l \leq L_{i1})$ ，根据相邻函数定理可将 AB 段位移函数用如下近似式表示

$$\left. \begin{aligned} U_{i2} &= U_{i1} - \frac{\sin \theta_{i1} \cos \omega_{i1} \sin[k_i(l - L_{i1})]}{k_i} \\ V_{i2} &= V_{i1} + \frac{\sin \theta_{i1} \sin \omega_{i1} \sin[k_i(l - L_{i1})]}{k_i} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

$(L_{i1} \leq l \leq L_{i1} + L_{i2})$

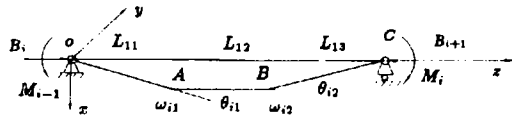


图 4 弯角和装置角
Fig.4 Bend angles and toolface rotation

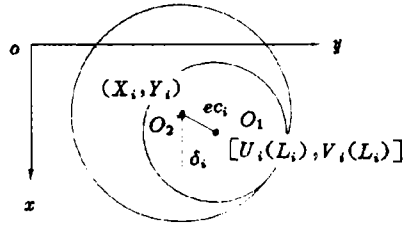


图 5 稳定器偏心
Fig.5 Eccentricity of stabilizer

BC 段位移函数用如下近似式表示

$$\left. \begin{aligned} U_{i3} &= U_{i1} - \frac{\sin \theta_{i1} \cos \omega_{i1} \sin[k_i(l - L_{i1})]}{k_i} - \frac{\sin \theta_{i2} \cos \omega_{i2} \sin[k_i(l - L_{i1} - L_{i2})]}{k_i} \\ V_{i3} &= V_{i1} + \frac{\sin \theta_{i1} \sin \omega_{i1} \sin[k_i(l - L_{i1})]}{k_i} + \frac{\sin \theta_{i2} \sin \omega_{i2} \sin[k_i(l - L_{i1} - L_{i2})]}{k_i} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$(L_{i1} + L_{i2} \leq l \leq L_i = L_{i1} + L_{i2} + L_{i3})$

式中

$$k_i = \sqrt{\frac{B_i + B_{i+1}}{2EI}}$$

2.4 边界条件及连续条件

钻头处 根据笛卡尔参考坐标系的取法, 钻头位移为零, 钻头与地层间无弯矩作用, 为此

$$\left. \begin{aligned} U_1^2(0) + V_1^2(0) &= 0 \\ [U_1''(0)]^2 + [V_1''(0)]^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

稳定器或接触点处 在各稳定器或接触点处, 钻柱位于井眼中心或在某一方向上偏离井眼中心一定距离 (图 5), 稳定器两侧钻柱的位移及其一次导数连续、弯矩连续.

$$\left. \begin{aligned} U_i(L_i) &= U_{i+1}(0) = X_i + ec_i \cos \delta_i \\ V_i(L_i) &= V_{i+1}(0) = Y_i + ec_i \sin \delta_i \\ U_i'(L_i) &= U_{i+1}'(0) \\ V_i'(L_i) &= V_{i+1}'(0) \\ E_i I_i U_i''(L_i) &= E_{i+1} I_{i+1} U_{i+1}''(0) \\ E_i I_i V_i''(L_i) &= E_{i+1} I_{i+1} V_{i+1}''(0) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中, ec_i 为偏心距, δ_i 为偏斜角, X_i 为稳定器或接触点处 x 方向的坐标, Y_i 为稳定器或接触点处 y 方向的坐标.

切点处 钻柱在切点处的状态是很难精确计算的, 但一般认为在切点处钻柱躺在井壁下侧, 斜率与曲率与井眼轴线基本一致, 为此

$$\left. \begin{aligned} U_n(L_n) &= X_n + \frac{D_w - D_{on}}{2} \\ V_n(L_n) &= Y_n \\ U'_n(L_n) &\approx X'_n \\ V'_n(L_n) &\approx Y'_n \\ U''_n(L_n) &\approx X''_n \\ V''_n(L_n) &\approx Y''_n \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中, D_w 为井眼直径, D_{on} 为切点处钻柱外径.

井壁约束 钻柱变形受到井壁的限制, 对任意一点均必须满足

$$\sqrt{(U_i - X)^2 + (V_i - Y)^2} \leq \frac{D_w - D_{oi}}{2} \quad (15)$$

式中, D_{oi} 为 i 段钻柱外径.

3 导向钻具三维大挠度静力分析的数学模型

3.1 补充假设

本部分补充假设除不要求钻柱的挠度相对于其长度为小量外, 其余与 2.1 相同.

3.2 微分方程

下部钻具组合由 $n-1$ 个稳定器、弯角或接触点分割成 n 个独立结构单元. 根据方程 (6), (7) 和 (8), 推导出下部钻具三维静力大挠度微分方程组

$$\left. \begin{aligned} (V'_i W''''_i - W'_i V''''_i) E_i I_i + T_i U''_i &= S_{yi} W'_i - (l q_i \cos \alpha_i - B_i) V'_i \\ (W'_i U''''_i - U'_i W''''_i) E_i I_i + T_i V''_i &= (l q_i \cos \alpha_i - B_i) U'_i - (S_{xi} - l q_i \sin \alpha_i) W'_i \\ (U'_i V''''_i - V'_i U''''_i) E_i I_i + T_i W''_i &= (S_{xi} - l q_i \sin \alpha_i) V'_i - S_{yi} U'_i \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中, S_{xi} 为 i 段钻柱下部 x 方向的分力, $i=1$ 时为降斜力; S_{yi} 为 i 段钻柱下部 y 方向的分力, $i=1$ 时为增方位力.

当 $l=0$ 时, 由 (16) 前两式得出

$$\left. \begin{aligned} S_{yi} &= \frac{[V'_i(0) W''''_i(0) - W'_i(0) V''''_i(0)] E_i I_i + T_i U''_i(0) - B_i V'_i(0)}{W'_i(0)} \\ S_{xi} &= - \frac{[W'_i(0) U''''_i(0) - U'_i(0) W''''_i(0)] E_i I_i + T_i V''_i(0) + B_i U'_i(0)}{W'_i(0)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

3.3 边界条件和连续条件

钻头处

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_1(0) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{r}_1''(0) &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

稳定器或接触点处

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_i(L_i) &= \mathbf{r}_{i+1}(0) = (X_i + ec_i \cos \delta_i) \mathbf{e}_1 + (Y_i + ec_i \sin \delta_i) \mathbf{e}_2 + Z_i \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{r}'_i(L_i) &= \mathbf{r}'_{i+1}(0) \\ E_i I_i \mathbf{r}''_i(L_i) &= E_{i+1} I_{i+1} \mathbf{r}''_{i+1}(0) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中, X_i, Y_i, Z_i 为 i 段钻柱右端的井眼中心坐标.

弯角处 弯角两侧钻柱坐标连续, 导数有一个与弯角和装置角有关的差值, 弯矩连续、内力连续, 为此

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_i(L_i) &= \mathbf{r}_{i+1}(0) \\ \mathbf{r}'_i(L_i) &= [U'_{i+1}(0) + \sin \theta_i \cos \omega_i] \mathbf{e}_1 + [V'_{i+1}(0) - \sin \theta_i \sin \omega_i] \mathbf{e}_2 \\ &\quad + \sqrt{1 - [U'_{i+1}(0) + \sin \theta_i \cos \omega_i]^2 - [V'_{i+1}(0) - \sin \theta_i \sin \omega_i]^2} \mathbf{e}_3 \\ E_i I_i \mathbf{r}''_i(L_i) &= E_{i+1} I_{i+1} \mathbf{r}''_{i+1}(0) \\ \mathbf{F}_i(L_i) &= \mathbf{F}_{i+1}(0) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中, θ_i 为 i 段钻柱上端弯角, ω_i 为 i 段钻柱上端弯角的装置角.

切点处

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_n(L_n) &= \mathbf{R}_n + \frac{D_w - D_{on}}{2} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{r}'_n(L_n) &\approx \mathbf{R}'_n \\ \mathbf{r}''_n(L_n) &\approx \mathbf{R}''_n \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

井壁约束

$$|\mathbf{r}_i - \mathbf{R}| \leq \frac{D_w - D_{oi}}{2} \quad (22)$$

4 稳态钻柱拉力 - 扭矩模型

4.1 补充假设

为了建模方便, 作如下补充假设: 1) 井壁呈刚性; 2) 钻柱与井壁均匀接触, 钻柱中心与井眼中心一致; 3) 泥浆密度为常数, 宾汉流体; 4) 摩擦系数在某一口井或某一井段为常数; 5) 钻柱中动载不大, 略去; 6) 轴向变形为小量.

4.2 微分方程

由补充假设 5) 得 $\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} = \mathbf{0}$, $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \mathbf{0}$, 利用滑动摩擦定律、宾汉流体本构方程、运动平衡方程和几何方程导出钻柱拉力 - 扭矩微分方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dl} &= f_1 R_o N + m_0 \\ \frac{dF_t}{dl} + EI k_b \frac{dk_b}{dl} - f_2 N - CV - B + q\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_t &= 0 \\ -EI \frac{d^2 k_b}{dl^2} + k_b F_t + EI k_n^2 k_b + k_n k_b T + N_n + f_1 N_b + q\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_n &= 0 \\ \frac{d(EI k_n k_b + k_b T)}{dl} - EI k_n \frac{dk_b}{dl} + N_b - f_1 N_n + q\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_b &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中, $f_1 = \frac{R_o \omega_0 f_r}{\sqrt{V^2 + (R_o \omega_0)^2}}$; $f_2 = \frac{V f_r}{\sqrt{V^2 + (R_o \omega_0)^2}}$; $N = \sqrt{N_n^2 + N_b^2}$; $m_0 = 2\pi R_o^3 \omega_0 \times \left[\frac{\tau_0}{\sqrt{V^2 + (R_o \omega_0)^2}} + \frac{2\mu}{D_w - 2R_o} \right]$; $B = \frac{2\pi R_o \tau_0 V}{\sqrt{V^2 + (R_o \omega_0)^2}}$; $C = \frac{2\pi\mu}{\ln(D_w/2R_o)}$; l 为钻柱长度, 钻头处为起点; R_o 为钻柱半径; N 为钻柱与井壁的线接触压力; N_b 为在 \mathbf{e}_b 方向的分量; N_n 为 N 在 \mathbf{e}_n 方向的分量; V 为起钻或上行速度; ω_0 为钻柱自转角速度; τ_0 为钻井液的结构力; μ 为钻井液的动力粘度; f_r 为钻柱与井壁的摩擦系数.

4.3 边界条件

计算钻柱的拉力、扭矩及其与井壁的接触压力 在此计算过程中, 钻柱组合、井眼轨迹、摩擦系数、作业过程等都是已知参数, 边界条件为

$$\left. \begin{aligned} F_t(0) &= -W_{OB} \\ T(0) &= T_{OB} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

其中, W_{OB} 为钻压, T_{OB} 为钻头扭矩. 在起下钻时, $W_{OB} = T_{OB} = 0$.

确定井下动力钻进的实际钻压 在用井下动力钻进时, 一般都靠泵压的变化估算钻压. 钻柱拉力与扭矩微分方程建立后, 就可根据大钩负荷计算实际钻压. 边界条件为

$$\left. \begin{aligned} F_t(L) &= W_{OH} \\ T(L) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

其中, L 为钻柱全长或井深, W_{OH} 为大钩负荷.

确定摩擦系数 用大钩负荷和转盘扭矩, 确定摩擦系数的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} F_t(0) &= -W_{OB} \\ T(0) &= T_{OB} \\ F_t(L) &= W_{OH} \\ T(L) &= T_{OR} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

其中, T_{OR} 为作用在转盘上的扭矩.

除上述应用外, 钻柱动力学基本方程还用于研究定向井钻柱的振动等方面.

5 结 论

1) 本文建立的钻柱动力学基本方程较全面准确地表达了钻柱的运动、变形和受力之间的数学关系, 适用于钻柱动、静态几何线性、非线性力学分析.

2) 在钻柱动力学基本方程的基础上建立的导向钻具三维小挠度静力分析的数学模型和导向钻具三维大挠度静力分析的数学模型, 比较准确地反映了导向钻具的受力状态.

3) 在钻柱动力学基本方程的基础上建立的稳态钻柱拉力-扭矩模型较全面准确地计入了各因素对拉力和扭矩的影响, 在同类模型中是较先进的.

致谢 本文的部分研究内容曾得到石油大学刘希圣教授的热情指导, 在此表示衷心地感谢.

参 考 文 献

- 1 Walker BH, Friedman MB. Three-Dimensional Force and Deflection Analysis of a Variable Cross Section Drill String. *Journal of Pressure Vessel Technology*, May 1977: 367-373
- 2 Ho HS. General Formulation of Drillstring Under Large Deformation and Its Use in BHA Analysis. paper SPE 15562 presented at the 61st Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, New Orleans, LA, October 5-8, 1986
- 3 Ho HS. An Improved Modeling Program for Computing the Torque and Drag in Directional and Deep Wells. paper SPE 18047 presented at the 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Houston, TX, October 2-5, 1988
- 4 高德利, 刘希圣, 徐秉业. 钻柱力学研究的若干基本问题. 中国石油工程学会钻井基础理论研讨会, 大庆. 1992年8月

A GENERAL FORMULATION OF DRILL STEM MECHANICS AND ITS APPLICATIONS

Li Zifeng Ma Xingrui Huang Wenhui

(Department of Astronautics & Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract This paper provides a general formulation of drill stem dynamics under geometrically non-linear conditions. As applications, three important mathematical models in directional drilling steerable down hole motor assembly under small deflection, steerable down hole motor assembly under large deflection and mathematical model of tension and torque in drill stem under steady condition have been established.

Key words drill stem mechanics, bottom hole assembly, steerable assembly, mathematical model