

兼具基体蠕变和轻度界面蠕变的 复合材料的本构特性¹⁾

罗海安 翟 军

(上海交通大学工程力学系, 上海 200030)

摘要 金属基复合材料的基体蠕变特性在一定的温度与应力下表现明显, 当界面为非理想并具有粘弹性性质时, 其对复合材料的整体蠕变亦有重要影响. 本文利用具有非理想界面的复合材料的 Mori-Tanaka 方法, 研究了既具有基体蠕变又具有界面轻度蠕变的复合材料的本构关系, 给出了各微结构参量对复合材料整体蠕变特性的影响.

关键词 复合材料, 本构关系, 基体蠕变, 界面蠕变

引 言

金属基与树脂基等复合材料的蠕变特性在一定的温度与应力下表现明显, 如何描述该材料整体的蠕变本构关系成为工程应用中的一个重要问题. Zhu 和 Weng 在文 [1] 与文 [2] 中利用增量方法结合 Mori-Tanaka 法, 提出了平均场意义上的蠕变本构关系, 在多晶体和复合材料蠕变特性的研究上取得了进展. 但他们的工作局限于夹杂和基体的界面为理想结合的情形, 对于更符合工程实际的非理想界面的情况未作研究. 实际上, 界面本身往往是一种具有粘弹性性质的材料薄层, 在一定的温度与应力下也会发生蠕变. Hashin^[3] 曾用广义自洽法结合 Laplace 变换, 将界面简化为 Maxwell 体, 在忽略基体的蠕变特性的情况下, 研究了球形颗粒增强复合材料的等效模量和界面粘弹性性质的关系. 结果表明, 界面的粘弹性的影响不应忽略.

基于以上的工作, 本文将研究兼具基体蠕变和轻度界面蠕变的复合材料的本构特性. 文中首先利用 Qu^[4] 提出的具有小柔度非理想界面的复合材料的修正的 Mori-Tanaka 法计算复合材料的初始应力场, 再利用增量方法将问题逐次归结为 Eshelby 等效夹杂问题, 由此导出复合材料整体蠕变本构关系.

1 理论分析

1.1 基体材料的蠕变本构关系

金属的蠕变包含位错的运动、空穴的扩散及晶界的滑移等机制. 实验表明, 在中等温度与较高应力作用下, 位错的滑移与攀移是造成金属蠕变的主要原因. 在这种情况下, 可以用幂蠕变律来描述其蠕变应变与应力的本构关系.

考虑一由基体材料构成的均匀介质, 在单向拉伸应力 σ 作用下, 设其稳态拉伸蠕变率为

¹⁾ 国家自然科学基金与上海交通大学金属基国家重点实验室开放课题资助项目.

1995-10-31收到第一稿, 1996-02-26收到修改稿.

$\dot{\epsilon}^*$, 瞬态拉伸蠕变率为 $\dot{\epsilon}_p^*$. 按幂蠕变律, 它们有如下的关系^[1]

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}^* &= a\sigma^n \\ \dot{\epsilon}_p^* &= b(d\sigma^n - \epsilon^*)H(d\sigma^n - \epsilon^*) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 a, b, n, d 为材料常数, 在温度基本保持不变的情况下它们取恒值, $H(t)$ 为 t 的 Heaviside 函数. 该材料的总蠕变率为 $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}^* + \dot{\epsilon}_p^*$. 上述蠕变律可以推广到复杂应力状态中, 即

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}^{*c} &= \dot{\epsilon}^{*c} + \dot{\epsilon}_p^{*c} \\ \dot{\epsilon}^{*c} &= a(\sigma^*)^n \\ \dot{\epsilon}_p^{*c} &= b[d(\sigma^*)^n - \epsilon^{*c}]H(d(\sigma^*)^n - \epsilon^{*c}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 $\dot{\epsilon}^{*c}, \dot{\epsilon}_p^{*c}, \epsilon^{*c}$ 分别为相应蠕变率的等效值, σ^*, ϵ^{*c} 为应力和应变的等效值, 其定义为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon^{*c} &= \left\{ \frac{2}{3} \epsilon_{ij} \epsilon_{ij} \right\}^{1/2} \\ \sigma^* &= \left\{ \frac{3}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

根据流动法则

$$\dot{\epsilon}_{ij}^* = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}^{*c}}{\sigma^*} \sigma_{ij} \quad (4)$$

式中 σ_{ij} 是应力偏量.

考虑到在复合材料中由于夹杂颗粒的存在, 一定程度上影响了基体材料的蠕变过程中位错的运动, 文 [2] 进一步对式 (2) 作了修正

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}^{*c} &= a \left[1 - e^{-m(\sqrt{\pi v_1 - 2} r)} \right] \sigma^{*n} \\ \dot{\epsilon}_p^{*c} &= b \left\{ d \left[1 - e^{-m(\sqrt{\pi v_1 - 2} r)} \right] \sigma^{*n} - \epsilon^{*c} \right\} H \left[d(\sigma^*)^n - \epsilon^{*c} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 v_1 为夹杂相的体积含量, r 为夹杂的平均半径, m 为材料常数.

1.2 具有非理想界面的复合材料的初始应力场

非理想界面可以用一无厚度的弹簧层来模拟. 设某时刻弹簧层的度为 $\eta_{ij}(t)$, 则沿界面有

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} n_j &= [\sigma_{ij}(S^+) - \sigma_{ij}(S^-)] n_j = 0 \\ \Delta u_i &= [u_i(S^+) - u_i(S^-)] = \eta_{ij} \sigma_{jk} n_k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

这里 S^+, S^- 分别表示从夹杂的外部与内部逼近界面, Δ 表示相应的间断值.

假设在弹性常数张量为 L_0 的无限大体内有一椭圆形区域 Ω 与外部材料以上述弹簧层

界面连接, Ω 内给定一均匀的本征应变 ϵ^* , Qu^[4]证明了当弹簧的柔度较小时, 区域 Ω 内的平均应变为

$$\bar{\epsilon}_j = S_{ijkl}^* \epsilon_l^* \quad (7)$$

这里 S_{ijkl}^* 称为修正的 Eshelby 张量, 它等于

$$S^* = S + SHL_0(I - S) \quad (8)$$

式中 S 为理想界面下的 Eshelby 张量, I 为四阶单位张量, H 为一反映该非理想界面性质的四阶张量, 其分量为

$$H_{ijkl} = \frac{1}{4\Omega_s} (\eta_{kn_j n_l} + \eta_{kn_n l} + \eta_{n_j n_k} + \eta_{n_k n_i}) ds \quad (9)$$

其中 Ω 为椭圆形区域的体积, n_i 为其表面的单位外法线矢量, 积分区域 S 为椭圆表面.

上述关系可以进一步引入到 Mori-Tanaka 方法中^[4]. 设有一椭圆形夹杂呈单向排列的复合材料, 这些夹杂的弹性常数张量为 L_1 , 长径比一致, 在远场均匀应力 $\bar{\sigma}$ 作用下, 复合材料基体相的平均应力为

$$\sigma^{(0)} = L_0(\epsilon^0 + \tilde{\epsilon}) \quad (10)$$

其中 $\epsilon^0 = L_0^{-1} \bar{\sigma}$, L_0 为基体材料的弹性常数张量. 根据 Eshelby 等价原理, 夹杂内的平均应力为

$$\sigma^{(1)} = L_1(\epsilon^0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon') = L_0(\epsilon^0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon' - \epsilon^*) \quad (11)$$

式中 $\epsilon^0 + \tilde{\epsilon} + \epsilon'$ 为夹杂的平均应变, ϵ^* 为等效本征应变, $\epsilon' = S^* \epsilon^*$. 由于这时基体相与夹杂相的体积加权平均应力应等于外加应力 $\bar{\sigma}$, 即 $v_0 \sigma^{(0)} + v_1 \sigma^{(1)} = \bar{\sigma}$, 其中 v_0, v_1 分别为该两相材料的体积百分比, 便有

$$\epsilon = -v_1(\epsilon' - \epsilon^*) = -v_1(S - I)\epsilon^* \quad (12)$$

由上述这些关系可以导出

$$\left. \begin{aligned} \sigma^{(0)} &= [v_0 I + v_1 W]^{-1} \bar{\sigma} \\ \sigma^{(1)} &= W [v_0 I + v_1 W]^{-1} \bar{\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中

$$W = [I + L_0(I - S^*)(L_1^{-1} - L_0^{-1})]^{-1} \quad (14)$$

1.3 界面的粘弹性本构关系

因为界面的柔度 $\eta_j(t)$ 是时间的函数, t 时刻界面两侧的相对位移由下述遗传积分表示

$$\Delta u_i^c = \eta_k(0) \sigma_{k n_l} + \int_0^t \dot{\eta}_k(t - \tau) \sigma_{k l}(\tau) n_l d\tau \quad (15)$$

因此, 在 $d\tau$ 时间内 Δu_i^c 的增量为

$$d(\Delta u_i^c) = \dot{\eta}_k(0) d\sigma_{k n_l} + \dot{\eta}_k(0) \sigma_{k l}(t) n_l dt \quad (16)$$

上式中的 $\sigma_{kl}(t)$, $d\sigma_{kl}$ 分别为界面处的应力及其增量, 一般来说, 它们不容易求得. 在文 [4] 中 Q_u 提出, 只要非理想界面的柔度在一定范围之内, 就可以近似地用夹杂内的平均应力来代替上式中的界面上的应力. Q_u 利用此假定以及修正的 Mori-Tanaka 法计算了复合材料等效弹性模量. 我们考查了这种所带来的误差, 发现在 η_j 的一个可观范围内由上述近似计算得到的复合材料宏观量仍不失其合理性. 这样, 在 Q_u 的假定基础上, 式 (16) 可以改写成

$$d(\Delta u_i^c) = \eta_k(0) d\sigma_{kl}^{(1)} n_l + \hat{\eta}_k(0) \sigma_{kl}^{(1)}(t) n_l dt \quad (17)$$

这里 $\sigma_{kl}^{(1)}$, $d\sigma_{kl}^{(1)}$ 分别为夹杂内的平均应力及其增量.

1.4 蠕变的增量关系

将复合材料内的夹杂取出, 代之以和基体相同的材料并使之与界面外侧的材料理想地焊合. 这样在远场均匀应力 $\bar{\sigma}$ 作用下, 在 dt 时间微段内整个基体将产生均匀的蠕变应变 $d\epsilon_j$, 其值可由式 (5) 与 (4) 得到. 然后在原夹杂位置取出这些经变形的基体材料, 重新将夹杂放回原来位置, 并以原先的非理想界面与外侧基体材料连接. 显然, 这一过程给夹杂材料引入的平均本征应变为

$$\begin{aligned} d\epsilon_j^* = & - \frac{1}{2\Omega} \int_{s^-} (du_i^c n_j + du_j^c n_i) ds = \\ & - \frac{1}{2\Omega} \int_{s^+} (du_i^c n_j + du_j^c n_i) ds + \frac{1}{2\Omega} \int (\Delta du_i^c n_j + \Delta du_j^c n_i) ds = \\ & - d\epsilon_j + \frac{1}{2\Omega} \int (d\Delta u_i^c n_j + d\Delta u_j^c n_i) ds \end{aligned} \quad (18)$$

将式 (17) 代入, 得到

$$d\epsilon^* = - d\epsilon + H d\sigma^{(1)} + Y\sigma^{(1)} dt \quad (19)$$

式中的 H 由式 (9) 给出, 但其中的 η_j 需代之以 $\eta_j(0)$, 而四阶张量 Y 则为

$$Y_{ijkl} = \frac{1}{4\Omega} \int (\hat{\eta}_k(0) n_j n_l + \hat{\eta}_k(0) n_l n_j + \hat{\eta}_l(0) n_j n_k + \hat{\eta}_l(0) n_k n_j) ds \quad (20)$$

由于本征应变 $d\epsilon^*$ 的引入, 基体材料的平均应变将得到一增量 $d\tilde{\epsilon}$ 相应的应力增量为

$$d\sigma^{(0)} = d\tilde{\sigma} = L_0 d\tilde{\epsilon} \quad (21)$$

对于夹杂而言, 其平均应力的增量为

$$d\sigma^{(1)} = d\tilde{\sigma} + d\sigma' = L_1 (d\tilde{\epsilon} + d\epsilon' - d\epsilon^*) = L_0 (d\tilde{\epsilon} + d\epsilon' - d\epsilon^* - d\epsilon^{**}) \quad (22)$$

式中 $d\sigma'$, $d\epsilon'$ 分别为夹杂与基体之间的平均应力和平均应变的差值, $d\epsilon^{**}$ 为若将夹杂材料代之以基体材料, 为使其应力与应变场不变必须引入的等效本征应变. 根据式 (7), 应变差值 $d\epsilon'$ 应满足

$$d\epsilon' = S^* (d\epsilon^* + d\epsilon^{**}) \quad (23)$$

另一方面因为在蠕变过程中远场应力并未改变, 即 $\nu_0 d\sigma^{(0)} + \nu_1 d\sigma^{(1)} = 0$, 这样便有

$$d\tilde{\epsilon} = - \nu_1 [d\epsilon' - (d\epsilon^* + d\epsilon^{**})] = - \nu_1 (S^* - I) (d\epsilon^* + d\epsilon^{**}) \quad (24)$$

将式 (23), (24) 代入 (22), 即可求得

$$d\bar{\epsilon}^* + d\bar{\epsilon}^{**} = A d\bar{\epsilon}^* = A (-d\bar{\epsilon} + H d\sigma^{(1)} + Y\sigma^{(1)} dt) \quad (25)$$

以及

$$\left. \begin{aligned} d\sigma^{(0)} &= \nu B d\bar{\epsilon} + \nu_0 B Y \sigma^{(0)} dt - B Y \bar{\sigma} dt \\ d\sigma^{(1)} &= -\nu_0 B d\bar{\epsilon} + \nu_0 B Y \sigma^{(1)} dt \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= [(L_1 - L_0)(\nu I + \nu_0 S^*) + L_0]^{-1} L_1 \\ B &= (\nu I - \nu_0 D H)^{-1} D \\ D &= \nu L_0 (S^* - I) A \end{aligned} \quad (27)$$

计及非理想界面的作用, 复合材料的宏观蠕变增量为^[5]

$$d\bar{\epsilon}_j = d\bar{\epsilon}_j + \nu_0 d\bar{\epsilon}_{ij} + \nu (d\bar{\epsilon}_{ij}^t + d\bar{\epsilon}_{ij}) + \nu \frac{1}{2\Omega_s} [d(\Delta u_i) n_j + d(\Delta u_j) n_i] ds \quad (28)$$

将式 (17), (23) ~ (25) 代入, 即有

$$d\bar{\epsilon} = (I - \nu A) d\bar{\epsilon} + \nu (A + I) (H d\sigma^{(1)} + Y\sigma^{(1)} dt) \quad (29)$$

1.5 复合材料的蠕变本构关系

在给定的远场外载荷 $\bar{\sigma}$ 的情况下, 复合材料的宏观蠕变应变可以通过上述增量值逐次累加得到, 下面简述其步骤:

- 1) 利用式(13) 可求得外力场 $\bar{\sigma}$ 作用下的基体与夹杂的初始平均应力 $\sigma^{(0)}$, $\sigma^{(1)}$.
- 2) 运用平均场概念, 将 $\sigma^{(0)}$ 及其等效值代入基体材料的蠕变本构关系(5) 及流动律(4) 可以求得纯基体材料的蠕变应变 $d\bar{\epsilon}$.
- 3) 由式(26) 与(29) 得到相应的 $d\sigma^{(0)}$, $d\sigma^{(1)}$ 值以及复合材料的宏观蠕变增量 $d\bar{\epsilon}$.
- 4) 将 $\sigma^{(0)}$ 与 $d\sigma^{(0)}$, $\sigma^{(1)}$ 与 $d\sigma^{(1)}$ 相加作为下一步计算的 $\sigma^{(0)}$ 与 $\sigma^{(1)}$.
- 5) 重复步骤(2) ~ (4) 并将逐次所得的 $d\bar{\epsilon}$ 累加, 即得任意时刻的复合材料的蠕变应变.

2 算例与讨论

为了简单起见, 在算例中我们假设界面能保持法向应力和位移的连续, 而在切向则为 Maxwell 粘弹性体, 即这时的界面柔度系数为

$$\eta_j(t) = (p + qt)(\delta_{ij} - n_i n_j) \quad (30)$$

其中 p, q 均为常数. 参照文[2], 取 $\bar{\sigma} = 82.74$, $\nu = 0.05$, 夹杂与基体材料的弹性模量和泊松比分别为 $E_1 = 269.3$ GPa, $\mu_1 = 0.27$, $E_0 = 159.5$ GPa, $\mu_0 = 0.30$, 基体在定温下的蠕变性质参数为 $a = 1.18 \times 10^{-13}$, $b = 0.145$, $d = 1.45 \times 10^{-11}$, $n = 4.74$, $m = 0$. 这

里参数 a, b, d, p 的量纲由式 (5) 确定, 该式中的应力, 长度, 时间的单位分别是 MPa, m, h.

为了分析方便, 引入如下的界面无量纲柔度参数

$$\bar{p} = pG_0/a_1 \quad \bar{q} = qG_0/a_1b$$

其中 G_0 是基体的剪切模量, a_1 为三主轴与坐标轴平行排列的椭球形夹杂沿 x_1, x_2 方向的主轴半径.

图1考察了球形颗粒增强复合材料当外载为单向拉伸时, 界面的刚度对于复合材料整体蠕变的影响. 计算中取界面的切向粘性系数 $\bar{q} = 0$, 柔度系数分别为 $\bar{p} = 0, 0.1, 0.2$, 前者表示界面为理想的极限情况, 计算结果表明, 界面的弹性性质对于复合材料的蠕变行为有一定的影响, 较柔的界面对应于较高的蠕变率和蠕变应变. 这是因为界面的刚度会一定程度上影响基体和夹杂两相之间的应力分配, 较高的基体应力将产生较大的蠕变的缘故.

图2假设上述复合材料 $\bar{p} = 0$, 切向粘性系数分别为 $\bar{q} = 0, 0.1, 0.2$, 计算了单向拉伸时的复合材料蠕变应变. 结果表明, 界面粘弹性效应随时间的增大而增大, 在稳态阶段蠕变率接近常数, 这在一定程度上反映了界面线性蠕变特性对复合材料总体蠕变性能的影响.

图1

Fig. 1

图2

Fig. 2

图3分析了载荷形式对复合材料蠕变的影响. 图中分别给出了上述复合材料在具有理想界面或具有 $\bar{p} = 0.1, \bar{q} = 0.03$ 的粘弹性界面的情况下单向拉伸与纯剪切时的蠕变应变. 由图可见, 纯剪切时界面的蠕变对总体蠕变的影响较单向拉伸时明显, 这是因为上述界面仅在受剪切时才表现出粘弹性行为.

图4考察了不同夹杂形状下界面粘弹性的效应. 界面参数同图3, 图中分别计算了具有不同长径比 a_3/a_1 的椭球形夹杂的复合材料在 x_3 方向受单向拉伸时的蠕变应变. 计算发现, a_3/a_1 愈大, 界面蠕变的影响就愈小, 这是因为这时界面上受剪区域的面积减小的缘故.

图5设 $\bar{p} = 0$, 给出了不同时刻下 \bar{q} 与球形颗粒增强复合材料的拉伸蠕变应变的关系. 由图可见, 当颗粒的体积百分比及界面的粘弹性参数 p, q 保持不变时, 颗粒的尺寸愈小, 蠕变的应变愈大. 这是因为此时较小的颗粒对应于较大的界面面积, 从而增大了界面蠕变对总体蠕变的贡献. 值得注意的是, 对于理想界面的情况, 除了式 (5) 所反映的夹杂平均半径 r 的效应, 复合材料的总体应变场是与夹杂的尺度无关的.

图3

Fig. 3

图4

Fig. 4

最后, 图6考察了夹杂的体积含量 v_1 的作用. 图中取 $\bar{p} = 0.1$, $\bar{q} = 0.03$, 分别计算了 $v_1 = 0.1$ 与 $v_1 = 0.2$ 时球形颗粒增强复合材料的拉伸蠕变曲线. 由图可见, 在基体蠕变性能不变的情况下, 夹杂的体积含量对复合材料的总体蠕变有一定的影响. 这里一方面夹杂体积含量的增大增加了基体的蠕变阻力, 另一方面夹杂体积含量的增大又增加了界面蠕变的贡献, 对复合材料总体蠕变的影响将取决于基体蠕变与界面蠕变的具体材料参数的相对大小.

图5

Fig. 5

图6

Fig. 6

3 结 论

本文提出了一个本构模型, 可用于计算兼具基体蠕变和轻度界面蠕变的复合材料的蠕变特性. 文中的算例表明, 界面的粘弹性对复合材料的整体蠕变有一定的影响.

参 考 文 献

- 1 Zhu ZG, Weng GJ. Micromechanics of time-dependent deformation in a dispersion-hardened polycrystal. *Acta Mechanica*, 1987, 69: 295~ 313
- 2 Zhu ZG, Weng GJ. Creep deformation of particle-strengthened metal-matrix composites. *J Engng Mater Tech*, 1989, 111: 99~ 105
- 3 Hashin Z. Composite materials with viscoelastic interface: creep and relaxation. *Mech Mater*, 1991, 11: 135~ 148
- 4 Qu J. The effect of slightly weakened interfaces on the overall elastic properties of composite materials. *Mech Mater*, 1993, 14: 269~ 281
- 5 Benviniste Y. The effective mechanical behaviors of composite materials with imperfect contact between the constituents. *Mech Mater*, 1987, 69: 295~ 313

CONSTITUTIVE BEHAVIOR OF THE COMPOSITES WITH BOTH MATRIX CREEP AND SLIGHT INTERFACE CREEP

Luo Haian Zhai Jun

(Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract Under certain temperature and stresses metal matrix composites can exhibit pronounced creep deformation. When the interfaces of composite are imperfect and viscoelastic, they also considerably contribute to the global creep behavior. Based on the Mori-Tanaka method for composites with imperfect interfaces, this paper studies the constitutive behavior of the composites with both matrix creep and slight interface creep. The effects of various microstructural parameters are carefully examined.

Key words composite materials, constitutive relation, matrix creep, interfacial creep