

# 垂直界面裂纹断裂力学问题的实验研究<sup>1)</sup>

亢一澜 陆 桦\* 贾有权 邱 宇

(天津大学力学与工程测试系, 天津 300072)

\* (加拿大, Ryerson 理工大学机械工程系)

**摘要** 用实验方法研究了具有垂直界面方向裂纹的界面断裂力学问题. 根据实验结果对裂尖区域的奇异性性质、角位移分布、应力强度因子等进行了分析, 并将实验结果与理论结果进行了比较和讨论.

**关键词** 实验断裂力学, 垂直界面裂纹, 云纹干涉法

## 引 言

在界面断裂问题中, 有一些情况是属于裂纹方向与界面垂直或形成夹角的断裂模型. 如镀层和涂层材料以及微电子结构中出现的表面裂纹; 复合结构中纤维或纤维层所出现的裂纹等都属于这一类断裂模型. 文<sup>[1~6]</sup>分别用理论分析或数值计算的方法讨论了垂直界面裂纹尖端区域的奇异性阶数和应力强度因子. 文<sup>[7]</sup>在前人工作的基础上进一步给出了位移场和应力场的一般表达式. 在已有的研究工作中实验方面的工作较少<sup>[8,9]</sup>, 而且在这些实验工作中大多是借用了均匀材料的  $-1/2$  阶应力奇异性求裂尖的应力强度因子. 本文工作的目的是用实验的方法对这类断裂模型进行研究. 根据实验得到的位移场对应力奇异性、角位移分布、应力强度因子等进行分析, 并将实验结果与理论结果进行比较和讨论.

## 1 实 验

本文所采用的试件由 3 块环氧树脂材料粘接而成, 调整环氧粘接剂中的配比, 使其固化后的材料性能与材料 2 相接近, 粘接层的厚度大约为 0.01mm 左右; 两种材料的力学性能与试件尺寸分别如表 1 和图 1 所示. 试件受纯弯曲载荷  $M = 1.62\text{Nm}$  作用. 由云纹干涉法原理可知: 物体表面任意点  $(x, y)$  的位移值可表示为

$$u_x(x, y) = \frac{N_x}{f}, \quad u_y(x, y) = \frac{N_y}{f} \quad (1)$$

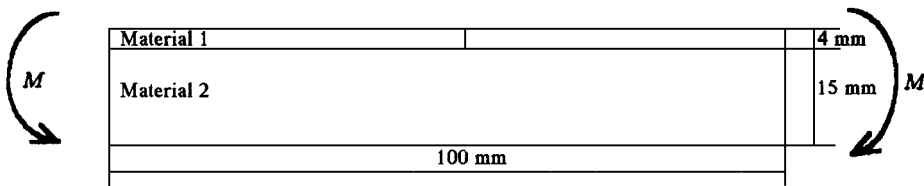


图 1 双材料试件

Fig. 1 Dimension of bimaterial specimen

<sup>1)</sup> 国家自然科学基金和国家教委基金资助项目.

1996 - 01 - 10 收到第一稿, 1996 - 05 - 28 收到修改稿.

其中  $u_x(x, y)$ ,  $u_y(x, y)$  分别为该点在  $x$ ,  $y$  方向的位移值;  $N_x$ ,  $N_y$  为该点条纹级次;  $f$  为试件栅频率,  $f = 600/\text{mm}$ , 实验中利用其 2 级衍射, 故倍增系数为 4; 图 2 为放大的云纹干涉照片; 实验灵敏度为  $0.417\mu\text{m}$ , 即相邻条纹间的相对位移是  $0.417\mu\text{m}$ .

表 1 两种材料的力学性质

Table Properties of the two materials

	$E$	$\nu$
material 1	4 GPa	0.37
material 2	1.8 GPa	0.4

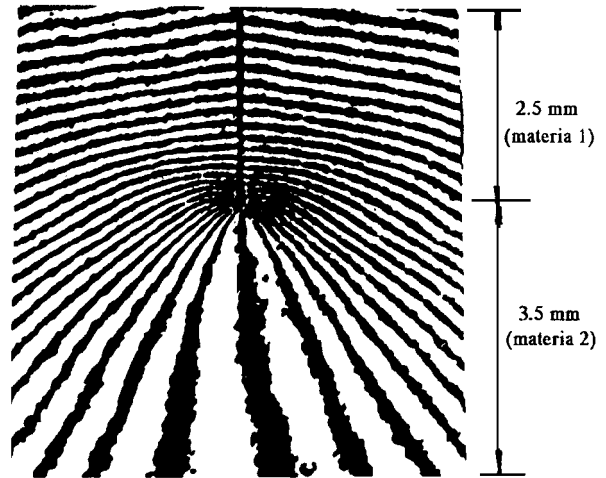


图 2 云纹干涉照片

Fig. 2 The moiré fringe pattern ( $U_y$  field)

$a = b = 20\text{mm}$ ,  $M = 1.62\text{Nm}$ ,  $p = 0$

## 2 理论结果

理论研究的结果表明: 对于垂直界面方向裂纹的奇异性阶数 可通过求解下列方程在  $0 \leq \leq 1$  区间的实根得到<sup>[1~4]</sup>

$$2x^2(\dots)(\dots + 1) - \dots + \dots^2 + (1 - \dots^2) \cos(\dots) = 0 \quad (2)$$

$$= \frac{G_1(K_2 + 1) - G_2(K_1 + 1)}{G_1(K_2 + 1) + G_2(K_1 + 1)}, \quad = \frac{G_1(K_2 - 1) - G_2(K_1 - 1)}{G_1(K_2 + 1) + G_2(K_1 + 1)}, \quad K_i = \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i} \quad (i = 1, 2)$$

式中,  $\nu_i$  为 Dundurs 参数,  $G_i$ ,  $\nu_i$  分别为剪切弹模和泊松系数. 文<sup>[7]</sup>进一步给出了裂纹尖端区域应力和位移的一般表达式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= \frac{K_I}{r^{1/2}} f_{ij}^I(\dots) + \frac{K_{II}}{r^{1/2}} f_{ij}^{II}(\dots) \\ u_i &= K_I r g_i^I(\dots) + K_{II} r g_i^{II}(\dots) \end{aligned} \right\}$$

$r$  取对数后就可以确定出  $K_{II}$ 。例如在式 (3) 中, 令  $K_{II} = 0$  然后两边取对数

$$u_y = K_I r g_y(\theta) \quad \log u_y = \log r + \log(K_I g_y(\theta)) \quad (4)$$

其中  $\log(K_I g_y(\theta))$  在一指定  $\theta$  方向上应为一常数, 因此我们可以根据放大的实验位移场对奇异性进行研究。在实验位移场的照片上, 取  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$  两条射线, 沿射线上多个不同点测取其位置坐标  $r$  和位移值  $u_y$ , 得到  $\log u_y$  和  $\log r$  分布如图 3 示, 用最小二乘法可得到  $\text{实} = 0.435$ 。这表明实验位移场存在奇异性, 与理论方法所预测的  $\text{理} = 0.413$  相比两者相近, 实验值略大, 即应力奇异性  $-1$  较小些。作者认为这是两种材料间的界面层的影响使应力奇异性得到缓解。实际结构的界面层都是有一定的几何厚度的, 它不同于理论分析时所假定的无厚度的理想界面, 所以两种结果略有不同。作者建议在用式 (2) 对垂直界面裂纹奇异性进行预算时应考虑到界面层的特点, 对预算  $K_{II}$  进行某些修正。

### 3.2 角位移分布

在裂纹尖端附近, 以裂尖为圆心的一个圆周上, 沿不同  $\theta$  处的位移变化体现了角位移的分布规律。为此本文对角位移分布以及文 [7] 给出的角位移函数进行了讨论。

以  $r = 1 \text{ mm}$  为半径, 沿  $\theta = 0, \theta/12, \theta/16, \theta/4, \dots$  等不同角度取点, 测取实验位移值  $u_{yi}(\theta)$ , 对实验位移值进行无量纲化处理得到  $u_{yi}(\theta)/u_y(0)$ , 如图 3 所示。另一方面将实验给出  $\text{实}$  以及材料参数等带入文 [7] 给出的角位移函数, 并对角位移函数  $g_r(\theta)$  和  $g_\theta(\theta)$  进行坐标变换得到  $g_y(\theta)$ , 同样对  $g_y(\theta)$  进行无量纲处理, 绘出  $g_y(\theta)/g_y(0)$  曲线。

由式 (4)

$$u_y(\theta) = K_I r g_y(\theta) = K_I r [g_r(\theta) \sin \theta + g_\theta(\theta) \cos \theta] \quad (5)$$

当  $r = a$  时

$$u_y(\theta) = K_I a g_y(\theta) \quad (6)$$

当  $r = a, \theta = 0$  时

$$u_y(0) = K_I a g_y(0) \quad (7)$$

将上面 (6) 式, (7) 式相除

$$u_y(\theta)/u_y(0) = g_y(\theta)/g_y(0) \quad (8)$$

图 4 给出了理论曲线  $g_y(\theta)/g_y(0)$  以及实验数据  $u_y(\theta)/u_y(0)$ , 可以看出两者吻合很好, 这表明了  $u_y(\theta)/u_y(0) = g_y(\theta)/g_y(0)$ 。实验结果证实了文 [7] 给出的角位移分布函数与实验结果是一致的。

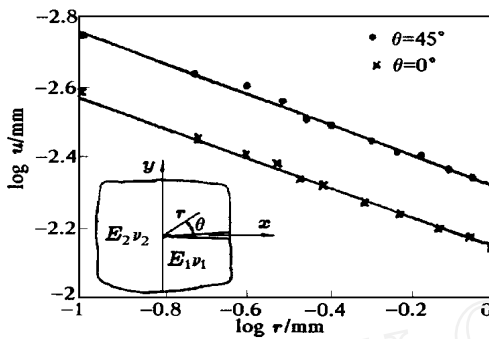


图3 沿  $\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ$  方向  $\log u_y \sim \log r$  分布  
Fig.3  $\log u_y$  versus  $\log r$  along  $\theta = 0^\circ$  and  $\theta = 45^\circ$

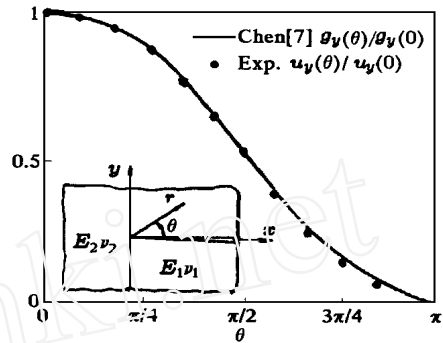


图4 沿  $\theta$  方向的  $u_y$  分布  
Fig.4 Displacement  $u_y$  distribution along the  $\theta$

### 3.3 应力强度因子 K

由前面的实验结果已经证实了式 (4) 所描述的位移分布规律, 并求出  $\alpha = 0.435$ , 利用实验位移值和式 (4) 就可以确定应力强度因子  $K$ , 通常把这种方法称为混合法.

由式 (4)

$$u_y(\theta) = K_1 r^{0.435} g_y(\theta), \quad K_1 = \frac{u_y(\theta)}{r^{0.435} g_y(\theta)} \quad (9)$$

在裂纹尖端取多点测量, 用最小二乘法就可以求出应力强度因子  $K = 7.2 \times 10^5 \text{ Pam}^{0.565}$ .

### 4 实验位移场与理论结果的比较

理论结果给出的位移和应力的一般表达式代表的是裂纹尖端区域占优的奇异性主项, 而实验是测取物体表面的位移场, 比较这两种结果是否一致, 在什么范围内一致是本文工作的目的之一.

用计算机画出用式 (4) 所描述的理论等位移场, 其中代入实验求出的  $\alpha = 0.435$  和  $K_1 = 7.2 \times 10^5 \text{ Pam}^{0.565}$ . 做法如下:

由式 (4)

$$u_y(\theta) = K_1 r g_y(\theta) = 7.2 \times 10^5 \cdot r^{0.435} \cdot g_y(\theta) \\ r = \sqrt[0.435]{u_y(\theta) / 7.2 \times 10^5 \cdot g_y(\theta)} \quad (10)$$

在式 (10) 中, 对某一确定的位移值  $u_y$ , 每给一个  $\theta$  值就有一个对应的  $r$  值, 得到一个坐标点  $(r, \theta)$ . 连接起这些坐标点就得到一条理论等  $u_y$  线. 取  $u_y$  值分别为  $u_y = n / 2400 \text{ mm}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, n$ ), 与实验的等位移值对应. 用计算机画出一系列等  $u_y$  线, 即理论等  $u_y$  场.

将计算机画出的理论等位移场与实验位移场比较, 如图 5 示. 可以看到在  $r_2 = 1.5 \text{ mm}$  左右的区域内基本是吻合的; 由于受到上边缘的影响, 在  $-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$  范围内吻合区较小,  $r_1 = 1 \text{ mm}$ . 在出了图 5 中虚线之外的区域中, 两者的偏差加大. 这表明文 [7] 中位移表达式的有效区域为  $r = 1 \text{ mm}$  出了这一区域非奇异项的影响逐渐增大, 与奇异主项相比已不能略去不计.

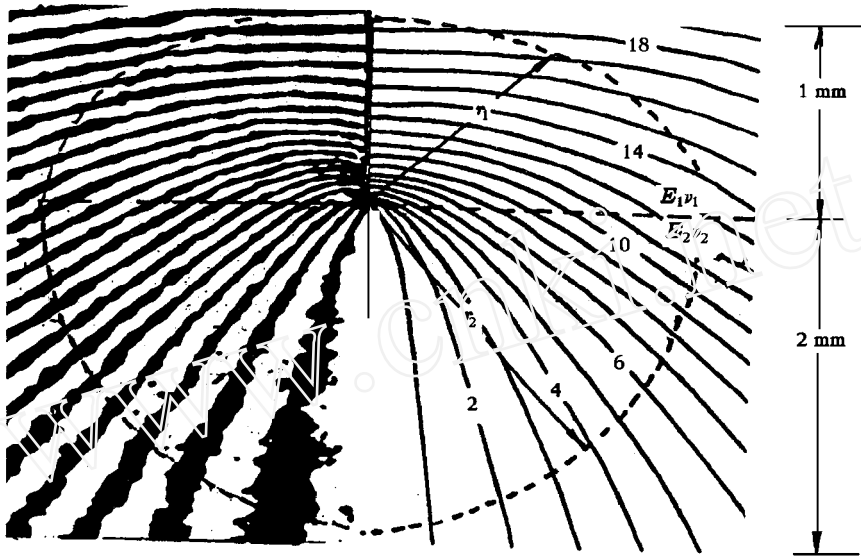


图 5 理论等位移场与实验等位移场

Fig. 5 Theoretical and experimental displacement fields

## 5 结 论

通过本文工作可得到如下结论：

1) 垂直界面方向的裂纹在裂纹尖端具有应力奇性. 对本文所研究的试件, 实验得到的应力奇异性阶数为  $-1 = -0.565$ , 而理论方法预算值为  $-1 = 0.587$ , 两者相近, 实验值略小于理论值. 作者认为是界面层减缓了应力奇异性.

2) 文 [7] 中给出的角位移分布规律与实验结果吻合较好, 因此证实了文 [7] 中关于角位移函数表达式是正确的.

3) 用混合法求出了该试件裂尖区域的应力强度因子为  $K = 7.2 \times 10^5 \text{ Pa m}^{0.565}$ .

4) 本文根据所用试件的材料参数, 利用文 [7] 所给位移场一般表达式绘出了理论解所对应的等位移场, 并将理论等位移场与实验位移场相比较. 结果发现在裂纹尖端  $r = 1 \text{ mm}$  的区域中实验与理论结果基本吻合, 这说明在这一区域内理论结果具有良好的精确度.

## 参 考 文 献

- 1 Zak AR, Williams ML. Crack point stress singularities at a bimaterial interface. *J. Appl. Mech.*, 1963, 30 (1): 142143
- 2 Bogy DB. On the plane elastostatic problem of a loaded crack terminating at a material interface. *J. Appl. Mech.*, 1971, 38 (4): 911918
- 3 Cook TS, Erdogan F. Stress in bonded material with a crack perpendicular to the interface. *Int. J. Engng Sci.*, 1972, 10 (6): 677697
- 4 Fenner DN. Stress singularities in composite materials with an arbitrarily oriented crack meeting an interface. *Int. J. Fracture*, 1976, 12 (6): 705721
- 5 Ahmad J. A micromechanics analysis of cracks in unidirectional fiber composites. *J. Appl. Mech.*, 1991, 58 (4): 964972

- 6 Lin KY, Mar JW. Finite element analysis of stress intensity factors for a crack at a bimaterial interface. *Int. J. Fracture*, 1976, 12 (4) : 521531
- 7 Chen DH. A crack normal to and termination at a bimaterial interface. *Eng. Fracture Mech.*, 1994, 49 (4) : 517-533
- 8 Dally JW, Kobayashi. Crack arrest in duplex specimen. *Int. J. Solids Structure*, 1978, 14 (1) : 121129
- 9 Sereda VE, Finkel VM. Interaction between fast crack and twomedia interface. *Strength Maters*, 1977, 12 (10) ; 14261429

## 附 录

文 [7] 中给出的角位移函数

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$g_r = \frac{1}{4} \left\{ (k_1 - 1) \cos [(\theta - \alpha) + \beta] + \cos [(\theta - \alpha) - \beta] + (k_1 - 1) \cos [(\theta - \alpha) + \beta] + (k_1 + 1) \cos [(\theta - \alpha) - \beta] \right\} / [4 G_1 (1 - \nu_1)]$$

$$g = \frac{1}{4} \left\{ (k_1 - 1) \sin [(\theta - \alpha) + \beta] - \sin [(\theta - \alpha) - \beta] + (k_1 + 1) \sin [(\theta - \alpha) + \beta] - (k_1 + 1) \sin [(\theta - \alpha) - \beta] \right\} / [4 G_1 (1 - \nu_1)]$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$$

$$g_r = \frac{1}{4} \left\{ (k_2 - 1) \cos [(\theta - \alpha) - \beta] - \cos [(\theta - \alpha) + \beta] + (k_2 - 1) \cos [(\theta - \alpha) - \beta] - (k_2 + 1) \cos [(\theta - \alpha) + \beta] \right\} / [4 G_2 (2 - \nu_2)]$$

$$g = \frac{1}{4} \left\{ (k_2 - 1) \sin [(\theta - \alpha) - \beta] + \sin [(\theta - \alpha) + \beta] + (k_2 + 1) \sin [(\theta - \alpha) - \beta] - (k_2 + 1) \sin [(\theta - \alpha) + \beta] \right\} / [4 G_2 (2 - \nu_2)]$$

## AN EXPERIMENTAL ANALYSIS OF FRACTURE MECHANICS FOR CRACK TIP NORMAL TO INTERFACIAL

Kang Yilan Lu Hua\* Jia Youquan Qiu Yu

(Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

\* (Department of Mechanical Engineering, Ryerson Polytechnic University, Canada)

**Abstract** The problems of an interfacial crack with the crack tip normal to interface are investigated by experiment. High-resolution moiré interferometry methods are employed to get displacement fields surrounding cracks. The order of singularity of displacement function of angular displacement and stress intensity factor are determined from experimental results and it also be compared and discussed with some theoretical results.

**Key words** experimental fracture mechanics, crack normal to interface, moiré interferometry