

溢流坝及水跃强紊流区流速场数值模拟

马福喜

(华北水利水电学院水力系, 郑州 450045)

马吉明

(清华大学, 北京 100084)

摘要 采用修正 k - ϵ 模型封闭 Reynolds 方程作为紊流控制方程、引入通度概念处理曲面不规则边界、用 VOF 法追踪自由表面, 对溢流坝及水跃强紊流区流速场进行数值模拟; 并用毕托管测水跃流速, 将数值模拟结果与实测结果进行了比较。

关键词 水跃, 紊流, 数值模拟

引言

水跃是泄水建筑物下游消能所采用的一种水流形式, 它一般是具有曲面边界、自由表面, 且具有表面回流的三维强紊流。

本文采用 VOF 法追踪水跃的自由表面, 对溢流坝及水跃流速场进行了数值模拟, 同时用毕托管对流场进行实测, 以期数值结果能获得实验的验证。

由于问题的复杂性, 生产对水跃问题多采用模型实验, 本法能较好地模拟水跃流场及自由表面, 具有较强的实际意义。

1 具有不规则边界时的紊流控制方程

两相流理论认为, 两种连续介质的流动, 分别由各自的质量、动量、能量守恒方程控制, 其一般形式:

质量守恒方程

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n U_n) = 0 \quad (1)$$

动量守恒方程

$$\frac{\partial \rho_n U_n}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n U_n U_n) = - \nabla P + \nabla \cdot (\mu_n \nabla U_n) + \rho_n g + S_n \quad (2)$$

$n = 1, 2$ 分别代表两种介质, ρ_n 是 n 种介质密度, α_n 是 n 种介质所占体积浓度, U_n 是 n 种介质质点流速矢量, P 为两相混合压力, μ_n 为介质的粘性系数, g 为重力加速度矢量, S_n 为两相之间的相互渗透作用力矢量。

具有不规则边界的水流可认为是两相流的特例。假定两相流中, 一相的各流动变量在时间和空间上保持恒定不变, 该相即为固体; 假定另一相为流动相, 由 (1) 和 (2) 得不可压缩流

体连续方程和动量方程

$$\nabla \cdot (U) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = [\rho g - \nabla(P/\rho)] - \frac{R U}{p} + \left[\frac{\tau}{p} \right] \tag{4}$$

是流体所占的体积浓度，对多孔介质中的水流它为多孔介质的孔隙率。对于绕障碍物的纯水问题，在流体内部 $\phi = 1$ ，在固体内部 $\phi = 0$ 。R 表示流体与固体之间相互渗透力特性的常数。 τ 是粘性应力张量。

这里只讨论以固体为边界的水流问题，多孔介质中的水流情况，另文讨论。因为我们只对流场中的流体感兴趣，在流体中 $\phi = 1$ ，方程 (4) 中的 ϕ 可不写。此外，在固体内部 $U = 0$ 。根据两相流理论，当流体满足在固体内部 $U = 0$ 或在固体壁上 $\partial U / \partial n = 0$ 时，表示流体渗透力特性的常数 $R = 0$ 。我们将式 (3) 代入式 (4)，式 (4) 即变为

$$\text{理论} \quad \text{两种} \quad \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (U \otimes U), U = g - \frac{P}{p} + \left[\frac{\tau}{p} \right] \tag{5}$$

此式实际上就是以粘性应力张量形式表示的 N-S 方程组中的动量方程

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = F_i - \frac{1}{p} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j} \tag{6}$$

这样考虑不规则边界时的水流控制方程就为方程 (3) 和方程 (6) 联合组成的方程组。

对式 (6) 进行时间平均运算，引入修正 K-模型^[1]得到不规则边界时的紊流控制方程组连续方程

$$\nabla \cdot (U) = 0 \tag{7}$$

动量方程

$$p \frac{DU_i}{Dt} = p G_i - \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial X_j} + \frac{\partial \tau'_{ii}}{\partial X_j} \tag{8}$$

其中

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right), \quad \tau'_{ij} = - \overline{P u_i u_j} \tag{9}$$

$$- \overline{u_i u_j} = - \frac{2}{3} \delta_{ij} K + \nu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} - L_T^2 \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_m} \frac{\partial U_j}{\partial X_m} - \frac{\partial U_m}{\partial X_i} \frac{\partial U_m}{\partial X_j} \right) \right] \tag{9}$$

式中 δ_{ij} 是 Kronecker 符号。 $\nu_t = C_\mu \frac{K^2}{K}$ 是紊动粘性系数， $L_T = C_L \frac{K^{3/2}}{K}$ 是紊动各向异性系数。

K 方程

$$\frac{DK}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_L} \left[C_K K^2 \frac{\partial K}{\partial X_L} + \nu \frac{\partial K}{\partial X_L} - \overline{u_i u_L} \frac{\partial U_i}{\partial X_L} \right] \tag{10}$$

方程

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial X_L} \left[C \frac{K^2}{K} \frac{\partial}{\partial X_L} + \nu \frac{\partial}{\partial X_L} - C_1 \frac{1}{K} \overline{u_i u_L} - \frac{\partial U_i}{\partial X_L} - C_2 \frac{K}{K} \right] \tag{11}$$

模型参数

c_μ	κ	C_K	C_2	C_1	C_2	C_L
0.09	1.0	0.09	1.3	0.07	1.43	1.92

需要说明的是，方程 (6) 只适用于流场内部，对于固体壁面附近的边界层流动，由于 Re 很低而不再适用。本文采用壁函数技术^[2]给出壁面附近网格的 K 和 δ 值。

2 通度处理曲面下规则边界

注意到 ϕ 是流场空间的函数，在固体内部 $\phi = 0$ ，在固体外部即能够被流体占据的空间点上 $\phi = 1$ ，与有无流体没有关系，与时间也无关，是空间点的台阶函数。我们用差分法离散连续方程 (7) 时引入四个数组对 ϕ 作出特殊的规定。首先， $\phi_{i,j,k}$ 计算网格 (i, j, k) 的体通度，定义为网格中能够被流体通过的体积（网格体积减去网格中固体障碍物的体积）与整个网格体积之比；其次 $\phi_{i+1/2,j,k}$ 计算网格右表面面通度，定义为该面上能被流体通过的面积与该面面积之比； $\phi_{i,j,+1/2,k}$ 计算网格后表面面通度，定义为该面上能被流体通过的面积与该面面积之比；最后， $\phi_{i,j,k+1/2}$ 计算网格上表面面通度，定义为该面上能被流体通过的面积与该面面积之比。依此定义对连续方程 (7) 进行离散可以得到

$$\left[\frac{U_{i+1/2,j,k}^{n+1} \phi_{i+1/2,j,k} - U_{i-1/2,j,k}^{n+1} \phi_{i-1/2,j,k}}{X_i} + K \frac{V_{i,j,+1/2,k}^{n+1} \phi_{i,j,+1/2,k} - V_{i,j,-1/2,k}^{n+1} \phi_{i,j,-1/2,k}}{Y_j} + \right. \\ \left. \right] / \phi_{i,j,k} = 0 \tag{12}$$

式中上标 $n+1$ 代表该值为 $n+1$ 时步的值； $U_{i+1/2,j,k}^{n+1}$ ， $V_{i,j,+1/2,k}^{n+1}$ ， $W_{i,j,k+1/2}^{n+1}$ 分别定义在网格右表面、后表面及上表面中心处；面通度 $\phi_{i+1/2,j,k}$ ， $\phi_{i,j,+1/2,k}$ ， $\phi_{i,j,k+1/2}$ 与相应的流速定义的位置一致，即定义在立方体网格的各表面上；体通度 $\phi_{i,j,k}$ 定义在网格中心。

由上式可以看出，假定网格六个表面上的流速分布均匀，上述对通度 ϕ 的定义能使流过网格的流量保持守恒。

3 VOF 法追踪自由表面

为了追踪自由表面，在能够被流体通过的空间点上定义函数 F ，定义其在含有流体的空间点上取 1，不含流体的空间点上取 0。它是一个台阶函数。这里对其进行如下的处理：在离散网格中取网格内流体体积所占该网格中能够被流体通过的空间体积的比值，当网格中充满流体时取 1，不含流体时取 0；当网格为自由表面网格时，流体没有充满网格， $F \in (0, 1)$ 。我们称它为流体体积函数。它是空间点与时间的函数，即 $F = F(x, y, z, t)$ ，可理解为固结在流体质点上并随流体质点一起运动的没有质量、没有粘性的着色点的运动，其输运微分方程为

$$DF/Dt = 0$$

即

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (U \cdot \nabla) F = 0 \tag{13}$$

考虑不规则边界的影响，引入通度 ϕ ，将 (7) 式代入 (13) 式得具有不规则边界时的守恒形式

$$\frac{\partial(\phi F)}{\partial t} + \frac{\partial(\phi UF)}{\partial X} + \frac{\partial(\phi VF)}{\partial Y} + \frac{\partial(\phi WF)}{\partial Z} = 0 \tag{14}$$

假设 $n+1$ 新时步的流速 U^{n+1} 已求出, 新时步的 F 值由 (14) 式的有限差分形式求得

$$F_{i,j,k}^{n+1} = F_{i,j,k} - \frac{\tau}{\Delta x} \left[\frac{1}{X_i} (U_{i+1/2,j,k}^{n+1} F_{i+1/2,j,k} - U_{i-1/2,j,k}^{n+1} F_{i-1/2,j,k}) + \right.$$

(15)

式中 $F_{i,j,k}$ 表示旧时步 n 的值, 定义在网格中心.

有了网格 $F_{i,j,k}^{n+1}$ 值的大小, 根据梯度概念找出其变化率最大值所在方向即为自由表面的法线方向. 在网格中以此为法线, 画一小平面将网格分为两部分, 其中含流体部分的体积所占比例等于 $F_{i,j,k}^{n+1}$, 这个小平面就代表该网格处的自由表面.

4 溢流坝及水跃强紊流区流速场数值模拟及实验验证

根据本文所建立的数学模型, 编制计算机程序, 对溢流坝及水跃强紊流区流速场进行数值模拟. 首先对岩滩电站表孔溢流坝及其下游戽式消力池中流场进行模拟.

该坝坝高 $P=54.5\text{m}$, 坝顶高程 202.0m , 溢流面曲线 $y=(1/26.6)x^{1.85}$, 下接 $1:0.65$ 直线段; 上游坝面垂直; 戽式消力池底水平段与反坡之间以 $R=25\text{m}$ 的圆弧相接; 尾坝坝顶高程 157.0m , 戽池底高程 147.5m . 计算采用 $63 \times 1 \times 55$ 非均匀长方体网格. 坝上设计水头 24.96m , 下游尾水水深 43m . 图 1 给出了计算流场及自由表面随时间的变化情况. 与河海大学 1986.1 实测资料相比, 本文计算单宽流量 $236\text{m}^2/\text{s}$, 与实测值 $232\text{m}^2/\text{s}$ 相比误差 2% ; 台阶后回流长度 92m , 与实测值 96m 相比误差 4% ; 台阶后水位最高点位置距上游坝面 180.00m 与实测值 186.49m 相比误差 3% , 该点高程 192.21m 与实测值 192.22m 相近.

由于河海大学没有对消力池中水跃流场进行实测, 这里无法对数值结果进行验证. 为此, 我们在中国科学院、水利电力部水利水电科学研究院作了模型试验^[3]. 模型试验所采用的坝高为 72cm , 坝面曲线为 $y=0.0123x^2$, 其后依次接坡度为 $1:0.9$ 的直线段及半径为 50cm 的圆弧, 见图 2. 在模型试验及数值计算中, 固定下游尾水位, 共对 5 个不同坝上水深 (cm): $10.8, 12.6, 14.6, 17.6, 20.6$ 进行. 对应于上游 5 个不同水深的下游水深 (cm) 分别为 $36.9, 38.6, 40.3, 42.7$ 和 44.7 . 计算时进口断面流速 u_{in} 按均匀流给出, K 和 ν 分别为: $K_{i,j,k}=0.005u_{in}^2$ 和 $\nu_{i,j,k}=0.1u_{in}K_{i,j,k}/y_p$. 这里, y_p 是网格特征长度. 出口流速及 K 和 ν 按连续条件给出, 即令出口网格的值取与其相邻的计算区域内部网格的对应值. 固壁流速按不可滑移条件给出, 固壁附近的 K 和 ν 用壁函数技术给出^[2]. 自由表面上的压力取为大气压, 而 K 和 ν 采用零梯度条件, 即令自由表面网格中的 K 和 ν 的值等于相邻的流体内部网格中的 K 和 ν 的值. 计算开始时, 假定坝顶有一挡水闸门, 上游水面为一水平面, 将闸门突然打开, 流动开始. 这时流动为非恒定流. 经过一段时间 (约 20s) 的流动 (计算), 流场各水力要素均趋不变, 流动趋于恒定, 这时计算即告结束.

图 2~6 为 5 种不同水位下水流达到恒定时的水平速度分布图, 图中的点为在模型试验中用毕托管实测的距渠壁 1cm 处的流速 (渠净宽 50cm), 曲线为数值模拟所得. 由这些图可以看出, 实测结果与计算结果吻合较好. 同时还可以看出, 沿流向断面速度分布渐趋均匀, 速度梯度减小, 这是合理的.

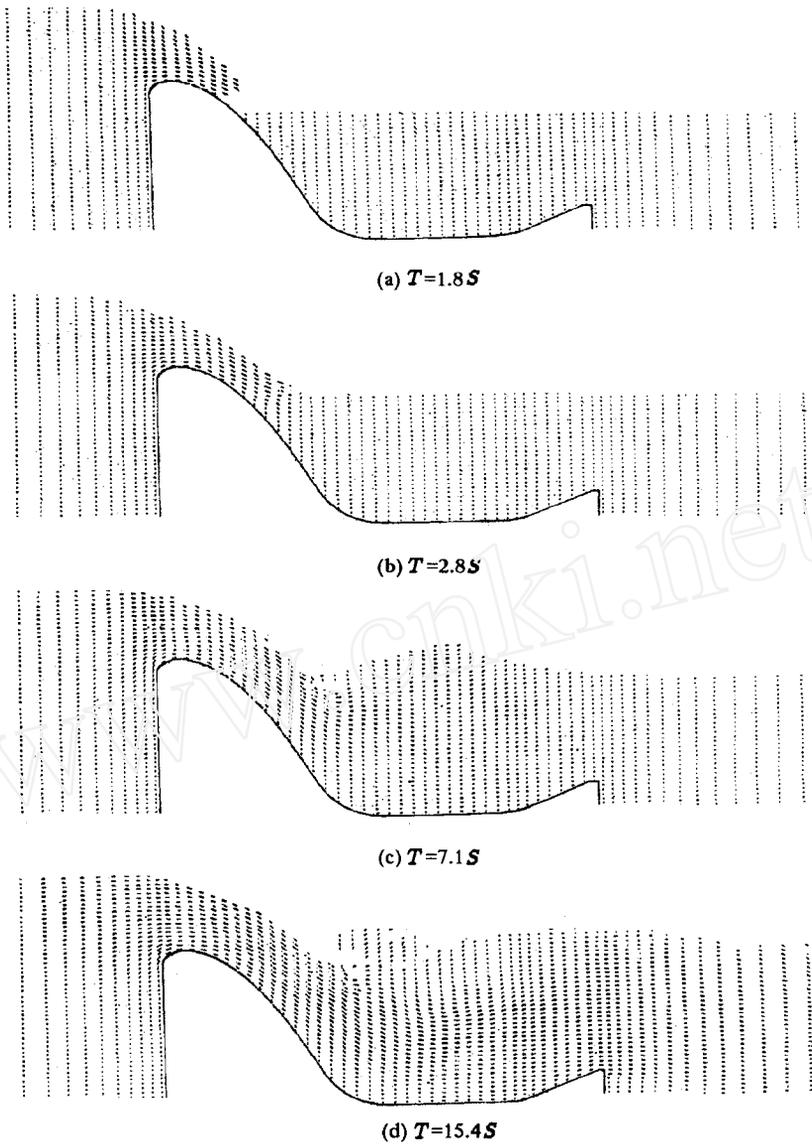


图 1 岩滩电站表孔溢流坝及其下游戽式消力池中流场

Fig. 1 Flow over YanTan power station spillway and in its down stream bucket type energy dissipater

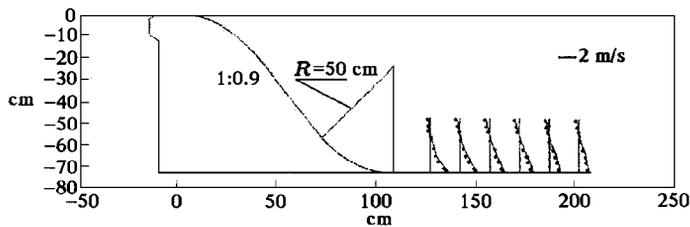


图 2 溢流坝剖面及坝上水深 10.8cm 时速度分布

Fig. 2 Cross section of the spillway and the velocity distribution along the dissipater with the water head over the dam being 10.8cm

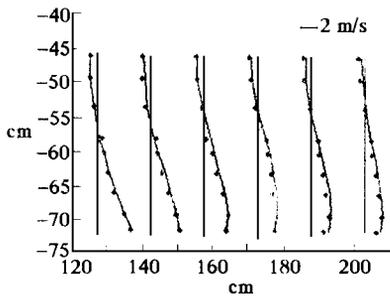


图3 坝上水深 12.6 cm 时速度分布
Fig.3 Velocity distribution along the dissipater with the water head over the dam being 12.6 cm

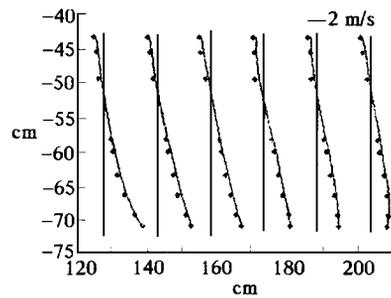


图4 坝上水深 14.6 cm 时速度分布
Fig.4 Velocity distribution along the dissipater with the water head over the dam being 14.6 cm

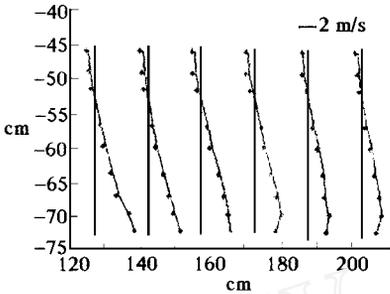


图5 坝上水深 17.6 cm 时速度分布
Fig. 5 Velocity distribution along the dissipater with the water head over the dam being 17.6 cm

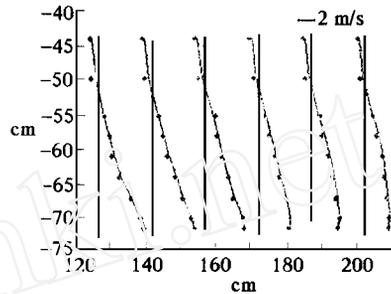


图6 坝上水深 20.6 cm 时速度分布
Fig. 6 Velocity distribution along the dissipater with the water head over the dam being 20.6 cm

需要指出的是, 本文模型试验所采用的水头均较小, 水流未产生特别明显的掺气现象. 因此, 本文数值计算未考虑掺气问题

5 结论

本文用修正的 $k-\epsilon$ 模型对溢流坝及水跃强紊流区这一复杂的水流现象进行了数值模拟 (曲面不规则边界和自由表面分别由引入的通量概念和 VOF 追踪法进行解决), 数值计算结果得到了模型实验的较好验证. 从而证明本文所建数值模型可以较好地模拟复杂的水流现象, 诸如定常、非定常、二维、三维、带自由表面或不带自由表面等问题. 但对高速掺气水流, 挟沙水流, 冲刷以及渗流作用等问题, 本模型尚需改进并获得实验的验证.

参考文献

- 1 张长高. 脉动速度的分解和脉动应力探讨. 河海大学学报, 1989, 17 (5): 1~8
- 2 马福喜. 三维带自由表面强紊动水流的数值模拟: [博士论文]. 南京: 河海大学, 1992
- 3 马吉明. 流固耦合振动及水跃压力脉动的研究: [博士论文]. 北京: 中国科学院、水利电力部水利水电科学研究所, 1988

SIMULATION OF FLOW FIELD IN HIGHLY-TURBULENT DISTRICT OF JUMP

Ma Fuxi

(North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450045, China)

Ma Jiming

(Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract To solve the problems of irregular boundaries and free surfaces in predicting three dimensional anisotropic turbulent flow, a modified K -turbulence model is derived, and the governing equations of turbulent flow over irregular boundary are developed by analyzing the solid-liquid two-phase theoretical flow model. And furthermore a partial-cell parameter is introduced to treat irregular boundary, which allows curved boundaries and internal obstacles or islands. For free surfaces, a simple but powerful method is described that is based on the concept of a fractional volume of fluid (VOF). This method is shown to be efficient to track complicated free surfaces. It shows that the program and the computer code established can simulate highly-turbulent flow well.

Key words jump, turbulence, numerical modelling