

弹性力学的实时神经计算原理与数值仿真¹⁾

孙道恒 胡 俏* 徐 灏*

(西南交通大学应用力学与工程系,成都 610031)

*(东北大学机械工程学院,沈阳 110006)

摘要 针对现代结构分析的特点,提出了基于神经网络结构的弹性力学分析原理;给出求解该问题的网络——改进的 Hopfield 和 TH 网络. 提出用 BP 网络来实现单元刚度矩阵的实时计算. 最后,对两个简单结构的弹性力学神经计算进行了数值仿真.

关键词 神经网络,弹性力学,有限元,实时计算

前 言

作为现代结构分析技术必须考虑损伤力学、疲劳行为、细观力学、蠕变损伤问题以及多轴非比例下的本构行为等,而这些问题的突出特点就是高度非线性、本构行为的时间相关性和动态演化性. 描述上述问题的变分原理往往要包含不等式约束,给有限元计算带来很大困难. 另外,考虑多种力学行为的全耦合求解时,必须把整个时间域分解成若干时间段,每个时间段多次反复迭代求解. 计算过程非常复杂,运算时间也相当长^[1].

神经网络是一种复杂的非线性动力系统,具有高度并行计算能力. 利用适当的神经网络可以把优化计算问题映射为一动态电路,从而在电路时间常数范围内获得问题的解. 根据最小能量原理,固体力学计算问题实际上是一约束非线性优化问题^[1,2]. 因此,本文提出了用神经网络实现其实时求解的方法,为现代结构分析的实时化和复杂力学行为的模拟分析提供新的手段.

1 Hopfield 网络的优化计算原理与 BP 网络的函数映射功能

神经网络基本上可分为前向网络、反馈网络、自组织网络和随机网络四个范式. Hopfield 网络是反馈网络的一种^[6].

神经网络优化计算的基本思想:

由于神经网络能量函数的极小点对应于系统的稳定平衡点,这样能量函数极小点的求解就转换成求解系统的稳定平衡点. 随着时间的演化,网络的运动轨道在相空间中总是朝着能量函数减小的方向运动,最终达到系统的平衡点即能量函数的极小点. 因此,如果把神经网络动力系统的稳定吸引子考虑为适当能量函数(或广义目标函数)的极小点,随着系统的流动将到达目标函数的某极小点. 利用“模拟退火法”等方法,则系统最终会到达所希望的最小点. 计算也就在系统的流动过程中悄悄地完成了.

神经网络优化计算的基本步骤:

(1) 选择一个合适的问题表达方式,使神经元的输出与问题的待求变量彼此对应. (2) 构造计算能量函数,使其最小值对应于问题的最优解. (3) 由计算能量函数求其对应的连接权值和偏置参数. (4) 构造相应的神经网络和电路方程.

¹⁾ 国家自然科学基金、辽宁省博士点基金资助项目.
1996-05-27 收到第一稿,1996-12-30 收到修改稿.

BP 网络为多层前向结构. 网络由输入节点层、输出节点层、隐层和层间节点的连接权值所组成^[6,7]. 信息从输入层流向输出层, 给定输入信息, 便得到一个输出结果.

理论上已经证明: 存在一个三层网络能够以任意精度实现任意连续函数的映射. 为了映射的实现, 要利用输入输出样本数据对网络进行训练.

2 基于神经网络的弹性力学计算模型

在用神经网络求解弹性力学问题时, 把结构的势能泛函作为优化目标函数, 边界条件等作为约束控制方程, 位移或应变增量作为自变函数. 利用有限元方法, 将连续体离散化. 设共划分 m 个单元 (m_1 个力边界单元, n 个节点, n_1 个位移边界节点), 引入有限元位移插值函数, 通过单元的组合装配, 可将系统的总势能和约束控制方程写为下面的形式^[1]

$$\left. \begin{aligned} \min_{d_u \text{ 或 } \delta u} &= \frac{1}{2} \mathbf{K} - \mathbf{q}^T \\ \text{s. t } \mathbf{A} &= \text{---} \quad (\text{在 } S_u \text{ 上}) \end{aligned} \right\} \quad \text{蹄}$$

www.cnki.net

$J \in R^{2n_1}$ 为约束平面输入电流矢量, 对应于弹性体的已知节点位移矢量 \bar{u} .

T 为自跨导矩阵, 对应于弹性体的总体刚度矩阵 K , K 为对称方阵, 且其对角元素 $k_{ii} > 0$.

A 为异跨导矩阵, 对应于弹性体的位移约束边界条件的系数矩阵.

R^{2n_1} 为约束平面的输出电压矢量.

已经证明, 该网络是稳定的^[6], 并且最终稳定输出就是弹性力学问题式(1)的真实解^[8].

对于静态线弹性力学问题, 若将位移边界条件直接引入总刚并进行修正, 得到无约束优化问题. 可用改进的 Hopfield (M-Hopfield) 网络求解. M-Hopfield 网络在神经元结构、各神经元连接方式上与原 Hopfield 网络完全相同. 所不同的是, 在 M-Hopfield 网络中, $T_{ii} = 0$. 激励函数 $f(\cdot)$ 选为线性函数, 即 $f(x) = x$. 可以广泛应用于无约束二次优化问题的求解. M-Hopfield 网络实际上是 M-TH 网络的一个特例.

3 用 BP 网络计算单元刚度矩阵

用 M-Hopfield 网络或 M-TH 网络进行结构有限元实时分析时, 事先必须给定目标网络的连接权值, 这些权值就是相应结构的总刚矩阵中的元素. 因此, 如何实现单元刚度矩阵的实时计算是有限元实时计算的关键之一.

单元刚度矩阵的计算实际上是从单元的尺寸、材料的性质到单刚的映射问题. 从理论上讲, 完全可以用 BP 网络来实现. 用 BP 网络实现该映射时, 把单元结点的相对坐标、材料性能 (若结构材料单一、均匀, 可不予考虑) 作为输入信息, 单刚矩阵 $[K]^e$ 中的元素作为输出. 要实现这种映射, 必须对所用 BP 网络进行训练. 把上述输入参数的最大可能变化范围分别等分、组合形成多组输入样本; 对各组输入样本按有限元单刚计算公式计算相应的单刚矩阵元素作为网络目标输出. 离线训练网络, 直到收敛. 收敛后的网络即可进入工作阶段, 从而实现单刚矩阵的实时计算.

以平面三角形单元为例, 把结点相对坐标作为 BP 网络的输入. 以 $[K_{ij}]^e$, $[K_{im}]^e$, $[K_{jm}]^e$ 三个分块矩阵中 10 个元素作为输出, 反复训练网络, 待网络收敛即可进入工作阶段.

表 1 给出了几组单刚矩阵元素的有限元计算结果和 BP 网络输出值的比较. 网络的输入层节点数为 4, 输出层节点数为 10, 设置两个隐层, 其节点数分别为 16, 20, 学习速率 $\eta = 0.8$, 惯性项 $\alpha = 0.9$, 训练 15 000 次网络收敛.

表 1 单刚元素的计算结果

Table 1 The computed results of single stiffness elements

Traditional	- 0.5	- 0.25	- 0.25	0.0	- 0.25	- 0.25	- 0.5	0.0	0.0	0.0
Neurocomputed	- 0.505	- 0.247	- 0.245	0.001	- 0.242	- 0.249	- 0.490	- 0.005	0.015	- 0.029

从表中可以看出, 用 BP 网络求解单刚矩阵, 相对误差在 2% 以下, 且其求解精度可以任意设定, 完全满足工程要求. BP 网络在学习阶段, 训练时间较长. 网络经训练收敛后, 工作过程是实时的.

4 简单结构有限元神经计算的数值仿真

神经计算可以在神经计算机上用神经网络模拟电路来实现. 在下面的例子中, 利用改进的 Hopfield 网络求解, 在串行计算机上进行数值模拟, 即采用四阶 Runge-Kutta 方法求解网络

的动态电路微分方程.

图 2 所示结构,板厚 $t = 0.1\text{ m}$,材料弹性模量为 E_0 ,泊松比 $\mu = 0$,尺寸和约束情况如图所示.在网络中, $R_i = 10\text{ k}$, $C_i = 1\text{ pF}$, $i = 10.0 (i = 1, 2, \dots, 6)$,数值模拟时的迭代步长为 $h = 0.1$.网络经 60 次迭代达到稳定状态,稳定输出结果如表 2 所示.

表 2 结点位移的神经计算结果(位移 $\times E_0, \text{mm}$)

Table 2 The neurocomputed displacements of nodes

Node No.	1 (Y)	2 (Y)	3 (X)	3 (Y)	5 (X)	6 (X)
Neurocomputed	- 3.252622	- 1.252688	- 0.087909	- 0.373607	0.175812	0.175809
Traditional	- 3.252747	- 1.252747	- 0.08791209	- 0.3736264	0.1758242	0.1758242

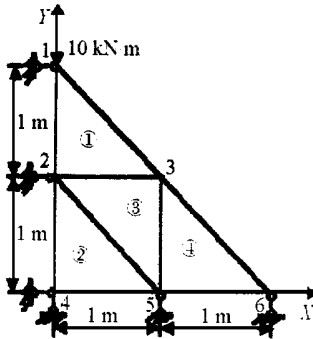


图 2 平面结构示意图
Fig. 2 A plane stress structure

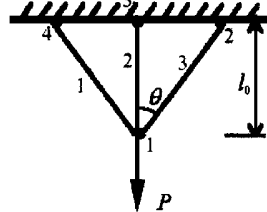


图 3 三杆桁架结构
Fig. 3 A simple truss

三杆对称桁架结构如图 3 所示,受铅垂作用力 P ,各杆的截面积 $S = 1\ 000\text{ mm}^2$,杆长分别为 $l_2 = l_0 = 100\text{ mm}$, $\theta = 30^\circ$.各杆材料为理想弹性性,弹性模量 $E_0 = 2.0 \times 10^5\text{ MPa}$.

表 3 同作用力情况下结点 1 位移的计算结果($\times E_0, \text{mm}$)

Table 3 The computed displacements of node 1 under different loads

Load ($\times 10^5\text{ N}$)	1.0	2.0	3.0	4.0	4.5
Neurocomputed	4347.782	8695.306	13042.852	17394.641	19568.783
Theoretical	4349.645	8699.290	13048.935	17398.581	19573.403

从表 2,表 3 可以看出,神经计算结果与传统有限元计算结果非常接近,在上面所选取的网络参数下,其计算误差均在千分之一以下.按动态电路稳定时间的计算方法,用上述网络对图示结构进行有限元计算的时间为 10^{-12} s 量级,且计算时间与结构的复杂程度无关.

5 结 论

1) 固体力学有限元计算可以转化为约束非线性优化问题.对于弹性力学有限元问题而言,它对应于等式约束下的二次优化问题,该二次优化问题可以用神经网络实现.故弹性力学求解可以在电路时间常数数量级内完成.计算时间与问题的规模无关.

2) 单刚矩阵的计算可看作是从单元的尺寸、材料的性质到单刚元素的映射问题,因此,可以利用 BP 网络的函数映射功能来实现单刚矩阵的实时计算.

参 考 文 献

1 曾攀. 材料的概率疲劳损伤特性及现代结构分析原理. 北京:科学技术文献出版社,1993 (Zen Pan. Probabilistic Fatigue

- Damage Properties of Materials and Modern Structural Analysis Principle. Science and Technology Literature Press, 1993 (in Chinese)
- 2 孙道恒, 胡俏, 徐灏. 固体力学有限元神经计算原理. 机械工程学报, 1996, 32(6): 20~25 (Sun Daoheng, Hu Qiao, Xu Hao. Neurocomputing theory on finite element analysis of solid mechanics. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 1996, 32(6): 20~25 (in Chinese))
- 3 Theocaris PS, Panagiotopoulos PD. Neural network for computing in fracture mechanics, methods and prospects of applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1993, (106): 213~228
- 4 丁跃武. 线弹性结构静动态有限元法. 沈阳: 东北大学出版社, 1990 (Ding Yuewu. Static and Dynamic FEM for Linear Elastic Structural Analysis. Shenyang: Northeastern University Press. 1990 (in Chinese))
- 5 牛庠均. 现代变分原理. 北京: 北京工业大学出版社, 1992 (Niu Xiangjun. Modern Variational Principle. Beijing: Beijing Industrial University Press, 1992 (in Chinese))
- 6 焦李成. 神经网络计算. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993 (Jiao Licheng. Neurocomputation. Xian: Xian Electronic Science and Technology University Press. 1993 (in Chinese))
- 7 Pao Yoh-Han. Adaptive pattern recognition and neural networks, Addison Wesley Publishing Company, Inc., 1989
- 8 孙道恒. 结构分析的神经计算原理. 博士论文, 东北大学, 沈阳, 1996, 12 (Sun Daoheng. Structural analysis neurocomputing theory. a doctoral dissertation, Northeastern University, Shenyang, 1996 (in Chinese))

REAL-TIME NEUROCOMPUTING THEORY AND NUMERICAL SIMULATION ON ELASTIC MECHANICS¹⁾

Sun Daoheng Hu Qiao * Xu Hao *

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

* (Mechanical Engineering School of Northeastern University, Shenyang 110006, China)

Abstract How to reduce the time in structural analysis and design has been always a remarkable problem for engineers and researchers. Because of the nonlinear and parallel processing ability, Neural Networks (NN) has been widely used. In this paper, some fundamental problems about the applications of NN in structural analysis have been studied through theoretical analysis and numerical simulation. Based on the Hopfield NN, the concept of Energy Functional and the Minimal Potential Principle, the computation of elastic mechanics was transmitted into a quadratic programming. The corresponding architecture and the parameters of the NN (M-TH, M-Hopfield) were given, and the networks' dynamic stability was analyzed. Solving an elastic mechanical problem is equal to NN's dynamic stabilization, and the ultimate stable state of NN is the solution of related mechanical problem. A NN can be mapped to an dynamic circuit, in which the information is processed parallelly and the time spent has nothing to do with the complexity of a problem. It can be seen from the two examples given that the neurocomputed outputs are in agreement with the classical FEM, the relative errors are all below 1/1000. It will take about 10^{-12} s to analyze the structure by using neural FEM, and it has no relation with the structure's complexity. The input parameters (R_i , C_i and i) of the M-Hopfield and M-TH net effect directly on computing speed and pre-

¹⁾ The project supported by the National Natural Science Foundation of China and the Doctoral Science Foundation of Liaoning.

Received 27 May 1996, revised 30 December 1996.