

多机械臂搬运同一物体的 协调动态载荷分配¹⁾

王兴贵 韩松臣 * 秦俊奇 邵成勋 *

(中国人民解放军军械工程学院, 石家庄 050003)

* (哈尔滨工业大学航天工程与力学系, 哈尔滨 150001)

摘要 针对多机械臂共同搬运同一物体形成闭运动链的协调系统, 研究了多机械臂协调动态载荷分配存在冗余情况下的实时性分配方法。文中提出了“虚集中惯性质量棒”的概念, 进而根据各机械臂的承载能力, 采用线性加权的方法发展了一种操作物体质心处零内力的载荷分配原则。最后给出了系统载荷分配的解析表达式, 有效地解决了多机械臂搬运同一物体时其动态载荷分配的实时性问题。

关键词 多机械臂系统, 协调动力学, 载荷分配, 逆动力学, 冗余系统

引言

多机械臂协调在工业自动化、航天、海洋开发等领域所展现出的应用前景, 已引起了愈来愈多的国内外研究者们的重视^[1~8], 其中多机械臂搬运同一物体的紧协调问题则是该领域的研究热点。因为多机械臂形成闭运动链后, 一个特有的问题就是在工作过程中几个机械臂之间的运动和受力是相互关联的, 系统内的控制力数目多, 其逆动力学解不唯一。因此, 它出现了协调控制中载荷分配的新问题, 即要使系统实现预先规划的期望运动轨迹, 在实施控制之前, 一个重要的问题就是要在各机械臂之间适当地分配对公共载荷的作用力, 以保证机械臂在协调工作中不发生过载现象和不使物体的受力超出物理极限或滑脱。通常研究者们都将载荷分配问题处理为一个有约束的优化问题^[1~7]。目前有关文献研究的核心问题之一就是整个系统目标函数的选取和约束条件的合理确定。但是, 对于多机械臂协调的载荷分配需要解决的关键问题还是实时性问题。尽管文献[2, 3]等在规划方法方面作了不少工作, 其实时性仍是一个大问题。所以, 如何能将模型简化, 并在一定约束条件下给出载荷分配的解析表达式, 将其直接与控制器结合实现在线运算则是该问题研究的关键所在。

本文根据多机械臂搬运同一刚性物体的特点, 首先提出了“虚集中惯性质量棒”的概念, 并给出相关的系统动力学模型; 然后提出了物体质心处零内力的载荷分配原则; 最后, 导出系统动态载荷分配的解析表达式。文中给出了 3 个机械臂搬运同一物体的算例。

1 多机械臂协调系统的整体动力学描述

多机械臂搬运同一物体的系统构形图如图 1 所示。设系统由 m 个机械臂组成, 根据牛顿-欧拉方程可得被搬运物体的动力学方程为

1995-07-06 收到第一稿, 1996-05-02 收到修改稿。

1) 国家自然科学基金及中国科学院机器人学开放研究实验室基金资助项目。

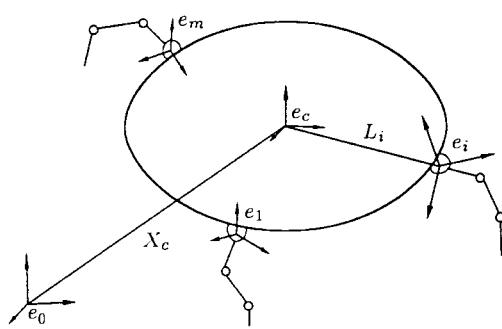


图 1 多机械臂搬运同一物体系统构形图
Fig.1 Schematic of multiple robot manipulators carrying a common object system

对物体的作用力和力矩。式(1)中 $F_i \in R^{3i}$, $N_i \in R^{3i}$ ($i > 1$), $\ddot{X}_c \in R^3$, $\dot{\omega} \in R^3$ 。因此方程的正解, 即已知 F_i , N_i 求 \ddot{X}_c 和 $\dot{\omega}$ 是确定的。然而, 系统在工作之前必须先确定各机械臂对公共物体的作用力和力矩 F_i , N_i , 当依据物体的期望运动轨迹 \ddot{X}_c , $\dot{\omega}$ 求 F_i 和 N_i 时, 即方程(1)的逆解是不确定的。如何根据各机械臂的承载能力合理地确定其对公共物体的期望作用力和力矩的问题就是系统的载荷分配。解决这一问题的关键是建立系统内各机械臂对应公共载荷的合理数学描述关系。

2 多机械臂协调的动态载荷分配

2.1 虚集中惯性质量棒

由于方程(1)的逆解不确定, 无法直接给出其解析解, 为避免通常用优化的方法进行系统的动态载荷分配实时性差的难题。首先定义一个新概念“虚集中惯性质量棒”——假设有一个无质量的刚性棒的一端具有集中质量和惯量张量, 如图2所示, 设外力和力矩作用在其无质量端。再引入惯性力 $Q_{fi} = -m_i \ddot{X}_c$, 惯性力矩 $Q_{Ni} = -I_{ci} \dot{\omega} - \omega \times (I_{ci} \omega)$, 运用达朗伯原理, 图2中虚集中惯性质量棒受力的动态平衡方程如下

$$\left. \begin{aligned} Q_{fi} + G_i + F_i &= 0 \\ Q_{Ni} + N_i + L_i \times F_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $G_i = m_i g$ 。

2.2 多机械臂协调载荷分配

通常在多机械臂共同搬运同一物体的协调系统中的各机械臂爪末端均装有腕力 / 矩传感器或柔顺腕等顺应装置。因此, 当实际被搬运物体的变形刚度远大于系统顺应装置的弹性刚度时, 即可假设被搬运物体是理想的刚性物体。再引入一个概念“等效质量和等效惯量张量”——将刚性物体的分布质量和对质心的惯量张量向质心处简化, 使其在质心处具有与原物体等效的集中质量

$$\left. \begin{aligned} M \ddot{X}_c &= \sum_{i=1}^m F_i + Mg \\ I_c \dot{\omega} &= -\omega \times (I_c \omega) + \sum_{i=1}^m N_i + \\ \sum_{i=1}^m L_i \times F_i & \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 M, I_c 为物体质量及对质心的惯量张量; $\ddot{X}_c, \dot{\omega}, \omega$ 为物体质心的线加速度、角加速度和角速度; L_i 为物体质心至机械臂爪端坐标系 e_i 原点的矢径; F_i, N_i 为机械臂

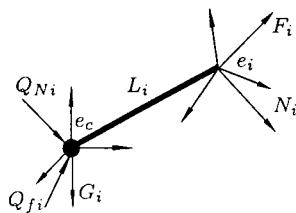


图 2 虚集中惯性质量棒的受力图
Fig.2 Schematic of forces applied on the concentrated inertia and mass virtual stick

m_c 和集中惯量张量 I_c . 这样可将原多机械臂协调系统简化为由各机械臂抓握一个无质量的刚性棒在原物体的质心处相连，而物体的质心处具有与原物体等效的集中质量和集中惯量张量。物体的受力图简化为图 3 所示。

通过以上简化，再根据系统内各机械臂的承载能力，采用线性加权的方法，基于虚集中惯性质量棒的概念进行分配机械臂的工作载荷。设系统内第 i 个机械臂的承载能力系数为 ξ_i ($\sum_{i=1}^m \xi_i = 1$)，并将被搬运物体在质心处的等效集中质量 m_c 和集中惯量张量 I_c 假想按各机械臂的承载系数 ξ_i 分割为 m 份，有：

$$\left. \begin{aligned} m_i &= \xi_i m_c \\ I_{ci} &= \xi_i I_c \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

当已知载荷的期望运动轨迹分配系统内各机械臂爪端提供的期望接触力 F_i^d 和力矩 N_i^d 时，假设各虚集中惯性质量棒在物体质心汇聚点处作用内力、力矩为零，即物体质心作用内力为零的原则。此时，多机械臂协调系统简化为，每个机械臂均抓握一个虚集中惯性质量棒以同样的轨迹姿态运动。为清楚理解机械臂抓握虚集中惯性质量棒的受力特性，方便控制器设计，仍将机械臂爪端的期望接触力 F_i^{md} 和力矩 N_i^{md} 分为两部分：一部分与重力载荷 G_i 相平衡不产生运动的静态期望力 F_i^d 和力矩 N_i^d ；一部分与惯性力载荷 Q_{fi} , Q_{Ni} 相平衡的使物体产生运动的动态期望力（合外力） F_i^{md} 和力矩（合外力矩） N_i^{md} ，有

$$\left. \begin{aligned} F_i^{sd} &= -G_i \\ N_i^{sd} &= -L_i \times F_i^{sd} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} F_i^{md} &= -Q_{fi}^d \\ N_i^{md} &= -L_i \times F_i^{md} - Q_{Ni}^d \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} F_i^d &= F_i^{md} + F_i^{sd} \\ N_i^d &= N_i^{md} + N_i^{sd} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式(4)~式(6)即为多机械臂协调系统，基于操作物体质心处零内力原则的动态期望载荷分配关系的解析表达式方程。当规划出被搬运物体运动轨迹后，根据各机械臂的承载能力，即可通过式(4)~式(6)分配系统内各机械臂的期望工作载荷。

3 系统在工作过程中的实际载荷偏差描述

多机械臂搬运同一物体的协调操作系统，在实际工作过程中，由于各种原因的干扰，各机械臂对物体的实际作用力和力矩不可能是式(4)~式(6)给出的期望值。要使其能保证正常有效地协调工作，需要解决的核心问题就是对系统的总体运动控制（即系统运动的轨迹偏差控制）和对机械臂之间协调关系即被搬运物体所受内力的控制。基于本文提出的“虚集中惯性质量棒”

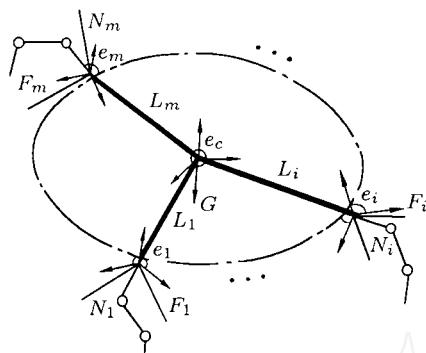


图 3 操作物体简化受力图
Fig.3 Forces applied on the simplified object

的概念, 可以方便地给出系统动态偏差的解析表达式, 为了方便控制系统设计和有效地控制系统的偏差, 将系统的控制输入分为 3 部分: 1) 使系统产生期望工作状态部分; 2) 使系统消除运动轨迹偏差部分; 3) 使系统消除不协调作用内力部分。假设物体运动的惯性力载荷仍由各机械臂按承载系数 ξ_i 提供, 则每个机械臂使物体产生运动所提供的力和力矩为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_i^m &= -\mathbf{Q}_{fi} \\ \mathbf{N}_i^m &= -\mathbf{L}_i \times \mathbf{F}_i^m - \mathbf{Q}_{Ni} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{Q}_{fi} = -m_i \ddot{\mathbf{X}}_c$, $\mathbf{Q}_{Ni} = -I_{ci} \dot{\boldsymbol{\omega}} - \boldsymbol{\omega} \times (I_{ci} \boldsymbol{\omega})$.

根据达朗伯原理, 每个机械臂搬运物体所产生的不协调内力和力矩的分量 \mathbf{F}_i^{in} , \mathbf{N}_i^{in} 为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_i^{in} &= \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_i^m - \mathbf{F}_i^{sd} \\ \mathbf{N}_i^{in} &= \mathbf{N}_i - \mathbf{N}_i^m - \mathbf{N}_i^{sd} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 \mathbf{F}_i , \mathbf{N}_i 为第 i 个机械臂爪端对物体的实际作用力和力矩; \mathbf{F}_i^{sd} , \mathbf{N}_i^{sd} 为第 i 个机械臂爪端所提供的与重力载荷相平衡的静态期望力、力矩分量; \mathbf{F}_i^m , \mathbf{N}_i^m 为第 i 个机械臂爪端所提供的使物体产生运动的动态力和力矩分量。由上式可得被搬运物体质心处的内力、力矩的绝对值为

$$\left. \begin{aligned} |\mathbf{F}_c^{in}| &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^m |\mathbf{F}_i^{in}| \right) \\ |\mathbf{N}_c^{in}| &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^m |\mathbf{N}_i^{in} + \mathbf{L}_i \times \mathbf{F}_i^{in}| \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式 (9) 就是反映多机械臂搬运同一物体时各机械臂之间协调程度的数学描述。因此系统要保持正常的协调工作, 必须使 $|\mathbf{F}_c^{in}| \rightarrow 0$, $|\mathbf{N}_c^{in}| \rightarrow 0$, $|\mathbf{F}_i^{in}| \rightarrow |\mathbf{F}_i^{md}|$, $|\mathbf{N}_i^{in}| \rightarrow |\mathbf{N}_i^{md}|$, $|\mathbf{F}_i| \rightarrow |\mathbf{F}_i^d|$, $|\mathbf{N}_i| \rightarrow |\mathbf{N}_i^d|$ 。通过以上协调指标便可以对系统内的机械臂分别设计控制器。

而且在对系统实施控制时可直接将载荷分配的关系式 (4)~(6) 引入进行实时计算。

4 算 例

本文以中科院机器人学开放研究实验室的 3 台异型机器人 (Adept-I, PUMA562, PUMA760) 组成的多机器人协调实验系统为例^[8]。实验时让 3 个机器人爪端均固抓一个长方形大木板作铅垂运动, 实验系统总体图如图 4 所示, 被搬运物体的受力及构形简图如图 5 所示, 被搬运物体的几何物理参数为

$$\begin{aligned} L \times W \times H &= 1.214 \times 0.916 \times 0.024 (\text{m}^3) \\ M &= 4.6 (\text{kg}), \quad J_{xx} = 0.5652 (\text{kg} \cdot \text{m}^2) \\ J_{yy} &= 0.3219 (\text{kg} \cdot \text{m}^2), \quad J_{zz} = 0.8866 (\text{kg} \cdot \text{m}^2) \end{aligned}$$

实验过程中, 物体运动的直线加速度 (其中 $\omega = 0$, $\dot{\omega} = 0$) 为

$$a = \begin{cases} 0.063 (\text{m/s}^2), & 0 < t \leq 0.64 \\ 0, & 0.64 < t < 2.56 (\text{s}) \\ -0.063 (\text{m/s}^2), & 2.56 \leq t < 3.2 \end{cases}$$

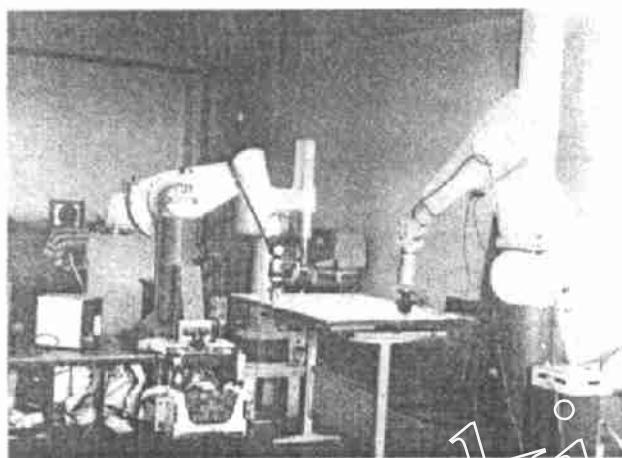


图 4 3 个机械臂协调系统的实验总体图

Fig.4 The experimental system of three coordinated cobot arms

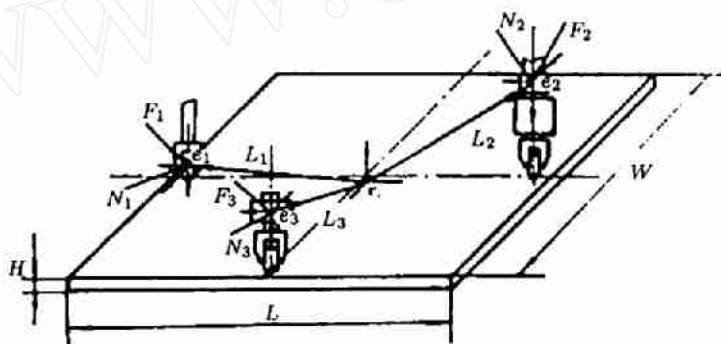


图 5 被搬运物体的受力坐标系关系简图

Fig.5 Schematic of coordinate systems and forces applied on the carried object

由图 5 所示, 被搬运物体的受力及各机械臂爪端腕力 / 矩传感器 (Adept-I 为爪钳中心) 坐标系 e_i 与物体质心坐标系 e_c 的正交变换矩阵及位置关系有

$$R_{1c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad R_{2c} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad R_{3c} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = [0.0, -0.6, 0.04]^T \text{ (m)}, \quad L_2 = [0.0, 0.6, 0.29]^T \text{ (m)}, \quad L_3 = [0.45, 0.0, 0.18]^T \text{ (m)}$$

选取惯性坐标系与物体质心坐标系的初始位姿相同, 当物体作铅垂向上运动时即 $\bar{X}_c = (0, 0, a)^T$, 运用本文提出的物体质心处零内力的载荷分配原则, 根据 3 个机械臂的承载能力, 设其承载系数为: Adept-I 为 $\xi_1 = 0.2$, PUMA760 为 $\xi_2 = 0.5$, PUMA562 为 $\xi_3 = 0.3$. 由式(4)~式(6)可以直接给出各机械臂对公共物体的期望接触力和力矩的数学描述式.

期望静态力和力矩

$$\mathbf{F}_1^{sd} = -R_{1c}\xi_1 Mg = (0, 0, -9.016)^T \text{ (N)}, \quad \mathbf{N}_1^{sd} = -R_{1c}\tilde{L}_1 R_{1c}^T \mathbf{F}_1^{sd} = (5.4096, 0, 0)^T \text{ (N·m)}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_2^{sd} &= -R_{2c}\xi_2 M\mathbf{g} = (0, 0, -22.54)^T \text{ (N)}, \quad \mathbf{N}_2^{sd} = -R_{2c}\tilde{L}_2 R_{2c}^T \mathbf{F}_2^{sd} = (13.524, 0, 0)^T \text{ (N·m)} \\ \mathbf{F}_3^{sd} &= -R_{3c}\xi_3 M\mathbf{g} = (0, 0, -13.524)^T \text{ (N)}, \quad \mathbf{N}_3^{sd} = -R_{3c}\tilde{L}_3 R_{3c}^T \mathbf{F}_3^{sd} = (0, 6.0858, 0)^T \text{ (N·m)}\end{aligned}$$

期望动态力和力矩

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1^{md} &= -R_{1c}\xi_1 \mathbf{Q}_f = (0, 0, -9.2a)^T \text{ (N)}, \quad \mathbf{N}_1^{md} = -R_{1c}\tilde{L}_1 R_{1c}^T \mathbf{F}_1^{md} = (0.552a, 0, 0)^T \text{ (N·m)} \\ \mathbf{F}_2^{md} &= -R_{2c}\xi_2 \mathbf{Q}_f = (0, 0, -2.3a)^T \text{ (N)}, \quad \mathbf{N}_2^{md} = -R_{2c}\tilde{L}_2 R_{2c}^T \mathbf{F}_2^{md} = (1.38a, 0, 0)^T \text{ (N·m)} \\ \mathbf{F}_3^{md} &= -R_{3c}\xi_3 \mathbf{Q}_f = (0, 0, -1.38a)^T \text{ (N)}, \quad \mathbf{N}_3^{md} = -R_{3c}\tilde{L}_3 R_{3c}^T \mathbf{F}_3^{md} = (0.621a, 0, 0)^T \text{ (N·m)} \\ \mathbf{F}_i^d &= \mathbf{F}_i^{md} + \mathbf{F}_i^{sd} \quad (i = 1, 2, 3) \\ \mathbf{N}_i^d &= \mathbf{N}_i^{md} + \mathbf{N}_i^{sd} \quad \left. \right\} \quad (10)\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{Q}_f = -M$, $\ddot{\mathbf{X}}_c = -(0, 0, 4.6a)^T \text{ (N)}$, $\mathbf{g} = (0, 0, -9.8)^T \text{ (m/s}^2)$.

因此, 当被搬运物体的几何物理参数已知时, 机械臂对物体的期望作用力和力矩只是物体运动轨迹的函数. 本算例中 $\omega = 0$, $\dot{\omega} = 0$, 所以式 (10) 只是 $\ddot{\mathbf{X}}_c = (0, 0, a)^T$ 的函数.

5 小 结

本文主要研究了多机械臂搬运同一物体的协调操作系统的动态载荷分配问题. 针对多机械臂形成闭运动链后, 其逆动力学解不唯一所存在的系统载荷分配具有冗余解的问题, 首先提出了“虚集中惯性质量棒”的概念, 进而根据系统内各机械臂的承载能力, 采用线性加权的方法提出了操作物体质心处零内力的载荷分配原则, 并给出了其解析表达式. 因此它克服了通常载荷分配基于各种函数指标优化所存在计算量大, 不能实时分配系统动态载荷的困难. 通过引入虚集中惯性质量棒的概念, 文中给出了被搬运物体内部所受的不协调内力与各机械臂爪端作用力的解析关系式, 克服了目前文献资料中只是通过机械臂爪端对载荷的作用外力和力矩偏差评价系统协调好坏的缺点. 此外, 通过引入虚集中惯性质量棒的概念之后, 还将被搬运物体的耦合受力关系解耦、分解, 给出了相应的解析关系式, 便于控制系统将被搬运物体的惯性力的影响因素考虑进去, 以提高其控制品质.

参 考 文 献

- 1 Zheng YF, Luch JYS. Optimal load distribution for two industrial robots handling a single object. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*, 1988: 344~349
- 2 Lu WS, Meng QH. An improved load distribution scheme for coordinating manipulators. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*, 1993: 523~528
- 3 Shin YO, Chung MJ. An optimal force distribution scheme for cooperating multiple robot manipulators. *Robotica*, 1993, 11: 49~59
- 4 Lu WS, Meng QH. An optimal force distribution of coordinating manipulators. *Int J of Robotics and Automation*, 1992, 7(2): 70~79
- 5 Zheng YF, Luch JYS. Load distribution between two coordinating robots by nonlinear programming. In: Proc American Control Conf, 1988. 479~482
- 6 Tao JM, Luch JYS. Coordination of two redundant robots. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation*, 1989. 425~430
- 7 Cheng FT, Orin DE. Optimal force distribution in multiple chain robots system. *IEEE Trans Sys Man and Cyb*, 1991. 21(1): 13~24

8 王兴贵. 多机器人协调动力学、轨迹规划和控制研究. 哈尔滨工业大学博士论文, 1994. 72~85 (Wang Xinggui. The study of dynamics, control and planning trajectory for multiple robot arms system. Ph.D. Thesis, Horbin Institute of Technology. 1994. 72~85 (in Chinese))

COORDINATED DYNAMIC LOAD DISTRIBUTION FOR MULTIPLE ROBOT MANIPULATORS CARRYING A COMMON OBJECT SYSTEM¹⁾

Wang Xinggui Han Songchen* Qin Junqi Shao Chengxun*

(The PLA College of Ordnance Engineering, Shijiazhuang 050003, China)

(*Department of Astronautics and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract This paper presents an efficient real-time dynamic load (force) distribution method for multiple robot manipulators carrying a common object system. In the coordination for several manipulators sharing an object, a proper load (force) distribution is important. Particularly, to effectively manipulate the object without slipping and crushing, a force that required for the object to follow the given trajectory must be properly distributed among the manipulators. The dynamic load distribution for cooperating multiple robot manipulators has multiple solutions. In order to resolve the problem that there is redundant solution on the dynamic load distribution for multiple robot manipulators carrying a common object system, a load distribution method of zero internal force on the mass center of object is proposed. In the proposed method, a new concept of the virtual concentrated inertia and mass stick is defined as there were concentrated mass and concentrated inertia tensor at one end of the rigid stick without mass, and its dynamics equation is given by use of the d'Alembert's principle. Subject to the bearing capacity of each robot manipulator, the analytical formulation of the dynamic load distribution for the system is given by a linear weighting algorithm. The dynamics characteristic of system for multiple robot manipulators carrying an object is analyzed in this paper. The resultant force is the sum of force vectors applied to the object contributing directly to the motion of the object, and the internal force represents a part of the force vector that does not contribute to the motion. The resultant force and internal force of the object related to the force vectors are formulated, so that the motion and contact force and internal force of the system may be controlled simultaneously. The problem of dynamic load real-time distribution for multiple robot manipulators carrying a common object system is resolved effectively.

Key words multiple robot manipulators, coordinated dynamics, load distribution, inverse dynamics, redundant system

Received 6 July 1995, revised 2 May 1996.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China and Robotics Laboratory Fundation of CAS.