



### 2001. 4: 运用指数平滑法建立指数曲线趋势模型之探讨

2001. 12. 21 10:44:05

## 运用指数平滑法建立指数曲线趋势模型之探讨

马成文

(安徽财贸学院, 安徽 蚌埠 233041)

**摘要:** 文章应用指数平滑原理, 以不同的平滑方式建立起指数曲线趋势模型, 并与其它时间序列预测法相比较, 分析其优点:

**关键词:** 指数平滑法; 指数曲线趋势模型

中图分类号: F201 文献标识码: B 文章编号: 1005—5762(2001)04—0013—03

指数曲线趋势模型是经济预测中常用的趋势预测模型, 这不仅因为许多经济现象多依指数曲线趋势变化, 而且因为许多趋势模型, 如直线趋势模型、二次抛物线模型等都可以用指数曲线趋势模型去逼近。目前, 在许多《统计预测》或《经济预测》教科书中, 对于指数曲线趋势模型的建立, 多采用最小平方方法和选点法, 而就如何应用指数平滑法建立模型则没有论及。本文拟就以不同的指数平滑方式建立指数曲线趋势模型进行探讨。

#### 一、环比一次指数平滑

适宜配合指数曲线趋势模型的时间序列, 其各期的环比发展速度是大体相同的。这样。如果计算出时间序列各期的环比发展速度, 从而将原非平稳序列转化为平稳序列, 就可以运用一次指数平滑法建立指数曲线趋势模型。其计算公式为:

$$F_t = \alpha V_t + (1-\alpha)F_{t-1} \quad (1.1)$$

$$\boxed{\times} \quad (1.2)$$

$$\boxed{\times} \quad (1.3)$$

其中,  $V_t$  为现象第  $t$  期的环比发展速度;  $\alpha$  为平滑系数;  $F_t$  为现象第  $t$  期环比发展速度的一次指数平滑值;  $\boxed{\times}$  为现象第  $t+1$  期的环比发展速度预测值;  $\boxed{\times}$  为现象第  $t+1$  期水平预测值。

(1.1)式是对环比发展速度序列作一次指数平滑；(1.2)式是将第t期的环比发展速度一次指数平滑值作为第t+1期的环比发展速度预测值；(1.3)式为建立的指数曲线趋势模型。

在此种方式下，平滑系数 $\alpha$ 的值可以根据环比发展速度序列中数据的随机波动情况而定，随机波动大， $\alpha$ 取较大值(如0.6-0.9)，随机波动小， $\alpha$ 取较小值(如0.1-0.4)；对于特定的时间序列，通常取几个不同的 $\alpha$ 值进行试算，最后选择使模型均方误差或近期相对差较小的那个 $\alpha$ 值进行预测。对于平滑初始值 $F_0$ ，按如下方式确定： $n \geq 30$ 时，令 $F_0 = V_1$ ； $n < 30$ 时，令 $F_0 = (V_1 + V_2 + V_3) / 3$ ， $n$



为样本数据个数。为计算均方误差或近期相对误差，以便于比较确定适宜的 $d$ 的值，必须先把模型各期的拟合值计算出来。第t+1期拟合值的计算可以将第t期的实际值和第t+1期的环比发展速度预测值分别代入(1.3)式得到。

## 二、对数一阶差分指数平滑

适宜配合指数曲线趋势模型的时间序列，其各期数据对数值的一阶差分是大体相同的，因此如果计算出时间序列各期数据的对数值，就可以运用一阶差分指数平滑法，建立指数曲线趋势模型。计算公式为：



其中， $Y_t$ 为现象第t期实际水平； $a$ 为平滑系数；(2.1)式是对原时间序列各期数据对数值进行一阶差分；(2.2)式是对差分序列作一次指数平滑；(2.3)式是将第t期对数值的一阶差分指数平滑值作为第t+1期对数值的一阶差分预测值；(2.4)式为建立的指数曲线趋势模型。

在此种方式下，平滑系数 $a$ 值的确定原则同上。平滑初始值 $F_0$ 按如下方式确定：在 $n < 30$ 时，令，在 $n \geq 30$ 时，令.

模型各期的拟合值可以利用(2.4)式计算得到。

## 三、对数二次指数平滑

对于适宜配合指数曲线趋势模型的时间序列，可以先计算序列各期数据对数值，并运用二次指数平滑法建立起对数线性趋势模型，然后再转化为指数曲线趋势模型。

平滑公式为：

$$S_t^{(1)} = \alpha \ln Y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{(1)}$$

$$S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha) S_{t-1}^{(2)} \quad (3.1)$$

指数曲线趋势模型为：

 (3.2)

其中， $Y_t$ 为现象第t期实际水平； $\alpha$ 为平滑系数； $a_t$ ， $b_t$ ，为模型参数； $S_t^{(1)}$ 、 $S_t^{(2)}$ 分别为一次、二次指数平滑值； $T$ 为以第t期为始点的向前预测期数， $Y_{t+T}$ 为现象第t+T期的预测值。

参数估计公式:

$$a_t = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)}$$

$$b_t = \alpha(S_t^{(1)} - S_t^{(2)}) / (1 - \alpha) \quad (3.3)$$

在此种方式下, 平滑系数 $\alpha$ 值的确定原则同上。平滑初始值 $S_0^{(1)}$ 、 $S_0^{(2)}$ 按如下方式加以确定:

$$n < 30 \text{ 时, 令 } S_t^{(1)} = S_t^{(2)} = (\ln Y_1 + \ln Y_2 + \ln Y_3) / 3$$

$$n > 30 \text{ 时, 令 } S_t^{(1)} = S_t^{(2)} = \ln Y_1$$

由于各期的 $a_t$ ,  $b_t$  值不同, 因此模型各期的拟合值不能直接令 $T$ 为负值代人(3.2)式计算得到, 而是将(3.3)式代人(3.2)式并令 $T=1$ 依据下式计算:

$$\hat{Y}_t = [1 + 1 / (1 - \alpha)] S_t^{(1)} - S_t^{(2)} / (1 - \alpha) \quad (3.4)$$

将第 $t$ 期的一次、二次指数平滑值代人(3.4)式, 得到第 $t+1$ 期拟合值的对数值, 再求其反对数即可。

#### 四、双参数指数平滑

这种方法是采用双参数(即两个平滑系数)分别对时间序列的水平值和趋势值进行指数平滑, 以此为基础建立指数曲线趋势模型。它又可分为两种情况:

第一种情况, 采用双参数直接对原序列的水平值和趋势值分别进行指数平滑。

平滑公式为

$$a_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} b_{t-1}) \quad (4.1)$$

$$b_t = \beta(a_t / a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (4.2)$$

预测模型为

$$\hat{Y}_t = a_t b_t^T \quad (4.3)$$

上述式中,  $a_t$ 为现象第 $t$ 期水平的平滑值;  $b_t$ 为现象第 $t$ 期趋势(即环比发展速度)的平滑值;  $\alpha$ ,  $\beta$ 为平滑系数; 其它符号意义同前。

(4.1)式是对现象各期的水平值进行指数平滑。为减弱一次指数平滑法的滞后, 使 $a_t$ 尽可能与 $Y_t$ 接近, 将上期的趋势平滑值 $b_{t-1}$ , 与 $a_{t-1}$ 相乘,  $a_{t-1} b_{t-1}$ 为现象第 $t$ 期的预测值; (4.2)式是对现象各期的趋势值进行指数平滑,  $a_t / a_{t-1}$ 为现象第 $t$ 期的趋势值; (4.3)式建立的指数曲线趋势模型。

在此方式下，平滑系数 $\alpha$ 、 $\beta$ 的确定原则同上，实际应用中可取不同水平的 $\alpha$ 、 $\beta$ 值进行试算，最终选择使均方误差或近期相对误差较小的那组 $\alpha$ 、 $\beta$ 值用于建模和预测。对于平滑初始值 $a_0$ 和 $b_0$ ，可以按如下方式近似

确定： $b_0 = \boxed{\times}$

在计算模型各期的拟合值时，可令 $T=1$ 且将上期的水平平滑值和趋势平滑值代人(4.3)式计算得到，即按下式计算：

$$Y_{t+1} = a_t b_t \quad (4.4)$$

第二种情况，先对原序列的各期数值取对数，然后再采用双参数对对数值序列的各期水平值和趋势增量分别进行指数平滑。

平滑公式为：

$$a_t = \alpha \ln Y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \quad (4.1)$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \quad (4.2)$$

预测模型为：



(4.3)

上述式中， $a_t$ 为现象对数值的第 $t$ 期水平的平滑值； $b_t$ 为现象对数值的第 $t$ 期趋势增量的平滑值；其它符号意义同前。

在此方式下，平滑系数 $\alpha$ 、 $\beta$ 的确定原则同上；平滑初始值 $a_0$ 和 $b_0$ ，可以按如下方式近似确定： $b_0 = (\ln Y_4 - \ln Y_1) / 3$ ； $a_0 = \ln Y_1 - b_0$ 。

模型各期的拟合值可以利用下式计算得到：



(4.4)

前三种方式采用的是单参数(即一个平滑系数)指数平滑，后一种方式采用的是双参数指数平滑。相比较而言，后者比前者更具有灵活性，并且只要平滑系数值选择得当，后者的预测结果将更为准确。当然，后者比前者计算略为复杂。

以上从不同角度讨论了利用指数平滑法建立指数曲线趋势模型的过程，因篇幅限制，其应用暂略。与其它时间序列预测法相比，利用指数平滑法建立指数曲线趋势模型具有以下优点：

1. 在建立趋势模型时，它对时间序列数据进行合理加权，近期权数大，远期权数小，各期权数由近及远依指数衰减，体现了不同时期数据信息的不同重要程度，并与社会经济现象变化的实际相符合，从而克服了普通最小平方法对历史各期数据同等看待的不足。；

2. 它利用样本全部数据建模避免了选点法仅利用样本部分数据建模的局限性，能够更好地弱化不规则变动因素的影响，揭示现象的长期趋势变动规律。

3. 其计算的复杂程度和计算工作量，显著低于折扣最小平方法。

4. 它通过对指数平滑系数的调整，可以使模型所产生的均方误差尤其是近期相对误差达到较小，预测效果较优；

5. 在不断延伸的预测中，它需要保存的数据最少，只需要最近期的指数中滑值以及平滑系数即可，而其它预测法则需要保留全部历史数据信息。

6. 它具有较强的动态适应性。它可以及时吸收新的数据信息，对原有的预测模型作简单修正即可满足需要，避免了其它预测法一旦吸收新的数据信息需要全部重新计算的缺陷：

当然，与其它时间序列预测法相比，利用指数平滑法建立指数曲线趋势模型也存在相对不足，主要表现在其适宜的平滑系数不易确定，往往需要多次试算，若采用手工计算，工作量较大；但在计算手段日益现代化的今天，许多统计分析软件如SPSS、TSP、SAS和EXCEL等被开发应用，这已不再成为指数平滑法应用的主要问题。

[附件](#)

[服务条款](#)   [联系我们](#)   [京ICP备05034670号](#)

版权所有：中华人民共和国国家统计局