

文章编号: 1001-0920(2013)04-0542-05

## 基于偏好方向的区间多目标交互进化算法

孙靖<sup>1,2</sup>, 巩敦卫<sup>1</sup>, 季新芳<sup>1</sup>

(1. 中国矿业大学信息与电气工程学院, 江苏徐州 221008; 2. 淮海工学院理学院, 江苏连云港 222005)

**摘要:** 区间多目标优化问题在实际应用中普遍存在且非常重要. 为得到贴合决策者偏好的最满意解, 采用边优化边决策的方法, 提出一种交互进化算法. 该算法通过请求决策者从部分非被支配解中选择一个最差解, 提取决策者的偏好方向, 基于该偏好方向设计反映候选解逼近性能的测度, 将具有相同序值和决策者偏好的候选解排序. 将所提方法应用于4个区间2目标优化问题, 并与利用偏好多面体解决区间多目标优化问题的进化算法(PPIMOE)和后验法比较, 实验结果验证了所提出方法的有效性和高效性.

**关键词:** 进化算法; 交互; 多目标优化; 区间; 偏好方向

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

### Interactive evolutionary algorithms for interval multi-objective optimization problems based on preference direction

SUN Jing<sup>1,2</sup>, GONG Dun-wei<sup>1</sup>, JI Xin-fang<sup>1</sup>

(1. School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China; 2. College of Science, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China. Correspondent: SUN Jing, E-mail: jing8880@sina.com)

**Abstract:** Interval multi-objective optimization problems are ubiquitous and important in real-world applications. An interactive evolutionary algorithm incorporating an optimization-cum-decision-making procedure is presented to obtain the most preferred solution that fits a decision-maker(DM)'s preferences. In this algorithm, a preference direction is elicited by requesting the DM to select the worst one from a part of non-dominated solutions. A metric based on the above direction, which reflects the approximation performance of a candidate solution, is designed to rank different solutions with the same rank and preference. The proposed method is applied to four interval bi-objective optimization problems, and compared with PPIMOE as well as a posteriori method. The experimental results show the effectiveness and high efficiency of the proposed method.

**Key words:** evolutionary algorithm; interaction; multi-objective optimization; interval; preference direction

## 0 引言

在处理实际优化问题时, 往往需要考虑多个相互冲突的目标函数. 此外, 由于主客观因素的影响, 这些目标函数或(和)约束条件中通常含有不确定参数, 如随机变量、模糊数、区间等, 这类问题称为不确定多目标优化问题. 在实际应用中, 与获取随机变量的分布函数或者模糊数的隶属度函数相比, 不确定参数的取值范围更容易获得<sup>[1]</sup>, 因此, 区间优化方法广泛应用于实际优化问题, 如经济利润最大化<sup>[2]</sup>和汽车设计<sup>[1]</sup>等. 本文研究区间多目标优化问题<sup>[3-4]</sup>, 旨在找到

一个贴合决策者偏好的最满意解.

进化算法是模拟自然界生物进化和遗传变异机制而形成的一种全局搜索算法, 由于在一次运行中能够找到多个 Pareto 最优解, 已成为解决多目标优化问题的有效方法, 如 NSGA-II<sup>[5]</sup>和基于非被支配邻域选择的多目标免疫算法<sup>[6]</sup>等. 然而, 对于本文研究的区间多目标优化问题, 因目标函数值是区间, 故上述方法不能直接求解. 区间多目标进化算法<sup>[3-4]</sup>是一类直接解决本文研究问题的方法.

已有的区间多目标进化算法旨在找到收敛性

收稿日期: 2011-12-13; 修回日期: 2012-03-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61105063); 中国矿业大学培育学科创新能力提升基金项目(2011XK09); 淮海工学院自然科学基金项目(KQ12015).

作者简介: 孙靖(1975-), 女, 副教授, 博士, 从事智能优化的研究; 巩敦卫(1970-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能优化、软件测试等研究.

好且分布均匀的 Pareto 最优解集. 而在实际应用中, 往往只需要一个最满意解或最满意区域. 因此, 在多目标优化问题中, 有两个同等重要的任务: 搜索 Pareto 最优解和选择最满意解<sup>[7]</sup>. 两个任务的先后关系决定了3种不同的方法: 先验法、后验法以及交互法.

文献[7]综述了多种解决确定多目标优化问题的交互多目标进化算法, 但对于区间多目标优化问题, 边优化边决策的方法却很少, 由以往工作可知, 仅有 Sun 等<sup>[8]</sup>提出的利用偏好多面体解决区间多目标优化问题的进化算法 (PPIMOE). 该方法通过决策者直接比较具有相同序值的进化个体来反映决策者偏好. 为了减轻决策者评价的负担, 采用偏好多面体构建决策者偏好的代理模型. 实际上, 该偏好多面体不仅确定了决策者的偏好区域, 同时也指明了决策者的偏好方向.

本文在文献[8]的基础上, 采用边优化边决策的方法, 提出一种基于偏好方向的区间多目标交互进化算法. 该算法首先建立偏好多面体; 然后, 基于该多面体提取决策者的偏好方向, 以最差解对应的区间目标函数值为参考点, 以决策者的偏好方向为参考方向, 构造区间成就标量化函数; 最后, 对于 NSGA-II<sup>[5]</sup> 框架下进化的种群, 采用该标量化函数进一步区分具有相同序值和决策者偏好的进化个体, 从而引导种群向决策者偏好的区域进化.

## 1 算 法

考虑如下区间多目标优化问题:

$$\max f(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = (f_1(\mathbf{x}, \mathbf{c}_1), f_2(\mathbf{x}, \mathbf{c}_2), \dots, f_m(\mathbf{x}, \mathbf{c}_m));$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} \in \mathbf{S} \subseteq \mathbf{R}^n,$$

$$\mathbf{c}_i = (c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{il}), \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$c_{ik} = [c_{ik}, \bar{c}_{ik}], \quad k = 1, 2, \dots, l. \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{x}$  为  $n$  维决策变量;  $\mathbf{S}$  为  $\mathbf{x}$  的决策空间;  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 为第  $i$  个含区间参数的目标函数;  $\mathbf{c}_i$  为区间向量参数;  $c_{ik}$  为  $\mathbf{c}_i$  的第  $k$  个分量;  $c_{ik}$  和  $\bar{c}_{ik}$  分别为  $c_{ik}$  的下限和上限. 由于目标函数含区间参数, 问题(1)的各目标函数值均为区间, 记为  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i) \triangleq [f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i), \bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i)]$ .

本节提出一种基于偏好方向的区间多目标交互进化算法. 该算法采用传统的区间多目标进化算法进化种群  $\tau$  代后, 每隔  $\tau$  代, 从非被支配解中选取拥挤测度或逼近测度最大的  $\eta \geq 2$  个解, 请求决策者从中选择一个最差解; 利用提交给决策者的这些解, 在目标空间中构建偏好多面体, 并提取决策者的偏好方向(将在第1.1节详细阐述); 在随后的  $\tau$  代, 利用逼近测度(将在第1.2节详细阐述)对具有相同序值和决策者偏好的进化个体排序(将在第1.3节

详细阐述), 引导种群向决策者偏好的区域进化. 算法达到终止条件时, 种群中的第1个优势个体即为决策者最满意解.

**注1** 本文采用非精确传播多目标进化算法 (IP-MOEA)<sup>[3]</sup>对初始种群进化  $\tau$  代; 然后从非被支配解中选取拥挤测度最大的  $\eta$  个解供决策者评价; 在提取出偏好方向后, 才从非被支配解中选取逼近测度最大的  $\eta$  个解供决策者评价.

现在分析本文方法的时间复杂度. 在提取出偏好方向后, 种群每进化一代, 需要执行如下6个基本操作: 非被支配解排序、偏好多面体的构建、基于偏好多面体的排序、偏好方向的提取、逼近测度计算及其排序. 最坏情形下, 各基本操作的时间复杂度分别为  $O(m(2N)^2)$ 、 $O(3\eta)$ 、 $O(2N)$ 、 $O(1)$ 、 $O(m^2)$  和  $O(2N \log(2N))$ , 其中,  $N$  为进化种群规模, 因此, 本文方法的时间复杂度为  $O(mN^2)$ .

本文方法与 PPIMOE 的区别在于: 两种方法分别采用逼近测度和拥挤测度将具有相同序值和决策者偏好的个体排序. 如前所述, 计算逼近测度的时间复杂度为  $O(m^2)$ , 而计算拥挤度的时间复杂度为  $O(N^m)$ <sup>[9]</sup>, 显然, 本文方法的时间复杂度低于 PPIMOE, 并且采用逼近测度将个体排序, 更有利于进化种群快速找到决策者最满意解.

### 1.1 偏好方向的提取

图1给出了偏好方向的提取示意.

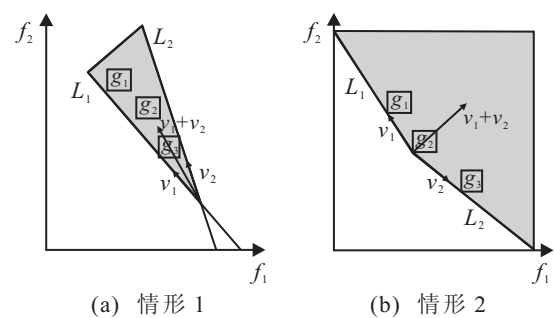


图1 偏好方向的提取

由文献[8]可知, 图1的灰色区域是决策者偏好的区域, 灰色区域之外的部分是决策者不喜欢的和不能确定偏好的区域. 在种群进化过程中, 为了找到决策者最满意的解, 文献[8]通过优先保留决策者偏好的解, 将搜索定位在决策者的偏好区域内. 此外, 偏好区域隐式地指出了决策者的偏好方向, 如果种群能沿着该偏好方向进化, 则会更快地找到决策者最满意解, 为此, 本文从偏好多面体中提取决策者的偏好方向. 为简便起见, 取偏好多面体的中心方向作为决策者的偏好方向. 下面给出二维情形下, 从偏好多面体中提取决策者偏好方向的具体方法. 分两种情况讨论.

1) 当最差解的区间目标函数值的某个分量是对应目标上的最小值时,如图 1(a)所示,两条直线方向向量的方向选为该目标方向余弦大于 0 的方向。

2) 当最差解的区间目标函数值的分量不是对应目标上的最小值时,如图 1(b)所示,如果直线位于最差值上方,则方向向量的方向选为第 2 个目标方向余弦大于 0 的方向;如果直线位于最差值下方,则方向向量的方向选为第 1 个目标方向余弦大于 0 的方向。

记两条直线单位方向向量分别为  $v_1 = (v_1^1, v_1^2)$  和  $v_2 = (v_2^1, v_2^2)$ , 则这两个方向向量的和的方向即为偏好方向。图 1 中向量  $v_1 + v_2$  所指方向即为决策者的偏好方向。

**注 2** 偏好方向的提取方法同样适用于确定多目标优化问题。

## 1.2 逼近测度

以最差值  $f(\mathbf{x}_k, \mathbf{c})$  为参考点, 偏好方向  $r = (r^1, r^2, \dots, r^m)$  为参考方向, 构造进化个体  $x$  的区间成就标量化函数如下:

$$s(f(\mathbf{x}, \mathbf{c}), f(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}), r) = \max_{i=1,2,\dots,m} \left[ \frac{|f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i) - f_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)|}{r^i} \right] + \rho \sum_{i=1}^m |f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i) - f_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)|, \quad (2)$$

其中:  $|f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i) - f_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)|$  表示  $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i)$  和  $f_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)$  的距离, 其定义为  $d(f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i), f_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)) = \max\{|f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i) - f_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)|, |\bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i) - \bar{f}_i(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_i)|\}^{[10]}$ ;  $\rho$  是足够小的正数。该函数反映了个体  $x$  在目标空间中对决策者最满意值的逼近性能, 称为个体  $x$  的逼近测度。

## 1.3 基于偏好多面体和偏好方向的排序策略

基于上节定义的逼近测度, 采用如下策略对进化个体排序: 首先, 采用区间 Pareto 占优关系<sup>[3]</sup>, 求取合并进化种群中个体的序值; 然后, 将具有相同序值的个体分为喜欢、不确定和不喜欢 3 个部分<sup>[8]</sup>; 最后, 对具有相同序值和决策者偏好的个体计算逼近测度, 逼近测度越大, 个体性能越好。

## 2 在典型多目标优化问题中的应用

将本文方法在 Pentium (R) Dual-Core CPU, 2 G 内存电脑上用 Matlab 7.0.1 编程实现。通过优化 4 个基准测试问题 ZDT<sub>1</sub>、ZDT<sub>2</sub>、ZDT<sub>4</sub> 和 ZDT<sub>6</sub><sup>[3]</sup>, 并与 PPIMOEa 以及后验法比较, 以验证其性能。每种方法均独立运行 20 次, 记录运行结果, 并求取这些结果的平均值。

### 2.1 偏好函数

与文献 [11] 类似, 实验中对优化问题 ZDT<sub>1</sub>、

ZDT<sub>2</sub>、ZDT<sub>4</sub> 和 ZDT<sub>6</sub>, 分别采用如下拟凹单调增加数值函数:

$$V_1(f_1, f_2) = (f_1 + 0.4)^2 + (f_2 + 5.5)^2 \quad (3)$$

和线性函数

$$V_2(f_1, f_2) = 1.25f_1 + 1.50f_2 \quad (4)$$

模拟决策者的偏好函数, 从部分非被支配解中选择一个最差解, 用于反映决策者对候选解的满意程度。

### 2.2 参数设置

为了公正比较不同方法的性能, 3 种方法均采用相同的参数设置: 进化代数 200; 种群规模为 40。采用模拟二进制交叉和多项式变异<sup>[5]</sup>, 交叉和变异概率分别为 0.9 和 1/30, 且交叉和变异算子的分布指标均为 20。优化问题的决策变量均为 30 维, 取值范围为 [0, 1], 每次交互决策者评价的进化个体数为 3。

### 2.3 性能指标

实验中, 采用如下 2 个性能指标来比较不同方法的性能, 以及不同决策者交互间隔代数对所提方法性能的影响:

1) 最大偏好函数值, 简称  $V$  测度, 由式 (3) 或 (4) 计算得到。事实上, 偏好函数值也为区间数。实验中, 取区间的左端点作为候选解的偏好函数值。 $V$  测度反映了决策者对候选解的满意程度, 偏好函数值越大, 决策者对候选解越满意。

2) 运行时间, 简称  $T$  测度, 某方法的运行时间越少, 其效率越高。

需要注意的是, 交互进化算法由优化和交互这 2 个过程构成, 相应地, 算法的运行时间也由优化和交互时间组成。其中, 决策者的交互行为是非常耗时的, 一般情况下, 交互时间远多于优化时间。因此, 决策者的交互次数越多, 算法的运行时间也越长, 这说明, 增加交互次数将增加算法的运行时间。本文利用决策者偏好函数的近似函数进行算例分析, 使得交互时间远少于优化时间, 可以忽略不计。因此, 本文实验结果是在忽略交互时间的情况下, 仅考虑优化时间得到的。

### 2.4 结果与分析

实验分成 2 组: 第 1 组考察不同决策者交互间隔代数对本文方法性能的影响; 第 2 组比较本文方法与 PPIMOEa 的差异。当决策者交互间隔代数为 200 时, 本文方法将退化为后验法, 即采用 IPMOEA<sup>[3]</sup> 生成一个 Pareto 最优解集后, 利用偏好函数从上述解集中选择一个决策者最满意解。因此, 在该组实验中, 比较了本文方法与后验法的差异。

#### 2.4.1 决策者交互间隔代数对本文方法性能的影响

图 2 给出了本文方法在决策者交互间隔代数分

别取 10, 40 和 200 时, 优化问题 ZDT<sub>1</sub> 和 ZDT<sub>4</sub> 的 V 测度随进化代数的变化曲线. 实验中, 当间隔代数为 10 时, 算法每隔 10 代, 利用决策者偏好函数, 从候选解中选择一个偏好函数值最小的解, 在目标空间中, 按 1.1 节方法提取偏好方向, 并利用 1.3 节的策略, 对后续 10 代进化种群的个体排序.

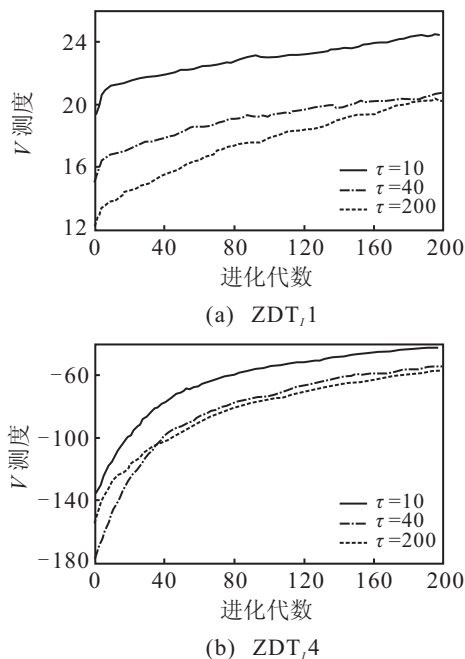


图2 V 测度随进化代数的变化曲线

由图2可以看出:

1) 对于相同的间隔代数, V 测度随着进化代数的增加而增大. 这说明, 随着进化代数的增加, 得到的最优解越来越贴合决策者的偏好.

2) 对于相同的进化代数, V 测度随间隔代数的减少而增大. 这意味着, 决策者交互的次数越多, 越容易找到最满意解, 因而交互法明显优于后验法.

表1列出了本文方法在不同决策者交互间隔代数下, 4个优化问题的运行时间. 可以看出, 本文方法的运行时间随着决策者交互次数的增加而减少. 这说明增加交互次数, 能够引导种群更快地搜索到决策者最满意解.

表1 决策者交互间隔代数对 T 测度的影响

测试问题	$\tau$		
	10	40	200
ZDT <sub>1</sub>	12.77	13.03	16.45
ZDT <sub>2</sub>	10.20	12.34	16.32
ZDT <sub>4</sub>	10.22	10.41	15.64
ZDT <sub>6</sub>	10.68	11.78	14.27

表2列出了决策者交互间隔代数为 10 时, 本文方法和后验法在 2 个性能指标上的实验结果, 其中最后一列给出了 2 种方法假设检验结果. 本文采用单侧

检验, 零假设为 2 个性能指标的均值相等, 显著水平为 0.05. 从表2可以看出, 本文方法在 2 个性能指标上显著优于后验法.

表2 本文方法与后验法的比较

测试问题	性能指标	后验法	本文方法	$P(0)$
ZDT <sub>1</sub>	V 测度	20.24	26.45	1.3e-004
	T 测度	16.45	13.33	7.6e-004
ZDT <sub>2</sub>	V 测度	19.45	33.51	4.2e-010
	T 测度	16.65	10.18	6.7e-013
ZDT <sub>4</sub>	V 测度	-57.10	-36.96	0.003 9
	T 测度	15.64	10.22	9.80e-011
ZDT <sub>6</sub>	V 测度	-7.00	-7.96	0.011 7
	T 测度	14.27	10.68	1.3e-016

2.4.2 本文方法与 PPIMOEa 的比较

在本组实验中, 决策者交互间隔代数为 10. 图3给出了优化 ZDT<sub>2</sub> 和 ZDT<sub>6</sub> 时, 不同方法的 V 测度随进化代数的变化曲线. 由图3可以看出, 对于相同的进化代数, 本文方法的 V 测度总体上大于 PPIMOEa, 这说明本文方法得到的最满意解更贴合决策者的偏好.

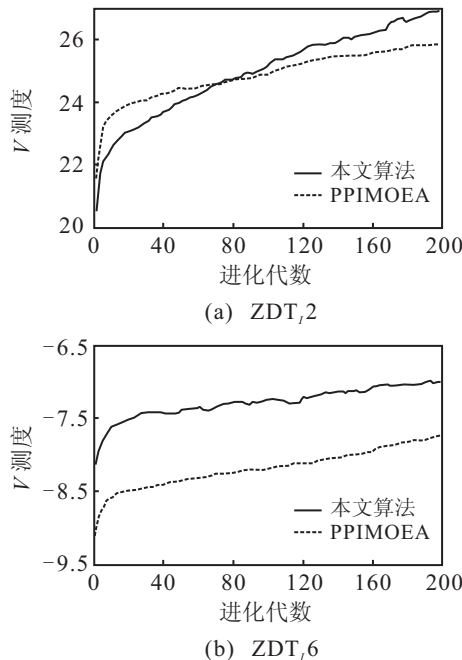


图3 不同方法的 V 测度随进化代数的变化曲线

表3列出了本文方法和 PPIMOEa 在 2 个性能指标上的实验结果, 最后一列给出了 2 种方法假设检验结果. 本文采用单侧检验, 零假设为 2 个性能指标的均值相等, 显著性水平为 0.05. 从表3可以看出, 本文方法在 2 个性能指标上显著优于 PPIMOEa. 这说明, 与 PPIMOEa 相比, 在相同的决策间隔代数下, 本文方法能在更短的时间内找到更贴合决策者偏好的最满意解, 这与第1节的分析一致.

表 3 本文方法与 PPIMOE 的比较

测试问题	性能指标	PPIMOE	本文方法	$P(0)$
ZDT <sub>1</sub>	V 测度	21.81	26.45	0.003 0
	T 测度	16.39	13.33	2.2e-004
ZDT <sub>2</sub>	V 测度	25.89	33.51	2.3e-005
	T 测度	19.28	10.18	3.4e-007
ZDT <sub>4</sub>	V 测度	-53.76	-36.96	0.003 9
	T 测度	13.85	10.22	5.7e-017
ZDT <sub>6</sub>	V 测度	-7.72	-7.96	0.045 4
	T 测度	14.49	10.68	3.3e-013

通过上述实验结果与分析可以得出如下结论: 本文方法显著优于 PPIMOE 和后验法; 决策者交互次数的增加, 能够使决策者的偏好更加清晰, 搜索方向更明确, 得到的最满意解更贴合决策者偏好, 优化时间更少。

### 3 结 论

区间多目标优化问题是普遍存在且非常重要的问题, 鉴于该问题的复杂性, 现有方法难以有效求解。对此, 本文提出了一种基于偏好方向的区间多目标交互进化优化方法, 该方法从偏好多面体中提取决策者的偏好方向, 并利用逼近测度进一步区分具有相同序值和决策者偏好的进化个体, 引导 NSGA-II 框架下进化的种群沿着决策者偏好方向, 朝着决策者偏好的区域进化, 最终得到决策者的最满意解。

决策者的偏好方向引导了算法的搜索方向, 如果能够将决策者的偏好信息融入交叉、变异算子等遗传操作中, 将会在一定程度上提高种群进化的效率, 这是需要进一步研究的课题。

### 参考文献(References)

- [1] Zhao Z H, Han X, Jiang C, et al. A nonlinear interval-based optimization method with local-densifying approximation technique[J]. *Structure Multidisciplinary Optimization*, 2010, 42(4): 559-573.
- [2] Liu S T. Using geometric programming to profit

maximization with interval coefficients and quantity discount[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2009, 209(2): 259-265.

- [3] Limbourg P, Aponte D E S. An optimization algorithm for imprecise multi-objective problem function[C]. *Proc of IEEE Int Evolutionary Computation*. New York: IEEE Press, 2005: 459-466.
- [4] Gong D W, Qin N N, Sun X Y. Evolutionary optimization algorithm for multi-objective optimization problems with interval parameters[C]. *Proc of the 5th IEEE Int Bio-Inspired Computing: Theories and Applications*. New York: IEEE Press, 2010: 411-420.
- [5] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [6] Gong M G, Jiao L C, Du H F, et al. Multiobjective immune algorithm with nondominated neighbor-based selection[J]. *Evolutionary Computation*, 2008, 16(2): 225-255.
- [7] Branke J, Deb K, Miettinen K, et al. Multiobjective optimization-interactive and evolutionary approaches[C]. *LNCS. Heidelberg: Springer Press*, 2008: 1-193.
- [8] Sun J, Gong D W, Sun X Y. Solving interval multi-objective optimization problems using evolutionary algorithms with preference polyhedron[C]. *Proc of Genetic and Evolutionary Computation Conference*. New York: ACM Press, 2011: 729-736.
- [9] Bader J, Zitzler E. HypE: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45-76.
- [10] Moore R E, Kearfott R B, Cloud M J. *Introduction to interval analysis*[M]. Philadelphia: SIAM, 2009: 9-10.
- [11] Deb K, Sinha A, Korhonen P, et al. An interactive evolutionary multi-objective optimization method based on progressively approximated value functions[R]. India: Department of Mechanical Engineering, Indian Institute of Technology, 2009.

(上接第541页)

- [12] Che W, Yang G. State feedback control for quantized discrete-time systems[J]. *Asian J of Control*, 2008, 10(6): 718-723.
- [13] Wang Z, Ho D W C, Liu Y. Robust  $H_\infty$  control for a class of nonlinear discrete time-delay stochastic systems with missing measurements[J]. *Automatica*, 2009, 45(3): 684-691.
- [14] He X, Wang Z, Zhou D. Robust  $H_\infty$  filtering for time-delay systems with probabilistic sensor faults[J]. *IEEE Signal*

*Processing Letters*, 2009, 16(5): 442-445.

- [15] Tian E, Yue D, Peng C. Reliable control for networked systems with probabilistic sensors and actuators faults[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(8): 1478-1488.
- [16] Wei G, Wang Z, Shu H. Robust filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements[J]. *Automatica*, 2009, 45(3): 836-841.