文章编号: 1001-0920 (2013) 09-1377-05

基于直觉梯形模糊TOPSIS的多属性群决策方法

陈晓红, 李喜华
(中南大学 商学院，长沙 410083)

摘 要: 提出一种改进的逼近理想解排序(TOPSIS)方法, 即直觉梯形模糊TOPSIS多属性群决策方法. 首先, 应用直觉梯形模糊数形式表示方案属性偏好和属性权重信息且专家权重完全未知; 然后, 利用直觉梯形模糊数间距离测度和期望值及直觉梯形模糊加权平均算子来确定决策者权重信息和属性权重信息; 进而给出直觉梯形模糊环境下方案优选的算法; 最后, 通过算例进一步说明了该直觉梯形模糊 TOPSIS 方法的有效性.

关键词: 逼近理想解排序法；直觉梯形模糊数；群决策；距离测度
中图分类号: C934　　**文献标志码:** A

Group decision making based on novel trapezoidal intuitionistic fuzzy TOPSIS method

CHEN Xiao-hong, *LI Xi-hua*
(School of Business，Central South University，Changsha 410083，China．Correspondent：LI Xi-hua，E-mail: xihuali@126.com)

Abstract: An extension of TOPSIS, a novel trapezoidal intuitionistic fuzzy TOPSIS method for group decision making is investigated. The preference values for an alternative on criteria and the weight values of criteria are given by experts represented with trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and weights of decision makers are unknown. Distance measures, expected values and weighted averaging operator for trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers are used to induce the weight values of criteria and decision makers. Then an algorithm is developed for ranking alternatives under the trapezoidal intuitionistic fuzzy environment. Finally, the result of numerical example further illustrates the effectiveness of the proposed extended TOPSIS method.

Key words: technique for order preference by similarity to ideal solution；trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers；group decision making；distance measures

0 引 言

由Hwang等[1]提出的逼近理想解排序(TOPSIS)法是一个多属性决策方法. 在传统TOPSIS方法中, 决策矩阵中的决策信息以精确数形式表现. 然而, 在现实的多属性群决策中, 决策者可获得的信息经常是不精确和模糊的. 传统TOPSIS方法不能有效地处理这类多属性决策问题. 相比单人多属性决策, 由于多属性群决策包含很多专家的主观判断以及不精确和模糊的偏好信息, 多属性群决策问题更为复杂[2].

模糊集[3]为处理模糊和不精确信息提供了一种工具. 考虑到决策者的偏好信息往往存在不同程度的犹豫或者知识贫乏, Atanassov[4]在模糊集基础上提出了直觉模糊集, 能够方便而有效地表达决策者的偏好信息. 当前, 直觉模糊集吸引了越来越多学者的关注[5-12], 相应地, 有些学者将TOPSIS方法和直觉模糊集相结合提出了基于直觉模糊集的TOPSIS方法[9-12].

直觉模糊集只能粗略地表示属性隶属或非隶属于某方案, 或某模糊概念“好”与“坏”的程度[6]. 模糊数是一类特殊的模糊集, 其对于模糊多属性决策问题而言是一个重要元素[13]. 文献[14]引进了一种直觉梯形模糊数, 作为直觉三角模糊数的拓展. 直觉三角模糊数和直觉梯形模糊数从另一个方向对直觉模糊集进行扩展, 将离散集合扩展到连续集合, 是对模糊数的扩展[15]. 直觉梯形模糊数不仅可以表达“好”与“坏”的程度, 还能表达不同量纲的决策信息[6].

收稿日期: 2012-05-02；**修回日期:** 2012-07-31.
基金项目: 国家自然科学基金创新群体科学基金项目(71221061).
作者简介: 陈晓红(1963−), 女, 教授, 博士生导师, 从事决策支持系统、群决策等研究；李喜华(1982−), 男, 博士, 从事不确定决策理论与方法、群体决策的研究.

鉴于直觉梯形模糊数的优越性, 很多学者对其开展了研究, 如文献 [6] 定义了直觉梯形模糊数 Hamming 距离和加权算术平均算子, 提出了信息不完全确定的多准则决策方法. 文献 [7] 利用重心的概念定义了直觉梯形模糊数的期望值和预期得分, 给出其排序方法以及有序加权集成和混合集成算子, 提出多属性群决策的直觉梯形模糊数法. 文献 [15] 定义了直觉梯形模糊数的期望值、得分函数和精确函数. 文献 [16] 利用直觉梯形模糊数期望值提出了属性信息和权重信息均以直觉梯形模糊数形式表现的多属性决策方法. 文献 [17] 提出了一种基于关联集结算子的直觉模糊多属性决策方法.

鉴于传统 TOPSIS 方法在处理直觉梯形模糊信息方面的不足, 本文主要基于直觉梯形模糊数提出一种新的 TOPSIS 方法, 用于解决不确定环境下多属性群决策问题.

1 直觉梯形模糊数

定义 1[14] 设 A 是一个实数集 R 上的直觉梯形模糊数, 其参数 $b_1 \leqslant a_1 \leqslant b_2 \leqslant a_2 \leqslant a_3 \leqslant b_3 \leqslant a_4 \leqslant b_4$, 记为 $A = \langle(a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4)\rangle$, 则其隶属度函数和非隶属度函数定义为

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0,\ x < a_1; \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1},\ a_1 \leqslant x \leqslant a_2; \\ 1,\ a_2 \leqslant x \leqslant a_3; \\ \dfrac{x - a_4}{a_3 - a_4},\ a_3 \leqslant x \leqslant a_4; \\ 0, x > a_4. \end{cases} \tag{1}$$

$$v_A(x) = \begin{cases} 1,\ x < b_1; \\ \dfrac{x - b_2}{b_1 - b_2}, b_1 \leqslant x \leqslant b_2; \\ 0, b_2 \leqslant x \leqslant b_3; \\ \dfrac{x - b_3}{b_4 - b_3}, b_3 \leqslant x \leqslant b_4; \\ 1,\ x > b_4. \end{cases} \tag{2}$$

对于模糊数 $\tilde{a} = \langle(4, 6, 7, 8), (4, 5, 7, 9)\rangle$, 当 $x = 5$ 时, 它是模糊数 $\tilde{a}$ 的隶属度为 0.5, 同时不是模糊数 $\tilde{a}$ 的非隶属度为 0, 而对不能确定是否为模糊数 $\tilde{a}$ 的犹豫度为 0.5. 相比直觉模糊数, 它可以表达不同量纲的决策信息; 相比传统模糊数, 它包含非隶属度和犹豫度信息, 故直觉梯形模糊数在刻画客观世界模糊性本质上更为精细和准确, 且具更大灵活性.

定义 2[14] 设 $A_i (i = 1, 2)$ 是两个直觉梯形模糊数, 其中 $A_i = \langle(a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}), (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, b_{i4})\rangle$, 则

$$\begin{aligned} A_1 \oplus A_2 = &\langle(a_{11} + a_{21}, a_{12} + a_{22}, a_{13} + a_{23}, a_{14} + a_{24}), \\ &(b_{11} + b_{21}, b_{12} + b_{22}, b_{13} + b_{23}, b_{14} + b_{24})\rangle, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \lambda A_1 = &\langle(\lambda a_{11}, \lambda a_{12}, \lambda a_{13}, \lambda a_{14}), \\ &(\lambda b_{11}, \lambda b_{12}, \lambda b_{13}, \lambda b_{14})\rangle,\ \lambda > 0. \end{aligned} \tag{4}$$

根据定义 2 中的运算规则, 文献 [15] 将有序加权平均算子拓展到直觉梯形模糊环境, 提出了直觉梯形模糊有序加权平均算子, 定义如下.

定义 3 设 $A_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 是一组直觉梯形模糊数集合, $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$ 是 A_i 的权重向量, 则直觉梯形模糊加权平均算子 (TrIFWA) 定义为

$$\mathrm{TrIFWA}(A_1, A_2, \cdots, A_n) = \bigoplus_{i=1}^{n} w_i A_i. \tag{5}$$

TrIFWA 算子集结结果仍是直觉梯形模糊数. 对于所有 $i = 1, 2, \cdots, n$, 若 $w_i = 1/n$, 则 TrIFWA 算子退化为直觉梯形模糊算术平均算子 (TrIFA), 即

$$\mathrm{TrIFA}(A_1, A_2, \cdots, A_n) = \frac{1}{n} \bigoplus_{i=1}^{n} A_i. \tag{6}$$

直觉梯形模糊数的另外一个重要概念是它的期望值. 根据文献 [16], 直觉梯形模糊数 $A = \langle(a_1, a_2, a_3, a_4), (b_1, b_2, b_3, b_4)\rangle$ 的期望值可通过下式获得:

$$EV(A) = \frac{1}{8}\Big(\sum_{i=1}^{4} a_i + \sum_{j=1}^{4} b_j\Big). \tag{7}$$

α-截集为处理模糊数提供了一种有用的工具. 受文献 [14] 给出的直觉模糊数 α-截集的启发, 对于直觉梯形模糊数, 有必要区分 α-截集: $(A^+)_\alpha$ 和 $(A^-)_\alpha$.

定义 4 实数集 R 上的直觉梯形模糊数 α-截集定义如下:

$$(A^+)_\alpha = \{x \in R | \mu_A(x) \geqslant \alpha\}, \tag{8}$$

$$(A^-)_\alpha = \{x \in R | 1 - v_A(x) \geqslant \alpha\}. \tag{9}$$

根据定义, 每一个 α-截集是一个封闭闭区间, 因而有 $(A^+)_\alpha = [A_L^+(\alpha), A_U^+(\alpha)]$, $(A^-)_\alpha = [A_L^-(\alpha), A_U^-(\alpha)]$, 其中

$$A_L^+(\alpha) = \inf(x \in R | \mu_A(x) \geqslant \alpha), \tag{10}$$

$$A_U^+(\alpha) = \sup(x \in R | \mu_A(x) \geqslant \alpha), \tag{11}$$

$$(A_L^-)_\alpha = \inf\{x \in R | 1 - v_A(x) \geqslant \alpha\}, \tag{12}$$

$$(A_U^-)_\alpha = \sup\{x \in R | 1 - v_A(x) \geqslant \alpha\}. \tag{13}$$

基于直觉梯形模糊数 α-截集概念, 提出一个直觉梯形模糊数的距离公式, 定义如下.

定义 5 设 A 和 B 是两个直觉梯形模糊数, 定义两直觉梯形模糊数间距离为

$$D(A, B) =$$

$$\Big(\frac{1}{4}\int_0^1 ((A_L^+(\alpha) - B_L^+(\alpha))^2 + (A_R^+(\alpha) - B_R^+(\alpha))^2 +$$

$$(A_L^-(\alpha)-B_L^-(\alpha))^2+(A_R^-(\alpha)-B_R^-(\alpha))^2)\mathrm{d}a\Big)^{1/2}. \quad (14)$$

定理 1　设 $A_i(i=1,2)$ 是两个直觉梯形模糊数, 其中 $A_i=\langle(a_{i1},a_{i2},a_{i3},a_{i4}),(b_{i1},b_{i2},b_{i3},b_{i4})\rangle$, 则 A_1 和 A_2 之间的距离为

$$D(A_1,A_2)=$$
$$\Big(\frac{1}{12}\Big(\sum_{i=1}^{4}(a_{2i}-a_{1i})^2+\sum_{i=1}^{4}(b_{2i}-b_{1i})^2+$$
$$(a_{21}-a_{11})(a_{22}-a_{12})+(b_{21}-b_{11})(b_{22}-b_{12})+$$
$$(a_{23}-a_{13})(a_{24}-a_{14})+(b_{23}-b_{13})(b_{24}-b_{14})\Big)\Big)^{1/2}. \quad (15)$$

2　直觉梯形模糊 TOPSIS 群决策方法

提出一个基于直觉梯形模糊信息的 TOPSIS 方法, 解决决策者以直觉梯形模糊数形式提供属性偏好信息和属性权重信息且专家权重完全未知的多属性群策决问题.

对于一个多属性群决策问题, 设 $O=\{o_1,o_2,\cdots,o_m\}$ 为 m 个方案组成的方案集; $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$ 为 n 个决策属性; $D=\{d_1,d_2,\cdots,d_l\}$ 为决策者集合; l 为决策者个数, $R^{(k)}=(r_{ij}^{(k)})_{m\times n}$ 为决策者 d_k $(k=1,2,\cdots,l)$ 的决策矩阵, 其中 $r_{ij}^{(k)}$ $(i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n)$ 是决策者 d_k 以直觉梯形模糊数形式给出的关于方案 o_i 上属性 c_j 的评估值.

基于直觉梯形模糊的 TOPSIS 群决策方法如下:

首先定义决策者权重信息. 根据文献 [18], 若决策者的偏好信息接近群体的平均偏好, 则应赋予该决策者较大权重; 若决策者偏好信息偏离群体偏好均值, 则应赋予其较小权重. 设 $r_{ij}^{(k)}$ $(i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n)$ 是决策者给出的关于方案 o_i 上属性 c_j 的偏好值, 则群体关于方案 o_i 上属性 c_j 的偏好均值 r'_{ij} 可由式 (6) 中 TrIFA 算子求得, 即

$$r'_{ij}=\mathrm{TrIFA}(r_{ij}^{(1)},r_{ij}^{(2)},\cdots,r_{ij}^{(l)}). \quad (16)$$

然后, 计算 $r_{ij}^{(k)}$ 与群体平均偏好 r'_{ij} 的相似度

$$S(r_{ij}^{(k)},r'_{ij})=1-\frac{D(r_{ij}^{(k)},r'_{ij})}{\sum\limits_{k=1}^{l}D(r_{ij}^{(k)},r'_{ij})}, \quad (17)$$

其中 $D(r_{ij}^{(k)},r'_{ij})$ 是定理 1 中 $r_{ij}^{(k)}$ 与群体平均偏好 r'_{ij} 之间的距离.

对于每个单属性偏好信息 $r_{ij}^{(k)}$, 其对应的决策者权重可以计算如下:

$$w_{ij}^{(k)}=\frac{S(r_{ij}^{(k)},r'_{ij})}{\sum\limits_{k=1}^{l}(S(r_{ij}^{(k)},r'_{ij}))}. \quad (18)$$

在多属性群决策中, 所有个人决策信息需要集结为群体决策信息, 定义 3 中 TrIFWA 算子可以用来集结直觉梯形模糊决策矩阵 $R=(r_{ij})_{m\times n}$, 具体如下:

$$r_{ij}=\langle(a_{ij1},a_{ij2},a_{ij3},a_{ij4}),(b_{ij1},b_{ij2},b_{ij3},b_{ij4})\rangle=$$
$$\mathrm{TrIFWA}(r_{ij}^{(1)},r_{ij}^{(2)},\cdots,r_{ij}^{(l)})=\bigoplus_{k=1}^{l}w_{ij}^{(k)}r_{ij}^{(k)}. \quad (19)$$

下一个重要问题是属性权重的确定. 为获得属性权重, 所有决策者给出属性重要性评价信息, 以直觉梯形模糊数的形式表现. 设 $\xi_j^{(k)}$ 代表决策者 d_k 给出的关于属性 c_j 的重要性评价信息, 则方案 o_i 关于属性 c_j 的权重 ξ_{ij}, 可运用定义 3 中 TrIFWA 算子获得, 即

$$\xi_{ij}=\langle(p_{ij1},p_{ij2},p_{ij3},p_{ij4}),(q_{ij1},q_{ij2},q_{ij3},q_{ij4})\rangle=$$
$$\mathrm{TrIFWA}(\xi_j^{(1)},\xi_j^{(2)},\cdots,\xi_j^{(l)})=\bigoplus_{k=1}^{l}w_{ij}^{(k)}\xi_j^{(k)}. \quad (20)$$

通过式 (7) 可以获得直觉梯形模糊权重的期望权重 $EV(\xi_{ij})$, 则标准化的期望决策权重 ξ'_{ij} 可以通过下式获取:

$$\xi'_{ij}=\frac{EV(\xi_{ij})}{\sum\limits_{j=1}^{n}EV(\xi_{ij})}. \quad (21)$$

TOPSIS 方法的基本观点是选择一个离正理想解最近且离负理想解最远的方案, 因此需定义正理想解、负理想解和分离测度.

正理想解和负理想解可以识别为

$$R^+=(r_1^+,r_2^+,\cdots,r_n^+), \quad (22)$$
$$R^-=(r_1^-,r_2^-,\cdots,r_n^-). \quad (23)$$

令

$$\theta=\langle(\max_i a_{ij1},\max_i a_{ij2},\max_i a_{ij3},\max_i a_{ij4}),$$
$$(\max_i b_{ij1},\max_i b_{ij2},\max_i b_{ij3},\max_i b_{ij4})\rangle,$$
$$\rho=\langle(\min_i a_{ij1},\min_i a_{ij2},\min_i a_{ij3},\min_i a_{ij4}),$$
$$(\min_i b_{ij1},\min_i b_{ij2},\min_i b_{ij3},\min_i b_{ij4})\rangle,$$

则当第 j 个属性为收益型时, 有

$$r_j^+=\theta,\ r_j^-=\rho, \quad (24)$$

当第 j 个属性为成本型时, 有

$$r_j^+=\rho,\ r_j^-=\theta. \quad (25)$$

基于式 (14), 方案 o_i 的加权正分离测度和加权负分离测度可以定义为

$$D_i^+=\sum_{j=1}^{n}\xi'_{ij}D(r_{ij},r_j^+), \quad (26)$$

$$D_i^-=\sum_{j=1}^{n}\xi'_{ij}D(r_{ij},r_j^-), \quad (27)$$

则方案 o_i 的相对贴近度系数为

$$U_i^- = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}. \tag{28}$$

显然, 可以根据相对贴近度系数来排列备选方案.

下面基于直觉梯形模糊 TOPSIS 方法给出多属性群决策的决策步骤:

Step 1: 决策者以直觉梯形模糊数形式给出决策矩阵和属性权重信息;

Step 2: 运用式 (16)∼(18) 确定决策者权重;

Step 3: 运用式 (19) 构建集结直觉梯形模糊决策矩阵;

Step 4: 运用式 (20) 和 (21) 确定属性的标准期望权重;

Step 5: 运用式 (22) 和 (23) 识别正理想解和负理想解;

Step 6: 运用式 (26) 和 (27) 计算加权正分离测度和负分离测度;

Step 7: 运用式 (28) 计算方案相对于理想方案的相对贴近度系数;

Step 8: 根据相对贴近度系数来排列备选方案.

3 算例分析

假设一计算机中心为提高其工作效率需选择合适的信息系统, 经初步评估, 有 4 个信息系统可供选择, 记为 $\{o_1, o_2, o_3, o_4\}$. 4 个备选方案可通过 3 个属性进行评估: 1) 软件和硬件成本 c_1; 2) 对组织绩效提升的贡献 c_2; 3) 开发商可靠性 c_3.

运用基于直觉梯形模糊 TOPSIS 方法进行软件选择, 具体过程如下:

首先, 邀请 $l(l=4)$ 个专家应对该软件选择问题. 考虑到决策者对事物进行判断时最容易表达的偏好信息形式是自然语言, 借鉴文献 [16] 的思路, 根据直觉梯形模糊数与语言变量之间的配对办法 (见表 1), 每个专家的方案属性偏好以及属性权重信息可以方便地采用直觉梯形模糊数形式来表示, 进而可得到每个属性的重要性 $\xi_j^{(k)}$ (见表 2) 以及每个专家的决策矩阵

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_2 & \tilde{s}_4 & \tilde{s}_2 \\ \tilde{s}_3 & \tilde{s}_4 & \tilde{s}_4 \\ \tilde{s}_5 & \tilde{s}_4 & \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_4 & \tilde{s}_3 & \tilde{s}_4 \end{bmatrix}, \ R^{(2)} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_3 & \tilde{s}_4 & \tilde{s}_2 \\ \tilde{s}_5 & \tilde{s}_1 & \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_2 & \tilde{s}_5 & \tilde{s}_4 \\ \tilde{s}_5 & \tilde{s}_5 & \tilde{s}_3 \end{bmatrix},$$

$$R^{(3)} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_4 & \tilde{s}_2 & \tilde{s}_4 \\ \tilde{s}_2 & \tilde{s}_5 & \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_3 & \tilde{s}_5 & \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_4 & \tilde{s}_3 & \tilde{s}_4 \end{bmatrix}, \ R^{(4)} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_1 & \tilde{s}_5 & \tilde{s}_2 \\ \tilde{s}_3 & \tilde{s}_4 & \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_2 & \tilde{s}_5 & \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_2 & \tilde{s}_2 & \tilde{s}_1 \end{bmatrix}.$$

表 1 语言变量与直觉梯形模糊数之间的转化标准

语言变量	直觉梯形模糊数
绝对低	$\tilde{s}_0 = \langle(0.0, 0.0, 0.0, 0.0), (0.0, 0.0, 0.0, 0.0)\rangle$
低	$\tilde{s}_1 = \langle(0.0, 0.1, 0.2, 0.3), (0.0, 0.1, 0.2, 0.3)\rangle$
一般低	$\tilde{s}_2 = \langle(0.1, 0.2, 0.3, 0.4), (0.0, 0.2, 0.3, 0.5)\rangle$
中等	$\tilde{s}_3 = \langle(0.3, 0.4, 0.5, 0.6), (0.2, 0.4, 0.5, 0.7)\rangle$
一般高	$\tilde{s}_4 = \langle(0.5, 0.6, 0.7, 0.8), (0.4, 0.6, 0.7, 0.9)\rangle$
高	$\tilde{s}_5 = \langle(0.7, 0.8, 0.9, 1.0), (0.7, 0.8, 0.9, 1.0)\rangle$
绝对高	$\tilde{s}_6 = \langle(1.0, 1.0, 1.0, 1.0), (1.0, 1.0, 1.0, 1.0)\rangle$

表 2 属性重要性 ($\xi_j^{(k)}$)

k	c_1	c_2	c_3
1	$\tilde{s}_3$	$\tilde{s}_3$	$\tilde{s}_3$
2	$\tilde{s}_4$	$\tilde{s}_2$	$\tilde{s}_4$
3	$\tilde{s}_4$	$\tilde{s}_2$	$\tilde{s}_3$
4	$\tilde{s}_4$	$\tilde{s}_3$	$\tilde{s}_3$

在此基础上, 运用式 (16) ∼ (18) 确定决策者权重, 如表 3 所示. 运用式 (19) 集结每个专家的决策矩阵 $R^{(k)}$, 构建集结直觉梯形模糊决策矩阵 R, 如表4 所示.

表 3 决策者权重 ($w_{ij}^{(k)}$) 评价值

k	o_1			o_2			o_3			o_4		
	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3
1	0.27	0.31	0.28	0.17	0.17	0.17	0.31	0.30	0.17	0.31	0.31	0.25
2	0.30	0.31	0.28	0.25	0.28	0.20	0.17	0.17	0.28	0.21	0.17	0.32
3	0.20	0.17	0.17	0.33	0.28	0.32	0.22	0.23	0.28	0.31	0.31	0.25
4	0.23	0.21	0.28	0.25	0.28	0.32	0.31	0.30	0.28	0.17	0.22	0.18

表 4 集结直觉梯形模糊决策矩阵 R

指标	o_1	o_2
c_1	$\langle(0.22, 0.32, 0.42, 0.52), (0.14, 0.32, 0.42, 0.60)\rangle$	$\langle(0.32, 0.42, 0.52, 0.62), (0.24, 0.42, 0.52, 0.71)\rangle$
c_2	$\langle(0.48, 0.58, 0.68, 0.78), (0.40, 0.58, 0.68, 0.85)\rangle$	$\langle(0.46, 0.56, 0.66, 0.76), (0.40, 0.56, 0.66, 0.82)\rangle$
c_3	$\langle(0.17, 0.27, 0.37, 0.47), (0.07, 0.27, 0.37, 0.57)\rangle$	$\langle(0.46, 0.56, 0.66, 0.76), (0.40, 0.56, 0.66, 0.82)\rangle$
指标	**o_3**	**o_4**
c_1	$\langle(0.27, 0.37, 0.47, 0.57), (0.18, 0.37, 0.47, 0.65)\rangle$	$\langle(0.48, 0.58, 0.68, 0.78), (0.40, 0.58, 0.68, 0.85)\rangle$
c_2	$\langle(0.67, 0.77, 0.87, 0.97), (0.65, 0.77, 0.87, 0.98)\rangle$	$\langle(0.32, 0.42, 0.52, 0.62), (0.24, 0.42, 0.52, 0.71)\rangle$
c_3	$\langle(0.67, 0.77, 0.87, 0.97), (0.65, 0.77, 0.87, 0.98)\rangle$	$\langle(0.32, 0.42, 0.52, 0.62), (0.24, 0.42, 0.52, 0.71)\rangle$

根据决策者 d_k 的属性重要性信息 $\xi_j^{(k)}$, 运用式(20) 计算属性 c_j 的权重 ξ_{ij}, 并根据式(21) 计算每个方案中属性的标准期望权重 ξ'_{ij}, 即

$$(\xi'_{ij})_{4\times 4}=\begin{bmatrix}0.409 & 0.244 & 0.347\\ 0.401 & 0.253 & 0.345\\ 0.427 & 0.235 & 0.339\\ 0.404 & 0.243 & 0.353\end{bmatrix}.$$

运用式(22) 和(23) 识别正理想解和负理想解, 并运用式(26)～(28) 计算加权正分离测度、加权负分离测度和贴近度系数, 结果如表 5 所示.

表 5　分离测度和贴近度系数

	D^+	D^-	U^-
o_1	0.110	0.142	0.565
o_2	0.100	0.153	0.606
o_3	0.040	0.211	0.839
o_4	0.188	0.064	0.252

因为 $U_3^- > U_2^- > U_1^- > U_4^-$, 所以方案排序结果为 $o_3 \succ o_2 \succ o_1 \succ o_4$, 从而最优方案为 o_3.

相比已有多属性决策方法, 本文运用直觉梯形模糊数表示决策信息, 一方面, 由于直觉梯形模糊数在刻画客观世界模糊性本质上更为精细和准确, 且具有更大的灵活性, 可以有效减少决策信息的损失; 另一方面, 运用 TOPSIS 思想构建正分离测度和负分离测度以及贴近度系数, 因为人类对效用的偏好和判断本质上是基于比较的, 而本文是根据评价对象与正负理想解的接近程度而进行的排序, 所以相对于基于集结算子的直觉模糊多属性决策方法, 基于直觉梯形模糊 TOPSIS 的多属性群决策方法更符合实际决策中决策者对事物的评价和感知.

4　结　论

本文结合直觉梯形模糊数, 提出一个新的直觉梯形模糊 TOPSIS 方法, 并给出多属性群决策问题中运用改进的直觉梯形模糊 TOPSIS 方法进行方案排序优选的算法. 该多属性群决策方法中, 决策者对于方案属性的偏好以及属性权重的信息均以直觉梯形模糊数形式表现, 且决策者权重信息完全未知. 本文根据直觉梯形模糊数 α-截集定义了两个直觉梯形模糊数的距离, 基于该距离公式确定决策者权重信息. 对于属性权重信息, 由决策者以直觉梯形模糊数形式给出属性重要性评价信息, 然后运用 TrIFWA 算子和直觉梯形模糊数的期望值计算属性的期望权重. 为了运用 TOPSIS 的思想, 根据直觉梯形模糊数的距离测度定义加权分离测度, 根据相对贴近度系数对方案进行排序优选. 最后通过算例结果表明了该直觉梯形模糊 TOPSIS 方法的现实可行性和有效性. 该方法可以有效应对直觉模糊环境下的多属性群决策问题, 为不确定环境下多属性群决策问题提供了一种简单而符合逻辑的算法.

参考文献(References)

[1] Hwang C L, Yoon K. Multiple attributes decision making methods and applications[M]. Berlin: Springer, 1981.

[2] Vahdani B, Mousavi S M, Tavakkoli-Moghaddam R. Group decision making based on novel fuzzy modified TOPSIS method[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(9): 4257-4269.

[3] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-356.

[4] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[5] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

[6] 王坚强, 张忠. 基于直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 226-230.
(Wang J Q, Zhang Z. Multi-criteria decision making method with incomplete certain information based on intuitionistic fuzzy number[J]. Control and Decision, 2009, 24(2): 226-230.)

[7] 万树平, 董九英. 多属性群决策的直觉梯形模糊数法[J]. 控制与决策, 2010, 25(5): 773-776.
(Wan S P, Dong J Y. Method of intuitionistic trapezoidal fuzzy number for mufti-attribute group decision[J]. Control and Decision, 2010, 25(5): 773-776.)

[8] 魏翠萍, 夏梅梅, 张玉忠. 基于区间直觉模糊集的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1230-1234.
(Wei C P, Xia M M, Zhang Y Z. Multi-criteria decision making methods based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1230-1234.)

[9] Boran F E, Genç S, Kurt M, et al. A multi-criteria intuitionistic fuzzy group decision making for supplier selection with TOPSIS method[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(8): 11363-11368.

(下转第1388页)