

文章编号: 1001-0920(2013)01-0055-06

均衡分布性与收敛性的协同进化多目标优化算法

耿焕同, 朱海峰, 张 茜, 吴婷婷

(南京信息工程大学 计算机与软件学院, 南京 210044)

摘要: 为了进一步提升多目标进化算法(MOEAs)的收敛速度和解集分布性, 针对变量无关问题, 借助合作型协同进化模型, 提出一种均衡分布性与收敛性的协同进化多目标优化算法(CMOA-BDC). CMOA-BDC首先设置一个精英集合, 采用支配关系从进化种群与精英集合中选择首层, 并用拥挤距离保持其分布性; 然后运用聚类将首层分类, 并建立相应概率模型; 最后通过模拟退火组合分布估计与遗传进化, 达到协同进化. 通过与经典MOEAs比较的结果表明, CMOA-BDC获得的解集具有更好的收敛性和分布性.

关键词: 多目标优化; 协同进化; 分布估计算法; 多概率模型

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Co-evolutionary multi-objective optimization algorithm with balanced diversity and convergence

GENG Huan-tong, ZHU Hai-feng, ZHANG Qian, WU Ting-ting

(College of Computer & Software, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China.

Correspondent: GENG Huan-tong, E-mail: htgeng@nuist.edu.cn)

Abstract: To further improve the diversity and convergence rate of the existed multi-objective evolutionary algorithms, a co-evolutionary multi-objective optimization algorithm with balanced diversity and convergence(CMOA-BDC) is proposed specific to the dependency-free multi-objective optimization problems through integrating the cooperative co-evolutionary model. Firstly, CMOA-BDC sets an elitism set, employs the simple dominant relationship to search the first non-dominant layer in the evolutionary population and the elitism set, and adopts crowding distance to keep the diversity of the first non-dominant layer. Then cluster analysis is used to divide the first non-dominant layer into multiple class, and the probability model is established. Finally, a co-evolutionary method is realized by using simulated annealing to integrate the estimation of distribution and genetic evolution. In comparison with the classical MOEAs, the experimental results show that the algorithm has better outcomes in both convergence and diversity.

Key words: multi-objective optimization; co-evolutionary; estimation of distribution algorithms; multi-probability model

0 引 言

现实世界中大多数复杂优化问题常含有多个优化目标, 且多个目标间往往存在相互冲突, 致使多个目标无法同时达到最优, 即只能得到一组 Pareto 最优解^[1]. 进化算法作为一种群体搜索算法, 非常适合求解此类多目标优化问题^[2].

国内外研究学者已相继提出了大量有效的多目标进化算法, 如 NPGA-II^[3], NSGA-II^[4]等. 目前此类算法的研究目标之一是如何进一步提高算法的收敛速度和解集的分布性, 如 μ ARMOGA^[5], Improved-

NSGA-II^[6], ICA-FS^[7], IS-MOEA^[8], SBMS-MOEA^[9]. 在这些算法中, 个体往往仅代表问题的一个解, 而没有考虑不同个体间、个体与周围环境间的相互关系, 即没有考虑协同进化, 这将在进化过程中使进化群体缺乏更好的多样性, 从而影响解集的收敛速度和分布性. 合作型协同进化遗传算法 CCGA^[10]在一定程度上解决了这个问题, 其基本思想是: 首先将一个具有 n 个变量的优化问题分解为 n 个单变量优化问题; 然后对分组后的 n 个单变量优化问题的决策变量分别编码, 形成 n 个独立的子种群; 最后各子种群独立进化.

收稿日期: 2011-08-02; 修回日期: 2012-02-22.

基金项目: 中国博士后科学基金项目(20080431114, 20100471350).

作者简介: 耿焕同(1973-), 男, 教授, 博士生导师, 从事计算智能、多目标优化等研究; 朱海峰(1987-), 男, 硕士生, 从事多目标优化的研究.

因为每个子种群内的个体仅代表复杂问题决策变量的一个部分,为此个体进行适应度评估时必须与其余种群的个体相结合,组成一个完整解.本文的研究是针对变量无关的问题,即若问题有 C 个决策变量,则使用 C 个子种群,子群体中的每个个体表示问题的一个部分.

在标准遗传算法(GA)中,通过对种群中个体执行遗传操作来实现种群的进化,具有较好的局部寻优能力,但全局搜索能力较差.此进化方式在寻优的初级阶段的确保持了解的多样性,但也使得算法的搜索存在盲目性和随机性,特别在解决多峰问题时,还会出现早熟收敛现象,常常得不到最优解.在进化后期,群体中的个体趋于相同,进化完全依赖于变异,使得之后的进化完全陷入盲目的随机搜索,此时算法往往容易陷入局部最优解.分布估计算法(EDA)^[11]与传统进化算法不同,它采用统计学习理论与随机优化算法相结合的方式.EDA根据种群搜索到目前为止的全局统计资料,建立有前途的数学模型,新个体从模型中采样生成,使得算法向着好的方向进化.EDA具有良好的全局搜索能力,可以指导种群朝着 Pareto 前沿方向搜索.为了让群体朝 Pareto 前沿的方向上收敛且均匀分布在整个 Pareto 前沿而不陷入前沿的某个局部,则需要均衡算法的局部和全局搜索能力.

本文在 CCGA 模型的基础上,为了进一步提升算法的收敛速度和解集的分布性,运用模拟退火思想将 EDA 与 GA 结合,动态均衡进化过程中局部搜索和全局搜索的关系,提出一种均衡分布性与收敛性的协同进化多目标优化算法(CMOA-BDC).为了验证算法的有效性,拟采用 5 个标准测试函数对该算法性能进行评价,并与 NSGA-II 和 OMOPSO^[12]进行比较.

1 CMOA-BDC

CMOA-BDC 是在 CCGA 的基础上采用 Pareto 支配概念和基于拥挤度的精英保留策略^[13]将 CCGA 引入变量无关多目标优化问题的求解中.设置一个外部精英集合,采用拥挤距离保持外部种群的多样性、分布性,并用聚类思想对外部种群进行分类,对每个类建立相应的概率模型.进化过程中每个子群体内部运用模拟退火技术将 EDA 与 GA 有机地结合,生成新的个体,再通过合作的方式协同进化.

1.1 多功能的外部精英集合

在 CMOA-BDC 中,设置一个外部精英集合,用于存储现已搜索到的优秀完整个体.设置精英集合主要考虑 3 个方面:1) 将它作为优秀个体集合,运用聚类算法将这些个体进行分类,并且对每一个类中的个体的每一维分别建立相应的概率模型.如图 1 所示,

先对精英集合进行聚类分析,假设分为聚类 1 和聚类 2;然后分别对聚类 1 和聚类 2 按种群 1 至种群 C 的顺序,根据各种群中的个体,分别建立相应的概率模型,引导算法中所有种群向着有前途的方向进化,加快算法找到完整真实的 Pareto 前沿,从而使得解集具有更好的分布性.2) 保存算法到目前为止所搜索到的优秀解,即防止进化倒退.3) 作为父种群的候选集,算法从第 2 代开始,父代种群是直接精英集合中挑选最优秀个体产生的,因此在进化过程中,算法总是在优秀的种群基础上进行开发和探索,寻找到更好的个体后再对精英集合补充,精英集合与进化种群相互促进,加速算法收敛到真实的 Pareto 前沿,增加了算法的收敛性.

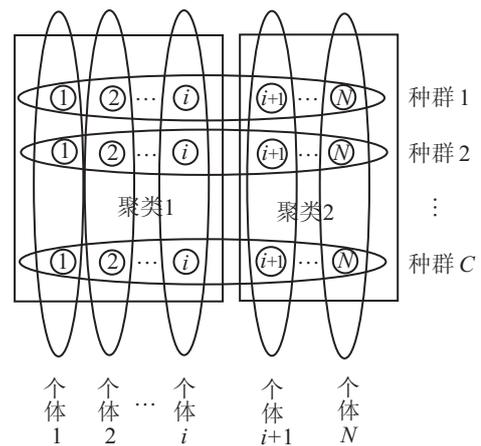


图 1 父种群生成示意图

在进化初期,精英集合作用较大,需要使用精英集合建立概率模型引导种群快速找到 Pareto 前沿,以及在优秀个体周围去开发和探索到更好的个体;但在初期精英集合中个体较少,需要对其进行补充,使其能够建立概率模型并作为下一代父种群的候选种群.设置外部集合的最小容量为常数 R ,为了便于生成下一代父种群, R 应不小于子种群规模 N (参见第 1.4.1 节).一旦当前存储的优秀个体数小于 R ,则对其补充.

随着进化进行,精英集合中个体不断增多,考虑到计算效率,CMOA-BDC 设置精英集合最大容量为常数 M .根据实验分析, M 一般取 100 为宜,一旦当前存储的优秀个体数超过 M ,需对集合进行裁减.算法中采用计算集合中个体间的拥挤距离去除那些拥挤距离小的个体,使得集合既保持了多样性,同时也具有较好的分布性.

1.2 精英集合分类方法

针对多目标优化问题的解是一个最优解集合,运用分布估计算法,如果只对其建立一个概率模型,则该概率模型不能引导种群向着所有好的方向发展,极有可能找不到完整真实 Pareto 前沿.为了使算法更好地覆盖 Pareto 最优解域,在对精英集合建立概率模型

前, 先运用聚类算法 leader-follower^[14]对精英集合聚类, 得到多个不同的类, 再根据 EDA 思想对每个类在每一维上建立相应的概率模型, 使得在每一维变量上存在多个概率模型, 此时需要知道选择哪一个概率模型来采样生成新的个体. 考虑到精英集合是基于拥挤距离保持集合的多样性, 此时应根据每个类中的个体数计算各个类的权重系数, 依据权重系数, 采用轮盘赌算法选择相应模型采样出新个体, 形成新的群体, 这个种群必定能够维持这种多样性分布.

leader-follower 是一种自适应聚类算法, 不需要事先确定聚类的个数, 可满足算法中每代概率模型数目不确定的要求, 确保对发现的所有搜索区域进行扩展搜索, 使得解集具有更好的分布性. 图 2 为搜索空间在两维情况下搜索到两个聚类.

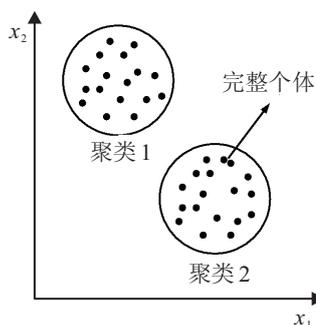


图 2 种群聚类效果图

1.3 基于 Pareto 支配概念的个体评价方法

算法将每个个体与从其子群体中随机挑选的个体组合成完整解, 代入目标问题, 得到目标值. 基于目标值及 Pareto 支配概念评价个体的优劣, 并基于 Pareto 支配判断该个体是否应对精英集合更新.

本文算法采用单纯的支配概念, 无需为候选解分配适应值, 第 1 代算法从初始种群中随机挑选一个完整个体到精英集合, 再将从初始种群组合中产生的所有完整个体依次与精英集合中的个体进行比较, 若能不被精英集合中的任一个体支配, 则将此完整个体 P_i 添加到精英集合中; 若集合中的某些个体被 P_i 支配, 则将这些个体从集合中移除. 从第 2 代开始, 经过进化操作的种群个体与其余种群中随机挑选的个体组合成完整解, 依据支配关系对集合进行调整, 方法与第 1 代中方法相同. 新的精英集合是新种群与上一代精英集合两个集合的首层边界集, 因为算法无需对非支配集排序, 大大减少了计算资源的消耗.

1.4 新个体的产生方法

1.4.1 父种群的产生方法

社会学上的“马太效应”常用来描述社会生活中普遍存在的两极分化现象. 其思想是: 好的愈好, 坏的愈坏. 算法在第 1 代父种群产生时, 采用随机初始化

产生, 第 2 代及以后父种群的产生, 借助“马太效应”思想, 将能进入精英集合的优秀个体作为下一代父种群的候选集, 这样确保有较大被选中的概率; 而没有进入精英集合的个体将直接淘汰. 采用此方法, 第 2 代及之后的新子种群将总是在优秀的种群基础上进行开发和探索, 寻找到更好的个体后再对精英集合补充, 精英集合与进化种群相互促进, 加速算法收敛到真实的 Pareto 前沿, 增加了算法的收敛性.

如图 1 所示, 从精英集合 A 中随机挑选 N 个完整个体, 此 N 个个体被分成两个聚类, 假设前 i 个个体为聚类 1 中的个体, 后 $N-i$ 个个体为聚类 2 中的个体. 每个完整个体有 C 个分量, 将这 N 个完整个体各分量合并, 重新组合形成 C 个子种群, 各子种群规模为 N 的下一代父代群体.

1.4.2 新个体产生方法

采用基因混合模型来产生新的个体. 基因混合的原理是产生个体的基因来自不同的算法, 如图 3 所示, 完整个体由基因 $x_1 \sim x_7$ 组成, x_1 和 x_2 由不同算法生成. 本文算法中的个体基因是由 EDA 与 GA 结合产生的, 一部分由 EDA 构造的概率模型采样得到, 另一部分由 GA 的杂交变异得到. 运用模拟退火技术将 EDA 与 GA 有机结合, 在进化初期, 需要更多地利用 EDA 的全局搜索能力, 迅速找到真实 Pareto 前沿, 此时 EDA 应占据主要地位; 而在进化后期, 为了找到真实的 Pareto 前沿, 需要应用 GA 的杂交变异在优良种群的基础上进行继承和探索, 发挥 GA 的局部搜索能力, 此时 GA 应占据主要地位. 综上所述, 算法较好地兼顾了局部搜索和全局搜索, 使得个体具有多样性; 利用多概率模型使获得的前沿具有完整性和良好的逼近性, 能跳出局部最优, 更快更好地找到最优 Pareto 前沿.

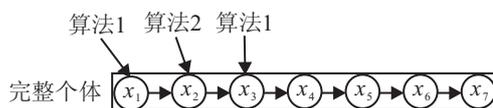


图 3 基因混合模型示意图

在进化过程中, 为了更好地动态均衡 EDA 与 GA 搜索, 算法中运用模拟退火技术, 并采用尺度因子 p_t 进行控制. p_t 的计算方法如下:

$$\begin{cases} p_1 = p_{\max}, \\ p_t = p_{\min} + \alpha(p_{t-1} - p_{\min}). \end{cases} \quad (1)$$

其中: p_{\max} 和 p_{\min} 为设定尺度因子的上、下限, $0 \leq \alpha \leq 1$ 为退火因子.

动态协调策略如下: 通过比较随机数和 p_t 来确定采用何种方式产生新的基因. 即当 $\text{rand} < p_t$ 时, 采用 EDA 方式; 当 $\text{rand} \geq p_t$ 时, 采用 GA 方式.

2 算法的实现过程

CMOA-BDC 的具体步骤描述如下。

Step 1: 初始化操作. 令进化代数 $T = 1$, 进化群体规模为 N , 子群体个数为 C , 并创建精英集合 $A = \emptyset$, 设 A 的最大容量为 M , 最小容量为 R , $R \geq N$ (参见第 1.4.1 节), 初始化各子种群。

Step 2: 子群体间的合作. 依次将当前进化子群体中的个体与其余子群体合作生成完整解 (借助图 1 来理解, 可以看到个体 1 由 C 个子种群中的第 1 个个体结合而成; 算法中采用随机与其余 $C - 1$ 个子种群中的个体结合成完整个体), 计算目标向量, 根据支配概念判断个体是否应对集合 A 更新或是舍弃, 直至处理完所有子代子群体中的个体。

Step 3: 补充集合 A . 若 $|A| < R$ ($|\cdot|$ 表示集合中元素的个数), 则对 A 进行补充, 将各子种群再次随机组合产生的解中的非支配解加入 A , 使得 A 的大小为 R ; 否则, 若 $|A| \geq R$, 则进入 Step 4。

Step 4: 建立概率模型. 采用 leader-follower 对集合 A 聚类, 得到不同的类, 对每个类进行权重分析, 并对每个类建立相应概率模型. 权重大的类, 其概率模型被采用的概率也大, 最后得到的最优前沿应符合真实前沿的分布情况。

Step 5: 生成下一代父代子群体. 从 A 中随机挑选 N 个完整个体, 每个完整个体有 C 个分量, 将这 N 个完整个体各分量合并, 重新组合形成具有 C 个子种群、各子种群规模为 N 的下一代父代群体。

Step 6: 生成子种群. 根据随机概率及模拟退火尺度因子控制采用 EDA 或 GA 执行生成操作。

Step 7: 子群体间的合作同 Step 2。

Step 8: 集合 A 的裁减. 若 $|A| > M$, 则对 A 进行裁减, 移除拥挤距离小的解, 使 A 的大小为 M ; 否则进入 Step 9。

Step 9: 增进进化代数 $T = T + 1$ 。

Step 10: 终止判断. 若满足终止条件, 则将集合 A 作为最终求得的非支配解集输出, 算法终止; 否则, 转至 Step 3 进入新一代的进化。

3 仿真实验

3.1 测试函数

为了验证算法的有效性, 采用文献 [4] 中 5 个标准测试函数 (ZDT1, ZDT2, ZDT3, ZDT4, ZDT6) 对该算法性能进行评价. 这些测试函数具有如下的典型特点: 凸/非凸、连续/离散 Pareto 前沿和具有偏置的搜索空间, 这些特点增加了多目标优化收敛到真正 Pareto 前沿及 Pareto 最优解保持多样性的难度, 对验证优化算法的有效性是非常具有代表性的。

3.2 评价指标

评价多目标优化性能指标可分为两大类^[15]: 1) 逼近性, 解集与真实 Pareto 前沿的距离最小化, 本文采用覆盖指标 C ^[15]、收敛性测度 M_1 ^[15] 和距离指标 GD ^[16]; 2) 均匀性, 解集获得最好的分布 (一般指均匀分布), 本文采用分布性测度 SP ^[15] 和 SD ^[17]. 另外, 还给出时间测度 T (相同评价次数下算法所用的时间), 并画出 Pareto 前沿的图形进行比较。

3.3 实验设计

所有实验均在同一台计算机上使用 Matlab R2010b 软件完成, 采用 NSGA-II 和 OMOPSO 两种对比算法。

CMOA-BDC 和 NSGA-II 均采用实数编码, 交叉概率 $P_m = 0.9$, 变异概率 $P_c = 1/C$ (C 为自变量的个数). CMOA-BDC 子种群规模为 N , 子种群个数为 C , 外部集合最大容量 $M = 100$, 最小容量 $R = N$, 尺度因子 $P_{\max} = 0.9$, $P_{\min} = 0.1$, $\alpha = 0.5$, 聚类算法阈值 $b = 0.5$. NSGA-II 中群体规模取 100. 对于每个测试函数, 两种算法均独立运行 30 次。

实验 1 为了验证 CMOA-BDC 算法的有效性, 在相同实验环境下, 采用经典多目标进化算法 NSGA-II 来求解多目标问题, 并与 CMOA-BDC 求出的结果进行比较. CMOA-BDC 中子群体规模 $N = 30$. 算法在每次运行中对候选解执行 90 000 次的目标评价 (一次目标评价包括对一个解的所有目标函数值的计算) 后终止。

实验 2 为了验证 CMOA-BDC 将 EDA 与 GA 结合的合理性, 针对 ZDT3 问题, 比较了将尺度因子 p_t 设置成 0 和 1 两种极端情况 (仅采用 GA 或仅采用 EDA 方式进化) 下算法得到的 Pareto 解集。

实验 3 鉴于比较的合理性, 与文献 [12] 进行对比, CMOA-BDC 采用实数编码方式, 并且它们的共有参数尽量设置为一致. 对于 CMOA-BDC, 子群体规模 N 取 8, 算法在每次运行中, 对候选解执行 24 960 次的目标评价后终止。

3.4 实验结果及其分析

实验 1 结果和分析: 表 1 列出了在各测试函数中, CMOA-BDC 和 NSGA-II 在 T , M_1 , C 和 SD 测度上 30 次独立运行结果的平均值. 为表述方便, 将 C (CMOA-BDC, NSGA-II) 简记为 $C(C, N)$, C (NSGA-II, CMOA-BDC) 简记为 $C(N, C)$. 图 4(a) 和图 4(b) 分别给出了在 5 种测试函数上 CMOA-BDC, NSGA-II 计算结果的覆盖指标 $C(C, N)$ 和 $C(N, C)$ 的箱线图; 图 4(c), 图 4(d), 图 4(f), 图 4(g) 展示了算法 CMOA-BDC 和 NSGA-II 搜索到的 Pareto 前沿, 可以看出 CMOA-BDC 找到的

表 1 CMOA-BDC 和 NSGA-II 在 T, M_1, SD, C 测度上的比较

函数	CMOA-BDC				NSGA-II			
	T	M_1	SD	$C(C, N)$	T	M_1	SD	$C(N, C)$
ZDT1	138.826 3	0.000 1	0.002 2	1	133.066 3	0.017 9	0.012 6	0
ZDT2	132.670 7	0.000 1	0.002 1	1	110.334 2	0.022 2	0.060 3	0
ZDT3	131.523 6	0.000 1	0.004 9	0.923 7	124.818 6	0.013 3	0.015 8	0
ZDT4	149.215 6	0.000 2	0.001 5	1	92.316 5	1.012 3	0.013 4	0
ZDT6	165.405 2	0.000 5	0.000 9	1	98.499 2	0.585 9	0.005 3	0

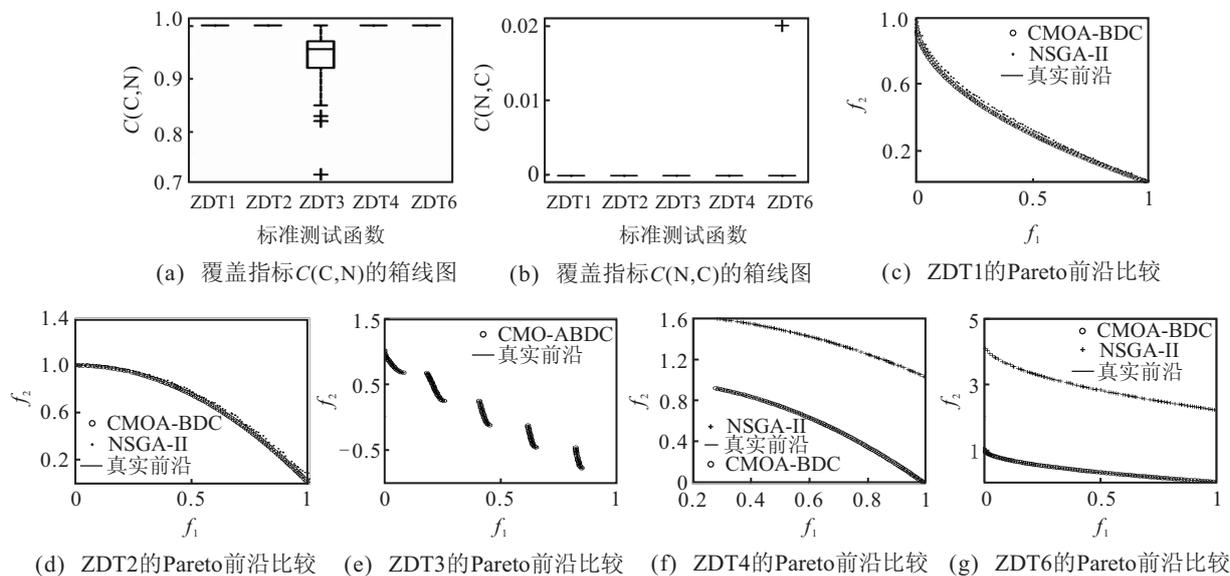


图 4 5 种测试函数的优化结果

前沿更接近真实前沿; 图 4(e) 展示了算法 CMOA-BDC 在求解 ZDT3 函数时能够找到完整的 Pareto 前沿. 从实验结果可以看出, 在收敛性能 (M_1 测度和覆盖指标 C) 和分布性能 (SD 测度) 方面, CMOA-BDC 在测试函数 ZDT1, ZDT2, ZDT3, ZDT4 和 ZDT6 中的结果均明显优于 NSGA-II.

实验 2 结果和分析: 对于 ZDT3 问题, 由图 5 可见, 当 $p_t = 1$, 即仅采用 EDA 方式进化时, 算法未能找到完整的前沿; 当 $p_t = 0$, 即仅采用 GA 方式进化时, 算法未能找到真实前沿; 而图 4(e) 中, CMOA-BDC 算法能搜索到完整的 Pareto 前沿. 由此可知, 仅采用单一方式进化存在不足, 而采用两种结合方式并动态调整可有效地提高算法的收敛性和分布性.

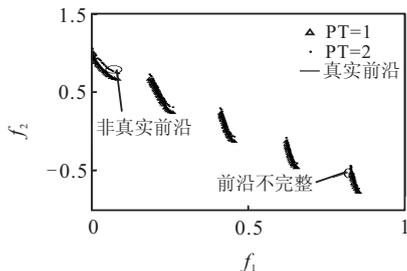


图 5 ZDT3 的 Pareto 前沿比较

表 2 为 CMOA-BDC 和 OMOPSO 在 GD 和 SP 测度上的比较, 与文献 [12] 一致, 取 3 个函数进行实验,

数字加粗表示该指标更好.

表 2 CMOA-BDC 和 OMOPSO 在 GD 和 SP 测度上的比较

函数	CMOA-BDC		OMOPSO	
	GD	SP	GD	SP
ZDT1	0.000 181	0.003 234	0.000 412	0.006 642
ZDT2	0.000 103	0.002 755	0.000 403	0.007 044
ZDT4	0.000 21	0.003 73	0.029 93	0.006 45

实验 3 结果及分析: 从表 2 可看出, CMOA-BDC 在测试函数 ZDT1, ZDT2, ZDT4 中的收敛性能 (GD 测度) 和分布性能 (SP 测度) 方面均好于文献 [12] 中的 OMOPSO 算法.

4 结 论

为了进一步提升多目标进化算法的收敛速度和解集的分布性, 本文提出一种均衡分布性与收敛性的协同进化多目标优化算法. 该算法充分利用 CCGA 算法固有的多样性, 并在 CCGA 的基础上采用模拟退火思想将 EDA 与 GA 有机地结合, 既保持了算法的局部搜索能力, 又提高了算法的全局搜索能力. 通过对一组标准测试函数的优化实验, 将本文算法与 NSGA-II 和 OMOPSO 法进行比较, 结果表明新算法得到 Pareto 最优解分布更均匀, 且更快收敛到真实前沿, 因此具有更好的搜索性能.

参考文献(References)

- [1] Horn J, Nafpliotis N, Goldberg D E. A niched pareto genetic algorithm for multi-objective optimization[C]. Proc of the 1st IEEE Conf on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 1994: 82-87.
- [2] Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms[M]. Chicester: John Wiley & Sons, 2001.
- [3] Erickson M, Mayer A, Horn J. The niched pareto genetic algorithm applied to the design of groundwater remediation systems[C]. The 1st Int Con on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Zurich, 2001: 681-695.
- [4] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [5] Hajek J, Szollos A, Sistek J. A new mechanism for maintaining diversity of Pareto archive in multiobjective optimization[J]. Advances in Engineering Software, 2010, 41(7): 1031-1057.
- [6] 文诗华, 郑金华. NSGA-II 中一种改进的分布性保持策略[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(33): 49-53.
(Wen S H, Zheng J H. Improved diversity maintenance strategy in NSGA-II[J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(33): 49-53.)
- [7] 林浒, 彭勇. 面向多目标优化的适应度共享免疫克隆算法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(2): 206-214.
(Lin H, Peng Y. Immune clonal algorithm with fitness sharing for multi-objective optimization[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(2): 206-214.)
- [8] Geng H T, Zhang M, Huang L, et al. Infeasible elitists and stochastic ranking selection in constrained evolutionary multi-objective optimization[C]. Proc of SEAL06. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 336-344.
- [9] Geng H T, Song Q X, Wu T T, et al. A multi-objective constrained optimization algorithm based on infeasible individual stochastic binary-modification[C]. Proc of 2009 IEEE Int Conf on Intelligent Computing and Intelligent Systems. Shanghai, 2009: 89-93.
- [10] Mitchell A Potter, Kenneth A De Jong. A cooperative coevolutionary approach to function optimization[C]. Proc of Parallel Problem Solving From Nature III. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 249-257.
- [11] 周树德, 孙增圻. 分布估计算法综述[J]. 自动化学报, 2007, 33(2): 113-124.
(Zhou S D, Sun Z Q. Estimation of distribution algorithms[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 113-124.)
- [12] Godinez A C, Espinosa L E M, Montes E M. An experimental comparison of multiobjective algorithms: NSGA-II and OMOPSO[C]. Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conf. Guanajuato, 2010: 28-33.
- [13] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.
- [14] Duda R O, Hart P E, Stork D G. Pattern classification[M]. The 2nd ed. New York: JohnWiley & Sons, 2001: 450-452.
- [15] Zitzler Eckart, Deb Kalyanmoy, Thiele Lothar. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173-195.
- [16] Coello C A C. A comprehensive survey of evolutionary-based multi-objective optimization[J]. Knowledge and Information Systems, 1999, 1(3): 269-308.
- [17] Schott J R. Fault tolerant design using single and multi-criteria genetic algorithm optimization[D]. Cambridge: Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 1995.

~~~~~

(上接第54页)

- [7] Liu Y G, Pan Z G, Shi S J. Output feedback control design for strict-feedback stochastic nonlinear systems under a risk-sensitive cost[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(3): 509-513.
- [8] Basar T, Bernhard P.  $H_\infty$ -optimal control and related minimax design problems: A dynamic game approach[M]. Boston: Birkuser, 1995.
- [9] Runolfsson T. The equivalence between infinite horizon control of stochastic systems with exponential of integral performance index and stochastic differential games[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(8): 1551-1563.
- [10] Krstic M, Kanellakopouls I, Kokotovic P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995.
- [11] Krstic M, Deng H. Stabilization of nonlinear uncertain systems[M]. London: Springer-Verlag, 1998.
- [12] Deng H, Krstic M. Output-feedback stochastic nonlinear stabilization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(2): 328-333.
- [13] Khasminskii R Z. Stochastic stability of differential equations[M]. Rockville: S & N International Publisher, 1980: 15-24.