

第十章 导弹扰动运动的自动稳定与控制

目的要求：

- 1、能够对无倾斜稳定的倾斜运动动态特性进行准确地分析,从而弄清楚倾斜自动稳定的必要性和目的及其倾斜自动驾驶仪的功用；
- 2、掌握无自动驾驶的倾斜运动稳定方法和坐标转换方法,进一步明确自动驾驶仪的作用；
- 3、结合物理原因和运动特性分析,应用描述倾斜扰动运动的运动模型,明确在倾斜自动驾驶仪中引入倾斜角和倾斜角速度信号对扰动运动静稳定性和阻尼的补偿作用,及其角和角速度传动比对倾斜扰动运动过渡过程品质的影响；
- 4、明确纵向自动驾驶仪与倾斜自动驾驶仪在功能上存在的不同之处,从而更清楚地了解纵向自动驾驶仪的控制主导作用；
- 5、掌握纵向自动驾驶仪引入控制信号、俯仰角信号、俯仰角速度信号、俯仰角加速度信号、过载信号、弹道倾角和弹道倾角角速度信号的作用及其动态特性的分析方法；
- 6、掌握引入纯积分调节规律的作用和存在的问题的分析方法,明确“提前偏舵”的概念和运动现象,掌握其分析方法；
- 7、掌握飞行高度的稳定与控制原理和动态过程与品质的分析方法。

重点、难点：

- 1、自动驾驶仪中引入不同参数及其组合对扰动运动动态特性影响的分析方法；
- 2、“提前偏舵”的概念、目的及其运动现象分析；
- 3、飞行高度稳定与控制中引入高度差信号、俯仰角信号的作用和目的以及运动现象分析方法。

教学方法：

- 1、课堂教学；
- 2、运动现象的三维视景动画演示；
- 3、例案分析；
- 4、由学生上讲台参与教学。

教学时数：

- 1、三维视景动画演示配合：10学时；
- 2、例案分析：1学时；
- 3、学生参与教学：1学时。

§10-1 倾斜运动的自动稳定

一、导弹弹体的倾斜动态性质

- 1.微分方程（不考虑交叉、不考虑倾斜静稳定性、小扰动）

$$\Delta \ddot{\gamma} + b_{11} \Delta \dot{\gamma} = -b_{18} \Delta \delta_x + M_{xd}$$

- 2.经常和偶然干扰, $\dot{\gamma}_0, \gamma_0, \delta_x = 0, M_{gx} \neq 0$, 过渡过程函数

$$\text{设 } x = \dot{\gamma}$$

$$\dot{x} + b_{11}x = M_{dx}$$

$$\frac{dx}{M_{dx} - b_{11}x} = dt$$

$$-\frac{1}{b_{11}} \ln(M_{dx} - b_{11}x) = t + c$$

$$\ln(M_{dx} - b_{11}x) = -b_{11}t + c'$$

$$M_{dx} - b_{11}x = c'' e^{-b_{11}t}$$

$$x = \frac{1}{b_{11}} (M_{dx} - c'' e^{-b_{11}t})$$

$$\dot{\gamma}(t) = \frac{1}{b_{11}} (M_{dx} - c'' e^{-b_{11}t})$$

$$\dot{\gamma}(0) = \frac{1}{b_{11}} (M_{dx} - c'')$$

$$c'' = M_{dx} - b_{11}\dot{\gamma}(0)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \frac{1}{b_{11}} [M_{dx} - (M_{dx} - b_{11}\dot{\gamma}(0))e^{-b_{11}t}]$$

$$\Delta\dot{\gamma}(t) = \Delta\dot{\gamma}_0 e^{-b_{11}t} + \frac{M_{xd}}{b_{11}} (1 - e^{-b_{11}t})$$

3. 倾斜气动阻尼力矩

$$\begin{aligned} M_x^{\omega_x} \Delta\dot{\gamma}(t) &= M_x^{\omega_x} \cdot \Delta\dot{\gamma}_0 \cdot e^{-b_{11}t} + M_x^{\omega_x} \frac{M_{xd}}{b_{11}} (1 - e^{-b_{11}t}) \\ &= -J_x b_{11} \cdot \Delta\dot{\gamma}_0 \cdot e^{-b_{11}t} - J_x M_{xd} (1 - e^{-b_{11}t}) \end{aligned}$$

4. 干扰

(1) 偶然干扰

$$M_{dx} = 0 \quad \dot{\gamma}_\varepsilon = 0$$

(2) 常值干扰

$$\dot{\gamma}_\varepsilon = \frac{M_{dx}}{b_{11}}$$

$$\text{力矩平衡关系: } M_x^{\omega_x} \cdot \dot{\gamma}_\varepsilon + J_x \cdot M_{dx} = 0$$

$b_{11} \uparrow \rightarrow$ 阻尼 $\uparrow \rightarrow \dot{\gamma}_\varepsilon \downarrow$, 过渡过程时间 \downarrow

5.

$$\chi(t) = \int \dot{\gamma}(t) dt = \dot{\gamma}_0 \left(-\frac{1}{b_{11}} e^{-b_{11}t} \right) - \frac{M_{dx}}{b_{11}^2} (1 - e^{-b_{11}t}) + c$$

$$t = 0, \gamma(0) = \gamma_0, \dot{\gamma}_0 = -\dot{\gamma}_0 / b_{11} + c$$

$$c = \dot{\gamma}_0 + \dot{\gamma}_0 / b_{11}$$

$$M_{dx} = 0 \text{ 时, } \gamma(t) = \gamma_0 + \frac{\dot{\gamma}_0}{b_{11}}(1 - e^{-b_{11}t})$$

当

$$\gamma_\varepsilon = \gamma_0 + \dot{\gamma}_0 / b_{11}$$

即：无倾斜静稳定性，即使 $M_{dx} \neq 0$ ，也存在 γ_ε 。

6. 结论

受任何形式的干扰作用 → 倾斜稳态误差 → 不能保持原有的“+”型或“×”型的发射状态 → 错乱了升降舵和方向舵在空间的规定位置 → 弹体坐标系与发射坐标系不能保持一致 → 影响自动操纵的精度，甚至不能按照导引方法的需要对导弹进行控制。因此，对于那些不是采用旋转稳定的导弹，应设法消除或减弱对倾斜角 $\Delta\gamma_w$ 产生的影响，而对于旋转稳定的导弹应减小倾

斜角速度 $\Delta\dot{\gamma}_w$ 。

二、导弹无倾斜角稳定的分析

(一) 采用气动陀螺舵

$$M_t = J_t \Omega \Delta\dot{\gamma}$$

$$M_g = M_g^{\delta_x} \Delta\delta_x$$

$$M_g^{\delta_x} \Delta\delta_x = J_t \Omega \Delta\dot{\gamma}$$

$$\Delta\ddot{\gamma} + (b_{11} + J_t \Omega b_{18} / M_g^{\delta_x}) \Delta\dot{\gamma} = M_{xd}$$

$$\Delta\dot{\gamma}(t) = \Delta\dot{\gamma}_0 e^{-(b_{11} + J_t \Omega b_{18} / M_g^{\delta_x})t} + \frac{M_{xd}}{b_{11} + J_t \Omega b_{18} / M_g^{\delta_x}} (1 - e^{-(b_{11} + J_t \Omega b_{18} / M_g^{\delta_x})t})$$

$$\Delta\dot{\gamma}_w = \frac{M_{xd}}{b_{11} + J_t \Omega b_{18} / M_g^{\delta_x}}$$

由于 $(b_{11} + J_t \Omega b_{18} / M_g^{\delta_x}) > b_{11} \rightarrow$ 减小了 $\Delta\dot{\gamma}_w$

$$J_t \uparrow \text{ 和 } \Omega \uparrow \rightarrow \Delta\delta_x \uparrow \rightarrow \Delta\dot{\gamma}_w \downarrow\downarrow$$

(二) 应用坐标变换装置

$$M_z^{\delta_z} \Delta\delta_z = K\Delta z; \quad M_y^{\delta_y} \Delta\delta_y = K\Delta y$$

$$M_{\delta_y} = M_y^{\delta_y} \Delta\delta_y = K\Delta y$$

$$M_{\delta_z} = M_z^{\delta_z} \Delta\delta_z = K\Delta z$$

$$\begin{aligned} M_{\delta_z} &= M_z^{\delta_z} \Delta\delta_z \cdot \cos \gamma + M_y^{\delta_y} \Delta\delta_y \cdot \sin \gamma \\ &= K\Delta z \cdot \cos \gamma + K\Delta y \cdot \sin \gamma \end{aligned}$$

$$M_z^{\delta_z} \Delta\delta_z = K\Delta z'; \quad M_y^{\delta_y} \Delta\delta_y = K\Delta y'$$

$$M_{\delta_y} = K\Delta y' \cdot \cos \gamma - K\Delta z' \cdot \sin \gamma$$

$$M_{\delta_z} = K\Delta z' \cdot \cos \gamma + K\Delta y' \cdot \sin \gamma$$

$$\Delta y = \Delta y' \cos \gamma - \Delta z' \sin \gamma$$

$$\Delta z = \Delta z' \cos \gamma + \Delta y' \sin \gamma$$

$$\Delta y' = \Delta y \cos \gamma + \Delta z \sin \gamma$$

$$\Delta z' = -\Delta y \sin \gamma + \Delta z \cos \gamma$$

一、倾斜稳定回路

(一) 倾斜稳定回路的概念

1. δ_x 的偏转方向

正倾斜 $\rightarrow \delta_x > 0 : \gamma > 0, M_x^{\delta_x} \cdot \delta_x < 0$, 纠正正倾斜 ;

负倾斜 $\rightarrow \delta_x < 0 : \gamma < 0, M_x^{\delta_x} \cdot \delta_x > 0$, 纠正负倾斜 ;

使 δ_x 跟随 γ 偏转 , 且小于 $\gamma : \delta_x$ 的偏转大小受限 , 太大了就会产生气动分离 ,

两者之间需要比例系数 k , 且 $k < 1$, 副翼动作提出的要求靠自动驾驶仪完成。

2. 调节规律

描述舵偏角随运动参数变化的状态方程

$$\Delta\delta_x = K_\gamma \Delta\gamma + K_{\dot{\gamma}} \Delta\dot{\gamma}$$

k_γ — 角传动比

$k_{\dot{\gamma}}$ — 角速度传动比

3. 模型

$$\frac{d^2\Delta\gamma}{dt^2} + b_{11} \frac{d\Delta\gamma}{dt} = -b_{18}\Delta\delta_x + \frac{M_{xd}}{J_x}$$

$$\Delta\delta_x = K_\gamma \Delta\gamma + K_{\dot{\gamma}} \frac{d\Delta\gamma}{dt}$$

$$\frac{d^2\Delta\gamma}{dt^2} + (b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}}) \frac{d\Delta\gamma}{dt} + b_{18}K_\gamma \Delta\gamma = \frac{M_{xd}}{J_x}$$

1. 分析

要想保证倾斜稳定回路中运动参数 $\Delta\gamma$ 是稳定的，

$$b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}} > 0$$

$$b_{18}K_\gamma > 0$$

由于

$$b_{11} = -\frac{M_x^{\omega_x}}{J} > 0$$

$$b_{18} = -\frac{M_x^{\delta_x}}{J_x} > 0$$

$$K_{\dot{\gamma}} > -\frac{b_{11}}{b_{18}}$$

$$K_\gamma > 0$$

自动器的参数 $K_{\dot{\gamma}}$ 、 K_γ 的选择满足上述不等式的约束，就可以保证稳定回路是稳定的。

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_w &= \frac{1}{b_{18}K_\gamma} \frac{M_{xd}}{J_x} \\ &= -\frac{1}{M_x^{\delta_x} K_\gamma} M_{xd} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\delta_{xw} &= K_\gamma \Delta\gamma_w \\ &= -\frac{1}{M_x^{\delta_x}} M_{xd}\end{aligned}$$

(二) 倾斜运动在无惯性自动驾驶仪下的稳定性

$$\frac{d^2\Delta\gamma}{dt^2} + (b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}}) \frac{d\Delta\gamma}{dt} + b_{18}K_\gamma \Delta\gamma = \frac{M_{xd}}{J_x}$$

1. 增补“静稳定性”
2. 增补“阻尼”
3. $k_{\dot{\gamma}}$ 、 k_γ 对过渡过程的影响

$$\text{特征方程式为 } s^2 + (b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}})s + b_{18}K_\gamma = 0$$

$$\begin{aligned}s_{1,2} &= -\sigma \pm v \\ \text{其根为 } &= -\frac{b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}})^2 - 4b_{18}K_\gamma}\end{aligned}$$

其解等于

$$\begin{aligned}\Delta\gamma(t) &= \Delta\gamma_0 e^{-\sigma t} \left(\frac{\sigma + v}{2v} e^{vt} + \frac{-\sigma + v}{2v} e^{-vt} \right) \\ &+ \Delta\gamma_0 e^{-\sigma t} \frac{1}{2v} (e^{vt} - e^{-vt}) + \frac{M_{xd}}{b_{18}K_\gamma} \\ &\cdot \left(1 - \frac{-\sigma + v}{2v} e^{-(\sigma+v)t} - \frac{\sigma + v}{2v} e^{-(\sigma-v)t} \right) \\ \Delta\delta_x &= (K_{\dot{\gamma}} \frac{d}{dt} + K_\gamma) \Delta\gamma(t)\end{aligned}$$

(1) $K_{\dot{\gamma}} = 0$, b_{11} 很小

如果 $K_{\dot{\gamma}} = 0$, b_{11} 很小 $\rightarrow 4b_{18}K_\gamma > b_{11}^2 \rightarrow s_{1,2}$ 是对一共轭复根, 倾斜角的自由扰动运动为振荡运动。根的实部因 $b_{11} > 0$ 而为负, 振荡运动是衰减的。

(2) $K_{\dot{\gamma}}$ 存在

$$(b_{11} + b_{18}K_{\dot{\gamma}})^2 > 4b_{18}K_\gamma, \text{ 实根, 非周期稳定}$$

$$\Delta\delta_x = K_\gamma \cdot \Delta\gamma + K_{\dot{\gamma}} \Delta\dot{\gamma}$$

$\Delta\gamma > 0 \rightarrow \Delta\delta_x > 0 \rightarrow M_x^{\delta_x} \cdot \Delta\delta_x < 0 \rightarrow \Delta\dot{\gamma} < 0 \rightarrow \Delta\delta \downarrow \rightarrow M_x^{\delta_x} \cdot \Delta\delta_x \downarrow < \text{无} K_{\dot{\gamma}} \text{ 时}$
 \rightarrow

有可能使运动变为非周期，即使不是非周期，也可减小超调量。

(三) 常值干扰力矩 M_{dx} 的影响

1. 稳态误差

$$\Delta\gamma_w = \frac{M_{xd}}{b_{18}K_\gamma}$$

$$\Delta\delta_{xw} = \frac{M_{xd}}{b_{18}}$$

2. 存在稳态误差的原因

需要有操纵力矩与干扰力矩平衡，所以 $\Delta\delta_x$ 要偏转。 $\Delta\dot{\gamma}_w \neq 0$, 过渡过程无法结束。

$\Delta\dot{\gamma}_w = 0$, $\Delta\gamma_w$ 就不为零。

3. 消除 $\Delta\gamma_w$ 的途径

改变副翼的调节规律为 $\Delta\delta_x = \int K_\gamma \Delta\gamma dt$ 或 $\Delta\dot{\delta}_x = K_\gamma \Delta\gamma + K_\dot{\gamma} \Delta\dot{\gamma}$

四、导弹弹体的纵横向交感运动简介

(一) 倾斜急滚惯性交感运动产生的物理原因

(二) 简化分析方法

相对弹体坐标系的重心运动动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} m \left(\frac{dV_x}{dt} - V_y \omega_z + V_z \omega_y \right) &= F_x \\ m \left(\frac{dV_y}{dt} - V_z \omega_x + V_x \omega_z \right) &= F_y \\ m \left(\frac{dV_z}{dt} - V_x \omega_y + V_y \omega_x \right) &= F_z \end{aligned} \right\}$$

导弹相对重心转动的动力学关系为

$$\left. \begin{aligned} J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z + J_{xy} (\omega_z \omega_x - \frac{d\omega_y}{dt}) &= M_x \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_z \omega_x + J_{xy} (\omega_y \omega_z - \frac{d\omega_x}{dt}) &= M_y \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_y \omega_x + J_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) &= M_z \end{aligned} \right\}$$

扰动线性化方程为

$$\left. \begin{aligned} m \left(\frac{d\Delta V_y}{dt} - \Delta V_z \omega_x + V_x \Delta \omega_z \right) &= Y^\alpha \Delta \alpha \\ m \left(\frac{d\Delta V_z}{dt} - V_x \Delta \omega_y + \Delta V_y \omega_x \right) &= Z^\beta \Delta \beta \\ J_y \frac{d\Delta \omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_x \Delta \omega_z &= M_y^\beta \Delta \beta + M_y^{\omega_y} \Delta \omega_y \\ J_z \frac{d\Delta \omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_x \Delta \omega_y &= M_z^\alpha \Delta \alpha + M_z^{\omega_z} \Delta \omega_z \end{aligned} \right\}$$

$$V_x \approx V$$

$$V_y \approx -V\alpha$$

$$V_z \approx V\beta$$

ΔV_y 、 ΔV_z 线性化方程为

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_y &= -V\Delta\alpha \\ \Delta V_z &= V\Delta\beta \end{aligned} \right\}$$

$$mV \left(-\frac{d\Delta\alpha}{dt} + \Delta\omega_z - \omega_x \Delta\beta \right) = Y^\alpha \Delta\alpha$$

$$mV \left(\frac{d\Delta\beta}{dt} - \Delta\omega_y - \omega_x \Delta\alpha \right) = Z^\beta \Delta\beta$$

$$J_y \frac{d\Delta\omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_x \Delta\omega_z = M_y^\beta \Delta\beta + M_y^{\omega_y} \Delta\omega_y$$

$$J_z \frac{d\Delta\omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_x \Delta\omega_y = M_z^\alpha \Delta\alpha + M_z^{\omega_z} \Delta\omega_z$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\Delta\alpha}{dt} - \omega_x \Delta\beta + \Delta\omega_z &= 0 \\ \frac{d\Delta\beta}{dt} - \omega_x \Delta\alpha - \Delta\omega_y &= 0 \\ \frac{d\Delta\omega_y}{dt} - J_1 \omega_x \Delta\omega_z - \frac{M_y^\beta}{J_y} \Delta\beta &= 0 \\ \frac{d\Delta\omega_z}{dt} - J_2 \omega_x \Delta\omega_y - \frac{M_z^\alpha}{J_z} \Delta\alpha &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$J_1 = \frac{J_z - J_x}{J_y}$$

$$J_2 = \frac{J_y - J_x}{J_y}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\lambda & -\omega_x & 0 & 1 \\ -\omega_x & \lambda & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{M_y^\beta}{J_y} & \lambda & -J_1\omega_x \\ -\frac{M_z^\alpha}{J_z} & 0 & J_2\omega_x & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$s^4 + A_1s^2 + A_2 = 0$$

$$A_1 = -\frac{M_y^\beta}{J_y} - \frac{M_z^\alpha}{J_z} + \omega_x^2(1 + J_1J_2)$$

$$A_2 = \left(-\frac{M_z^\alpha}{J_z} - J_2\omega_x^2\right)\left(-\frac{M_y^\beta}{J_y} - J_1\omega_x^2\right)$$

$$A_1 > 0$$

$$A_2 > 0$$

$$-\frac{M_y^\beta}{J_y} - \frac{M_z^\alpha}{J_z} + \omega_x^2(1 + J_1J_2) > 0$$

$$\left(-\frac{M_z^\alpha}{J_z} - J_2\omega_x^2\right)\left(-\frac{M_y^\beta}{J_y} - J_1\omega_x^2\right) > 0$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{M_y^\beta}{J_y} &> -\left(-\frac{M_z^\alpha}{J_z}\right) - \omega_x^2(1 + J_1J_2) \\ -\frac{M_z^\alpha}{J_z} &> \omega_x^2J_2 \\ -\frac{M_y^\beta}{J_y} &> \omega_x^2J_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{M_y^\beta}{J_y} &> -\left(-\frac{M_z^\alpha}{J_z}\right) - \omega_x^2(1 + J_1J_2) \\ -\frac{M_z^\alpha}{J_z} &< \omega_x^2J_2 \\ -\frac{M_y^\beta}{J_y} &< \omega_x^2J_1 \end{aligned} \right\}$$

§10-2 纵向运动的自动稳定与控制

一、概述

1. 纵向自动驾驶仪的作用和组成

STT 控制：倾斜自动驾驶仪的作用：稳定，保持 $OX_1Y_1Z_1$ 与发射坐标系一致，若无干扰， δ_x 应处于中立位置。

纵向自动驾驶仪作用 $\left\{ \begin{array}{l} \text{稳定} \\ \text{控制:控制导弹沿理想弹道飞行,无干扰时,}\delta_z \text{也偏转} \end{array} \right.$

纵向自动驾驶仪 $\left\{ \begin{array}{l} \text{敏感元件 (测}\mathcal{Q}\text{、}\mathcal{Q}\text{陀螺、测加速度、动压头、}\alpha\text{测量装置)} \\ \text{放大器} \\ \text{舵机} \end{array} \right.$

2. 常值干扰力矩产生的影响

定高、定向飞行：要求对俯仰角 $\Delta\mathcal{G}$ 或攻角 $\Delta\alpha$ 保持稳定

在程序讯号控制下进行爬高或下滑飞行、水平面内按程序控制讯号改变航向：希望俯仰角或攻角不受干扰作用的影响。

短周期：

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_z \\ \Delta\dot{\alpha} \\ \Delta\dot{\mathcal{G}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta\omega_z \\ \Delta\alpha \\ \Delta\mathcal{G} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{25} + a'_{24}a_{35} \\ -a_{35} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_z + \begin{bmatrix} M_{zd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta_z = 0 \quad M_{dz} \neq 0$$

$a_{24} + a_{22}a_{34} > 0$ 稳定，问题是在 M_{dz} 作用下， \mathcal{Q} 、 α 有没有稳态误差？

由终值定律并展开矩阵方程得到：

$$\begin{aligned} (a'_{24}a_{34} + a'_{24}a_{33} - a_{24})\Delta\alpha_w - a'_{24}a_{33}\Delta\mathcal{G}_w &= -M_{zd} \\ -(a_{34} + a_{33})\Delta\alpha_w + a_{33}\Delta\mathcal{G}_w &= 0 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\mathcal{G} &= \frac{(a_{34} + a_{33})}{a_{24}a_{33}} M_{zd} \\ \Delta\alpha_w &= \frac{1}{a_{24}} M_{zd} \end{aligned} \right\}$$

所得结果表明：由攻角稳态误差形成的恢复力矩与干扰力矩相平衡时，过渡过程才能结束。但是，随后因出现了附加升力 $Y^\alpha \Delta\alpha_w$ ，将使导弹改变它的飞行轨迹，引起弹道倾角出现稳态误差

$$\Delta\theta_w = \left(\frac{a_{34} + a_{33}}{a_{24}a_{33}} - \frac{1}{a_{24}} \right) M_{zd} = \frac{a_{34}}{a_{24}a_{33}} M_{zd}$$

因此在干扰力矩的作用下，在力矩保持平衡后，导弹不是爬升就是下滑，并不能保持飞行弹道的稳定性。

尤其是未扰动运动作水平飞行时：

$$a_{33} = -\frac{g}{V} \sin \theta = 0$$

$$A' = \begin{bmatrix} -(a_{22} + a'_{24}) & (a'_{24}a_{34} - a_{24}) & 0 \\ 0 & -a_{34} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由终值定律可得

$$\begin{aligned} -(a_{22} + a'_{24})\Delta\omega_{zw} + (a'_{24}a_{34} - a_{24})\Delta\alpha_w &= -M_{zd} \\ \Delta\omega_{zw} - a_{34}\Delta\alpha_w &= 0 \end{aligned}$$

因为 $\Delta\dot{\theta}_w = \Delta\omega_{zw}$

$$\Delta\dot{\theta}_w = \frac{a_{34}}{a_{24} + a_{22}a_{34}} M_{zd};$$

$$\Delta\alpha_w = \frac{1}{a_{24} + a_{22}a_{34}} M_{zd}$$

$$\Delta\dot{\theta}_w = \Delta\dot{\theta}_w$$

为了消除干扰影响，措施是动舵，为此必须安装纵向自动驾驶仪。为了达到稳定的目的，驾驶仪动态方程的最简形式为：

$$\Delta\delta_z = K_g \Delta\theta$$

K_g 自动驾驶仪对俯仰角的传递系数，或称角传动比

$$\text{此时, 当 } \theta \text{ 出} \rightarrow \delta_z = K_g \cdot \theta \rightarrow M_z^{\delta_z} \cdot \delta_z = -\left(-\frac{M_z^{\delta_z}}{J_z} \cdot J_z \cdot K_g \cdot \theta\right) = -a_{25} \cdot J_z \cdot K_g \cdot \theta$$

起静稳定作用，因而认为传递系数 K_g 相当于补偿了导弹的“静稳定性”。当然，操

纵动力系数 a_{25} 在这种意义上讲，也起着同样的作用。

二、俯仰角的自动稳定

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_z \\ \Delta\dot{\alpha} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = A'' \begin{bmatrix} \Delta\omega_z \\ \Delta\alpha \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{zd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A'' = \begin{bmatrix} -(a_{22} + a'_{24}) & (a'_{24}a_{34} + a_{22}a_{33} - a_{24}) & -a'_{24}a_{33} - a_{25}K_g + a'_{24}a_{35}K_g \\ 0 & -(a_{34} + a_{33}) & a_{33} - a_{35}K_g \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
|sI - \mathbf{A}''| &= s^3 + (a_{22} + a_{34} + a_{33} + a'_{24})s^2 \\
&\quad + (a_{24} + a_{22}a_{34} + a_{22}a_{33} + a'_{24}a_{33} + a_{25}K_g - a'_{24}a_{35}K_g)s \\
&\quad + a_{24}a_{33} + a_{25}(a_{33} + a_{34})K_g - a_{24}a_{35}K_g \\
&= 0
\end{aligned}$$

略去动力系数 a_{33}

$$\begin{aligned}
s^3 + (a_{22} + a_{34} + a'_{24})s^2 + (a_{24} + a_{22}a_{34} + a_{25}K_g - a'_{24}a_{35}K_g)s \\
+ a_{25}a_{34}K_g - a_{24}a_{35}K_g = 0
\end{aligned}$$

稳定的充分条件

$$\begin{aligned}
(a_{24} + a_{22}a_{34} + a_{22}a_{33} + a'_{24}a_{33} + a_{25}K_g \\
- a'_{24}a_{35}K_g)(a_{22} + a_{34} + a_{33} + a'_{24}) - (a_{24}a_{33} + a_{25}a_{33}K_g \\
+ a_{25}a_{34}K_g - a_{24}a_{35}K_g) > 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_g > - \frac{(a_{24} + a_{22}a_{34} + a_{22}a_{33} + a'_{24}a_{33})(a_{22} + a_{34} + a_{33} + a'_{24}) - a_{24}a_{33}}{(a_{25} - a'_{24}a_{35})(a_{22} + a_{34} + a_{33} + a'_{24}) + a_{24}a_{35} - a'_{24}a_{34}a_{35} - a_{25}a_{33}} \\
\frac{K_g a_{25}(a_{22} + a'_{24})}{a_{22} + a_{34} + a'_{24}} + a_{22}a_{34} > -a_{24}
\end{aligned}$$

与没有自动驾驶仪的动态稳定条件 $a_{22}a_{34} > -a_{24}$ 相比较，因为

$K_g a_{25}(a_{22} + a'_{24}) / (a_{22} + a'_{24} + a_{34})$ 是正值，允许 a_{24} 为负数的绝对值增大，即允许导弹可以有更大的静不稳定性。

引入自动驾驶仪后常值干扰力矩 M_{zd} 产生的影响：

因为 $\Delta\delta_z = K_g \Delta\theta$ ，所以，俯仰角这时存在着稳态误差，

$$\begin{aligned}
(a'_{24}a_{34} + a_{22}a_{33} - a_{24})\Delta\alpha_w + (-a'_{24}a_{33} - a_{25}K_g + a'_{24}a_{35}K_g)\Delta\theta_w = -M_{zd}, \\
-(a_{34} + a_{33})\Delta\alpha_w + (a_{33} - a_{35}K_g)\Delta\theta_w = 0
\end{aligned}$$

$$\Delta\theta_w = \frac{(a_{34} + a_{33})}{K_g[a_{24}(a_{34} + a_{33}) - a_{24}a_{35}] + a_{24}a_{33}} M_{zd}$$

$$\Delta\alpha_w = \frac{(a_{33} - a_{35}K_g)}{K_g[a_{25}(a_{34} + a_{33}) - a_{24}a_{35}] + a_{24}a_{33}} M_{zd}$$

以及
$$\Delta\delta_{zw} = K_g \Delta\theta_w = \frac{K_g(a_{34} + a_{33})}{K_g[a_{25}(a_{34} + a_{33}) - a_{24}a_{35}] + a_{24}a_{33}} M_{zd}$$

$$\Delta\theta_w = \Delta\theta_w - \Delta\alpha_w = \frac{(a_{34} + a_{35}K_g)}{K_g[a_{25}(a_{34} + a_{33}) - a_{24}a_{35}] + a_{24}a_{33}} M_{zd}$$

力矩平衡状态应为

$$M_{zd} + M_z^{\delta_z} K_g \Delta \vartheta_w + M_z^{\alpha} \Delta \alpha_w = 0$$

与无舵偏相比，动态品质大有改善：

$$\begin{cases} \text{无: 存在 } \dot{\vartheta}_w, \dot{\theta}_w & \left\{ \begin{array}{l} \text{无: } \vartheta_w \text{ 大} \\ \text{有: } \vartheta_w \text{ 小} \end{array} \right. \\ \text{有: } \dot{\vartheta}_w = 0, \dot{\theta}_w = 0 \end{cases}$$

δ_z 要留有余量起控制的作用。

一、 俯仰角的自动控制

1. 调节规律

$$\Delta \delta_z = K_g \Delta \vartheta - K_g u_g / K_T$$

对于 $\Delta \delta = -(u_g - \vartheta) \quad \because u_g$ 代表 ϑ 的需要值， \therefore 当 $\vartheta_{\text{实}} < \vartheta_{\text{需}}$ 时，应使导弹抬

头 $\rightarrow \delta_z < 0$ ；当 $\vartheta_{\text{实}} > \vartheta_{\text{需}}$ 时，应使导弹低头， $\delta_z > 0$

2. 纵向角运动的闭环回路图

3. 分析

以俯仰角 $\Delta \vartheta$ 为输出量，系统的开环传递函数为

$$W(s) = \frac{K_g K_\alpha (T_{1\alpha} s + 1)}{s [T_\alpha^2 s^2 + 2\xi_\alpha T_\alpha s + 1]}$$

$$\text{极点} \quad s_0 = 0, \quad s_{1,2} = -\frac{\xi_\alpha}{T_\alpha} \pm i \frac{\sqrt{1 - \xi_\alpha^2}}{T_\alpha}$$

$$\text{零点} \quad s_3 = -\frac{1}{T_{1\alpha}}$$

根轨迹图

(1) $K_g > 0$ ，根轨迹位于虚轴的左半边，稳定；

(2) $K_g, K_\alpha \uparrow$ (操纵性 \uparrow) $\rightarrow T_{1\alpha} \uparrow \rightarrow \frac{1}{T_{1\alpha}} \downarrow \rightarrow s_0$ 向 s_3 靠近 \rightarrow 动态品质提高。

否则系统的一个小实根将对控制过程起主要作用，动态反应的时间将会很长。

(3) $\xi_\alpha \uparrow \rightarrow \frac{\xi_\alpha}{T_\alpha} \uparrow \rightarrow$ 从 $s_{1,2}$ 出发的根轨迹向左移动 \rightarrow 衰减程度 \uparrow 、振荡频率 \downarrow (虚部

下降)。另可以选取较大的放大系数 $K_g K_\alpha \rightarrow s_0$ 向 s_3 靠近 $\rightarrow T_{1\alpha} \uparrow$ ，当虚部提高时， $T_{1\alpha}$ 得

增加，使其降低。∴不致于因为提高了复根的虚部而加大导弹的振荡频率。

(4) 如果不计下洗动力系数，可得

$$\frac{\xi_\alpha}{T_\alpha} = \frac{a_{22} + a_{34}}{2};$$

$$\frac{\sqrt{1-\xi_\alpha^2}}{T_\alpha} = \sqrt{a_{24} + a_{22}a_{34} - \left(\frac{a_{22} + a_{34}}{2}\right)^2}$$

$a_{22}, a_{34} \uparrow$ 和限制 $a_{24} \rightarrow$ 衰减程度 \uparrow 、振荡频率 \downarrow

(5) 为了提高导弹对控制信号的反应速度，要求舵面一开始就有较大的偏角，而要求提高放大系数 K_g 。但因舵偏角不允许超过规定的最大值，提高放大系数 K_g 也就有一定限制。

在此情况下，为进一步提高导弹的反应能力，必须增大导弹的传递系数 K_α 。由于

$$K_\alpha = \frac{a_{25}a_{34} - a_{24}a_{35}}{a_{24} + a_{22}a_{34}}$$

这就要求增大动力系数 a_{25} ，并同样希望降低动力系数 a_{24} 。总而言之，提高了导弹作为开环状态的动态特性，考虑了自动驾驶仪后，导弹在闭环状态下飞行也就可以同样获得比较好的动态品质。

4. u_g 为阶跃函数时较理想的过渡过程

(1) 开始 δ_z 与 u_g 成正比 \rightarrow 产生操纵力矩

$\rightarrow \Delta g \rightarrow \Delta \alpha \rightarrow \Delta Y \rightarrow$ 速度方向改变 $\rightarrow \Delta \theta$ ， $\Delta \theta$ 迟后于 Δg ；

(2) 随 $\Delta g \uparrow \rightarrow$ 通向驾驶仪的负反馈信号 $\uparrow \rightarrow$ 由

$\delta_z = K_g(g - u_g), \delta_z \downarrow \rightarrow M_z^{\delta_z} \cdot \delta_z \downarrow +$ 另 $M_z^\alpha \cdot \alpha$ 阻止 $|\Delta g|$ 的增加 $\rightarrow |\Delta g| \downarrow \rightarrow$ 达到新的给定值。与此同时，由于 $\Delta \theta$ 不断加大， $\Delta \alpha$ 渐渐地减小到零；

(3) 当 $\Delta\delta_z$ 、 $\Delta\alpha$ ，在弹体上也不再有不平衡的力和力矩的作用，过渡过程就告结束。

与不加自动驾驶仪的开环相比，情况完全不同：

不加：舵面阶跃偏转后，不能回到原位；

加：自动驾驶仪发挥作用后，舵面不再阶跃偏转，而是由控制信号和俯仰角反馈信号之差来决定舵偏角的大小，其差为零时舵偏角也就回收到原来的位置。

5. 稳态值

(1) 传递函数

$$\phi_{g u_g}(s) = \frac{K_f K_\delta K_\alpha (T_{1\alpha} s + 1)}{T_\alpha^2 s^3 + 2\xi_\alpha T_\alpha s^2 + (K_g K_\alpha T_{1\alpha} + 1)s + K_g K_\alpha}$$

$$\phi_{\alpha u_g}(s) = \frac{K_f K_\delta K_\alpha T_{1\alpha} [1 + \frac{a_{35}}{a_{25}}(s + a_{22})]s}{T_\alpha^2 s^3 + 2\xi_\alpha T_\alpha s^2 + (K_g K_\alpha T_{1\alpha} + 1)s + K_g K_\alpha}$$

$$\phi_{\delta_z u_g}(s) = \frac{K_f K_\delta (T_\alpha^2 s^2 + 2\xi_d T_d s + 1)s}{T_\alpha^2 s^3 + 2\xi_\alpha T_\alpha s^2 + (K_g K_\alpha T_{1\alpha} + 1)s + K_g K_\alpha}$$

(2) 稳态值

$$\Delta\theta_w = \Delta\theta_w = \frac{1}{K_T} u_g; \quad \Delta\alpha_w = \Delta\delta_{zw} = 0$$

6. 缺点

采用角度陀螺形成闭环回路，只能得到弹道倾角的稳态值 $\Delta\theta_w$ ，而 $\dot{\theta}_w = 0$ 。对于那些机动性要求比较高的导弹是不合适的，因为这些导弹希望在控制信号的作用下，经过动态响应产生比较大的过载偏量稳态值，即

$$\Delta n_{yw} = \frac{V}{g} \Delta\dot{\theta}_w$$

二、 引用俯仰角速度信号的作用

1. 引入 $\dot{\theta}$ 的原因

(1) 如果导弹的相对阻尼系数 ξ_α 很小，而时间常数 T_α 又很大，动态过程将衰减得很慢；

(2) 随目标高速机动，导弹也要求很高的机动性，即导弹的纵轴和飞行速度的方向是根据导引规律在随时改变，因而 θ 无一定的变化规律，为此，不便要求自驾对 θ 稳定。

2. 调节规律

$$\Delta\delta_z = K_f K_\delta (K_T \Delta\theta + K_{\dot{\theta}} \Delta\dot{\theta})$$

3. “气动阻尼”补偿

将 $\delta_z = K_{\dot{\theta}} \dot{\theta}$ 代入扰动运动方程的第一式，则有

$$\ddot{\theta} + (a_{11} + a_{13}K_{\dot{\theta}})\dot{\theta} + a_{12}\alpha + a_{15}\dot{\alpha} = M_{dz}$$

自动驾驶仪按俯仰角速度 $\Delta \dot{\theta}$ 的大小偏转升降舵后，在导弹上就产生了与角速度 $\Delta \dot{\theta}$ 方向相反的操纵力矩 $M_z^{\delta_z} K_{\dot{\theta}} \Delta \dot{\theta}$ ，这个力矩与气动阻尼力矩方向相同，因此它的作用就类似于起到了阻尼力矩的作用，好似导弹的气动阻尼得到了补偿。

4. $u_{\dot{\theta}}$ 信号的引入

(1) 原因：通过姿态控制使导弹按照导引方法飞行，必须在角运动中获得较大的 $\dot{\theta}$ ，以保证较大的 n_y 。因此，控制信号必须正比于 $\dot{\theta}$ 。

(2) 控制结构图

(1) 调节规律

$$\Delta \delta_z = K_f K_{\delta} (K_T \Delta \theta + K_{\dot{T}} \Delta \dot{\theta}) - K_f K_{\delta} u_{\dot{\theta}}$$

(2) 传递函数

$$\phi_{\dot{\theta}\delta_1}(s) = \frac{K_f K_{\delta} K_{\alpha} (T_{1\alpha} s + 1)}{T_{\alpha}^2 s^2 + (2\xi_{\alpha} T_{\alpha} + K_f K_{\delta} K_{\dot{T}} K_{\alpha} T_{1\alpha}) s + K_f K_{\delta} K_{\dot{T}} K_{\alpha} + 1}$$

(3) 动态特性

二阶环节

$$\because (2\xi_{\alpha} T_{\alpha} + K_f K_{\delta} K_{\dot{T}} K_{\alpha} T_{1\alpha}) > 2\xi_{\alpha} T_{\alpha} \rightarrow K_{\dot{\theta}} \text{ 增补“阻尼”}$$

5. $K_{\dot{\theta}}$ 的确定

$$\begin{aligned} K_{\dot{\theta}} &= K_f K_{\delta} K_{\dot{T}}; & K_v &= \frac{K_f K_{\delta} K_{\alpha}}{K_{\dot{\theta}} K_{\alpha} + 1} \\ \text{如果令:} & & & \\ T_v &= \frac{T_{\alpha}}{\sqrt{K_{\dot{\theta}} K_{\alpha} + 1}}; & \xi_v &= \frac{2\xi_{\alpha} T_{\alpha} + K_{\dot{\theta}} K_{\alpha} T_{1\alpha}}{2T_{\alpha} \sqrt{K_{\dot{\theta}} K_{\alpha} + 1}}; \end{aligned}$$

$$\phi_{\dot{\theta}\delta_1}(s) = \frac{K_v (T_{1\alpha} s + 1)}{T_v^2 s^2 + 2\xi_v T_v s + 1}$$

确定 $K_{\dot{\theta}}$ 的原则是要使传递 $\Delta \dot{\theta}$ 讯号的支回路动态性质比较理想，当 ξ_v 为

$\sqrt{2}/2$ 时，传递微分信号 $\Delta \dot{\theta}$ 的支路就具有最好的阻尼特性。为此则有

$$K_{\dot{\theta}} = \frac{1}{a_{25}} \left[\sqrt{2(a_{24} + \frac{a_{22}a_{24}a_{35}}{a_{25}} + \frac{a'_{24}a_{24}a_{35}}{a_{25}} - a'_{24}a_{34}) + (\frac{a_{24}a_{35}}{a_{25}})^2 - a_{34}^2} - (a_{24} + a'_{24} + \frac{a_{24}a_{35}}{a_{25}}) \right]$$

$$\text{不计动力系数 } a_{35} \rightarrow K_{\dot{\theta}} = \frac{1}{a_{25}} [\sqrt{2(a_{24} - a'_{24}a_{34}) - a_{34}^2} - (a_{22} + a'_{24})]$$

$$a_{25} \downarrow, a_{24} \uparrow, a_{22} \downarrow \rightarrow K_{\dot{\theta}} \uparrow$$

(1) 措施：阻尼小、静稳定性大，为增补“阻尼”，需使 $K_{\dot{\theta}}$ 增加。

(2) 原因：靠舵偏增 ξ_v ，若舵效率低，即 a_{25} 小，就要使 $\delta_z \uparrow$ 。为达此目的，在同

$\Delta \dot{\theta}$ 下，需增 $K_{\dot{\theta}}$ 。

6. 稳态值

$u_{\dot{\theta}}$ 为常值，由传递函数和终值定理得：

$$\Delta \dot{\theta}_w = \frac{K_f K_\delta K_\alpha}{1 + K_{\dot{\theta}} K_\alpha} \quad \Delta n_{yw} = \frac{V}{g} \Delta \dot{\theta}_w$$

常值干扰力矩：

$$\Delta \dot{\theta}_w = \frac{T_\alpha^2 a_{34}}{1 + K_{\dot{\theta}} K_\alpha} M_{dz} \quad \Delta \delta_{zw} = K_{\dot{\theta}} \Delta \dot{\theta}_w$$

7. 结论：同样的控制信号，调节规律不同，导弹所获得的稳态飞行状态则不相等。

(1) 引入 $\Delta \theta$ ， u_g 为常值，只能获得 $\Delta \theta_w$ ，不能作曲线机动飞行；

(2) 引入 $\Delta \dot{\theta}$ ， $u_{\dot{\theta}}$ 为常值，可获得 $\Delta \dot{\theta}_w$ ，能作曲线机动飞行。

(3) 若导弹自身的气动阻尼很差，过渡过程是慢衰减高频率的振荡，超调量很大，有可能使导弹的过载超过允许值，这样很难迅速准确地进行操纵，为了提高操纵性和稳定性，可以采用微分形式的调节规律。

8. 问题：

存在静差 $\Delta \dot{\theta}_w$ 、 $\Delta \delta_{zw}$ 、 $\Delta \alpha_w$

§10-3 自动驾驶仪惯性对纵向运动的影响

一、影响分析

分析舵机系统惯性，必须考虑舵偏时承受的负载，一般包括铰链力矩、惯性力矩、摩擦力矩和阻尼力矩。

$$-N_\delta \cdot L_\delta = -M_j^\delta \cdot \delta - M_j^{\dot{\delta}} \cdot \dot{\delta} - M_j^\alpha \cdot \alpha$$

N_δ —气动力； $M_j^\delta \cdot \delta$ —舵偏角气动铰链力矩； $M_j^\delta \cdot \dot{\delta}$ —气动铰链阻尼力矩；

$M_j^\alpha \cdot \alpha$ —迎角气动铰链力矩。

舵偏的动力学方程

$$J_j \ddot{\delta} + M_j^\delta \cdot \delta + M_j^\delta \cdot \dot{\delta} + M_j^\alpha \cdot \alpha = M_j$$

$$J_j \ddot{\delta} + M_j^\delta \cdot \dot{\delta} = M_j - M_j^\delta \cdot \delta - M_j^\alpha \cdot \alpha$$

两端除 M_j^δ

$$\frac{J_j}{M_j^\delta} \ddot{\delta} + \dot{\delta} = \frac{M_j}{M_j^\delta} - \frac{M_j^\alpha}{M_j^\delta} \cdot \alpha - \frac{M_j^\delta}{M_j^\delta} \cdot \delta$$

$$\text{令} : T_j = \frac{J_j}{M_j^\delta} \quad K_j = \frac{1}{M_j^\delta}$$

$$T_j \ddot{\delta} + \dot{\delta} = K_j (M_j - M_j^\delta \cdot \delta - M_j^\alpha \cdot \alpha)$$

若近似认为： $M_j^\alpha \cdot \alpha = \eta M_j^\delta \cdot \delta$ (η 根据弹道计算可近似确定)

$$\text{拉氏变换 } s(T_j s + 1)\delta(s) = K_j M_j - K_j M_j^\delta (1 + \eta)\delta(s)$$

$$\text{开环传递函数 } W_j(s) = \frac{\delta(s)}{M_j} = \frac{K_j}{s(T_j s + 1)}$$

$$\text{闭环传递函数 } W_j(s) = \frac{W_j(s)}{1 + W_j(s)M_j^\delta(1 + \eta)} = \frac{K_j}{s(T_j s + 1) + K_j M_j^\delta(1 + \eta)}$$

二、调节规律

1. 引入 $\dot{\vartheta}$

$$\text{自动驾驶仪的传递函数 } W_{\delta\dot{\vartheta}}(s) = \frac{K_f K_\delta K_T}{s(T_\delta s + 1)}$$

$$\text{由此得调节规律 } (T_\delta s + 1)\Delta\delta_z = \frac{1}{s} K_f K_\delta K_T \Delta\dot{\vartheta}$$

T_δ —舵机系统的时间常数

2. 引入 $\ddot{\vartheta}$

$$\begin{aligned} (T_\delta s + 1)\Delta\delta_z &= \frac{1}{s} K_f K_\delta (K_T \Delta\dot{\vartheta} + K_{\ddot{T}} \Delta\ddot{\vartheta}) \\ &= \frac{1}{s} K_\delta (K_1 s + 1)\Delta\dot{\vartheta} \end{aligned}$$

其中： $K_1 = K_{\ddot{\theta}} / K_{\dot{\theta}}$, $K_{\dot{\theta}}$ 是测量 $\Delta \ddot{\theta}$ 信号的敏感元件传动比

二、动态特性分析

1. 分析方法：频域法
2. 回路结构图

3. 对数频率特性曲线

(1) 弹体

$$A_d(\omega) = 20 \lg K_a + 20 \lg \sqrt{T_{1a}^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{(1 + T_a^2 \omega^2)^2 + (2\xi_a T_a \omega)^2}$$

$$\varphi_d(\omega) = \text{tg}^{-1} T_{1a} \omega - \text{tg}^{-1} \frac{2\xi_a T_a \omega}{1 + T_a^2 \omega^2}$$

(2) 自动驾驶仪

$$A_z(\omega) = 20 \lg K_g - 20 \lg \omega + 20 \lg \sqrt{K_1^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{T_s^2 \omega^2 + 1}$$

$$\varphi_z(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \text{tg}^{-1} K_1 \omega - \text{tg}^{-1} T_s \omega$$

(3) 纵向稳定回路的全部开环对数频率特性

$$A(\omega) = A_d(\omega) + A_z(\omega)$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_d(\omega) + \varphi_z(\omega)$$

4. 分析结果

- (1) 在对数幅频特性 $A(\omega) > 0$ 的范围内，相频特性 $\varphi(\omega)$ 与 $-\pi$ 线的正负穿越之差等于零，且导弹和自动驾驶仪在开环状态下无实部为正的根，那么，导弹带自动驾驶仪的纵向运动就具有稳定性；
- (2) 调节规律若增加积分环节，相频增加 $-\pi/2$ ，相频特性曲线下移 $\pi/2$ ，将对系统的稳定性不利（可能会使正负穿越次数之差不等于 0）。若引入 $\ddot{\theta}$ 讯号，使开环传递函数串联一个一阶微分环节，使相位增加 $\pi/2$ ，有利于提高系统的稳定性；
- (3) 在稳定的前提下，对数幅频特性曲线在截止频率 ω_0 处具有 -20 分贝 / 倍频的斜率，因稳定余量较大，超调量就比较小；

(4) 由 $A(\omega) = 0$, 可得开环截止频率 $\omega_0 = \frac{K_{\dot{\theta}} K_1 K_{\alpha} T_{1\alpha}}{T_{\alpha}^2}$

$\omega_0 \uparrow$ (通频带愈宽) \rightarrow 过渡过程时间就越短 $\downarrow \rightarrow$ 系统的反应就越快 \rightarrow 提高导弹的操纵性或动态品质;

$K_{\dot{\theta}} \uparrow$ 、 $K_1 \uparrow$ 、 $K_{\alpha} \uparrow \rightarrow \omega_0 \uparrow$ 。但是, 增大放大系数, 将要提高幅频 $A(\omega)$ 的位置, 使稳定余量减小, 甚至在有些情况下还会不稳定。因此增加放大系数也是有限的, 同时放大系数 $K_{\dot{\theta}} K_1$ 的数值还要受到舵面最大偏角的限制。战术导弹一般要求截止频率 ω_0 不小于 10 弧度/秒;

$$T_{\alpha} \downarrow \rightarrow \omega_0 \uparrow (\because T_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{a_{24} + a_{22}a_{34}}} \quad \therefore a_{24} \uparrow \rightarrow T_{\alpha} \downarrow, \text{ 但 } a_{24} \uparrow \rightarrow K_{\alpha} \downarrow \quad \therefore$$

要靠增加静稳定度来提高 ω_0 , 不能使静稳定度太大, 否则会使 $K_{\alpha} \downarrow$ 的太大, 导致 $\omega_0 \downarrow$)。

§6-4 纯积分形式的调节规律

一、引入此调节规律的目的

为消除在 M_{dz} 作用下的稳态误差 δ_{zw} 、 \dot{g}_w 、 g_w

二、调节规律

$$\Delta \delta_z = \int k_{\dot{\theta}} \Delta \dot{\theta} dt$$

三、结构回路图

四、稳态误差

1. 输入 $u_{\dot{\theta}}$

$$\Delta \dot{\theta}_w = \frac{1}{K_i} u_{\dot{\theta}}$$

$$\therefore \frac{1}{K_i} > \frac{1}{\frac{1}{K_f K_{\delta} K_{\alpha}} + K_i} = \frac{K_f K_{\delta} K_{\alpha}}{1 + K_{\dot{\theta}} K_{\alpha}}$$

$$\therefore \Delta \dot{\theta}_w = \frac{1}{K_i} u_{\dot{\theta}} > \Delta \dot{\theta}_w = \frac{K_f K_{\delta} K_{\alpha}}{1 + K_{\dot{\theta}} K_{\alpha}} u_{\dot{\theta}}$$

2. 输入 M_{dz}

$$\Delta \dot{\theta}_w = 0$$

五、 优、缺点

1. 无静差，克服干扰能力提高 → 获得更高的飞行精度；
2. 能获得更大的 $\Delta \dot{\theta}_w$ ，操纵性 ↑；
3. 不能补偿“阻尼”，要求弹体本身的气动“阻尼”要好。

六、 提前偏舵

1. 调节规律

$$\Delta \delta_z = K_g \Delta \vartheta + K_{\dot{g}} \Delta \dot{\vartheta}$$

2. 益处

既可从自动驾驶仪获得补偿“静稳定性”的益处，又可以增加“阻尼”

3. 过渡过程

$$\text{偶然干扰} \rightarrow \Delta \vartheta_0 > 0 \rightarrow \Delta \delta_z > 0 \rightarrow M_z^{\delta_z} \cdot \Delta \delta_z < 0 \rightarrow \Delta \dot{\vartheta}$$

$$\Delta \delta_z = \Delta \delta_1 + \Delta \delta_2 = K_g \Delta \vartheta + K_{\dot{g}} \Delta \dot{\vartheta} = 0 \rightarrow t_1$$

$$t < t_1 \quad \begin{cases} \Delta \vartheta > 0 & \Delta \delta_1 > 0 \\ \Delta \dot{\vartheta} < 0 & \Delta \delta_2 < 0 \\ \Delta \delta_z > 0 \end{cases}$$

$$t = t_1 \quad \begin{cases} \Delta \vartheta > 0 \\ \Delta \dot{\vartheta} < 0 \text{ 此时 } \Delta \vartheta \text{ 还为正时，升降舵已提前回到基准位置} \\ \Delta \delta_z = 0 \end{cases}$$

$$\Delta \delta_1 = 0 \rightarrow t_2$$

$$t < t_2 \quad \begin{cases} \Delta \vartheta = 0 & \Delta \delta_1 = 0 \\ \Delta \dot{\vartheta} < 0 & \Delta \delta_2 < 0 \rightarrow M_z^{\delta_z} \cdot \delta_z > 0 \text{ (抬头)} \rightarrow \text{抑制继} \\ \Delta \delta_z < 0 \end{cases}$$

续向下转动，舵偏已出现超前于俯仰角的情形，这种现象被称为“提前偏舵”，它是通过俯仰角速率反馈信号实现的。

§10-5 法向加速度反馈的纵向动态分析

一、引入法向加速度增量反馈信号的原因

能直接改变导弹的法向加速度或法向过载，从而提高纵向动态特性的品质。

二、调节规律

$$(T_{\delta} s + 1) \Delta \delta_z = K_{\dot{g}} \Delta \dot{\vartheta} + \frac{K_f K_{\delta} K_n V}{(T_n s + 1) g} \Delta \theta = K_{\dot{g}} \Delta \dot{\vartheta} + \frac{K_f K_{\delta} K_n}{(T_n s + 1)} n_y \text{ (需增加测量加速度或)}$$

法向过载的传感器)

K_n —法向过载传感器的放大系数；

T_n —低频滤波器的时间常数；

T_δ —舵机时间常数。

这是一个具有惯性的自动驾驶仪方程，并在反馈支路中含一个非周期环节，以示法向过载传感器具有工作惯性

三、传递函数

1. 回路图

限幅器—保证控制信号 u_0 不超过某最大值，使导弹飞行在法向过载的允许范围内

2. 传递函数

(1) 两个反馈支路可改换成一个等效通道，其等效传递函数

$$\begin{aligned} G_{u\dot{\theta}}(s) &= K_i(T_{1\alpha}s + 1) + \frac{K_n}{(T_n s + 1)} \frac{V}{g} \\ &= \frac{K_i T_{1\alpha} T_n s^2 + K_i(T_{1\alpha} + T_n)s + K_i + K_n V/g}{T_n s + 1} \end{aligned}$$

(2) 纵向姿态运动的开环传递函数

$$\begin{aligned} G_{u\epsilon_1}(s) &= \frac{K_f K_\delta}{T_\delta s + 1} \frac{K_\alpha}{T_\alpha^2 s^2 + 2\xi_\alpha T_\alpha s + 1} \\ &\quad \times \frac{K_i T_{1\alpha} T_n s^2 + K_i(T_{1\alpha} + T_n)s + K_i + K_n V/g}{T_n s + 1} \end{aligned}$$

(3) 令 $\frac{K_i T_{1\alpha} T_n}{K_i + K_n V/g} = T_\alpha^2$ (通过适当调整 K_n 可达此目的)

$$G_{u\epsilon_1} = \frac{K_f K_\delta K_\alpha}{T_\delta s + 1} \frac{K_i + K_n V/g}{T_n s + 1}$$

三、分析

1. 消除 T_α 影响的贡献 (即引入法向过载信号)

$$\because T_\alpha > T_\delta, T_n$$

\therefore 消除了 T_α 的影响 \rightarrow 加快过渡过程 \rightarrow 等于法向过载信号补偿了弹体的动态延迟，减小了飞行状态对纵向动态特性的影响。

2. 引入 $\Delta \ddot{\theta}$ n_y 信号对机动性的影响

$$W_{\dot{\theta}\dot{\theta}}(s) = \frac{K_f K_\delta K_\alpha \cdot (T_n s + 1)}{(T_\alpha^2 s^2 + 2\xi_\alpha T_\alpha s + 1)(T_\delta s + 1)(T_n s + 1) + C}$$

其中

$$C = K_f K_\delta K_\alpha (K_i T_{1\alpha} T_n s^2 + K_i (T_{1\alpha} + T_n) s + K_i + K_n V / g)$$

$u_{\dot{\theta}} = 1$ (单位阶跃)

$$\Delta \dot{\theta}_w = \frac{K_f K_\delta K_\alpha u_{\dot{\theta}}}{1 + K_f K_\delta K_\alpha (K_i + K_n \frac{V}{g})}$$

$$n_{yw} = \frac{V}{g} \Delta \dot{\theta}_w = \frac{K_f K_\delta K_\alpha}{1 + K_f K_\delta K_\alpha (K_i + K_n \frac{V}{g})} \frac{V}{g} u_{\dot{\theta}} = K_\phi u_{\dot{\theta}}$$

此结果与过载公式 $\Delta n_{yw} = \frac{V}{g} \Delta \dot{\theta}_w = \frac{V}{g} \frac{K_f K_\delta K_\alpha}{1 + K_g K_\alpha} u_{\dot{\theta}}$ 相比，分母中多了一个与飞行速度有关的项 $K_f K_\delta K_\alpha V / g \rightarrow$ 起抵消导弹传递系数 K_α 随飞行速度 V 变化的作用，尽可能使闭环放大系数：

$$K_{\phi 1} = \frac{K_f K_\delta K_\alpha}{1 + K_f K_\delta K_\alpha (K_i + K_n \frac{V}{g})} \frac{V}{g} \quad (10 - 102)$$

保持不变 (无 $K_n \frac{V}{g}$ 时) : $\begin{cases} V \uparrow \rightarrow K_{\phi 1} \uparrow \\ V \downarrow \rightarrow K_{\phi 1} \downarrow \end{cases}$; 有 $K_n \frac{V}{g}$ 时, $V \uparrow \rightarrow$ 分子、分母同时 $\uparrow \rightarrow \Delta n_{yw}$

在控制系统作用下，当 $u_{\dot{\theta}}$ 不变时，其值也不随飞行速度和高度而改变 \rightarrow 提高导弹的机动性

3. 当飞行速度很大时，如果：

$$\begin{aligned} & K_i + K_n V / g \quad K_n V / g \\ \Delta n_{yw} &= \frac{K_f K_\delta K_\alpha}{1 + K_f K_\delta K_\alpha K_n V / g} \frac{V}{g} u_{\dot{\theta}} \end{aligned}$$

$$\text{若 } K_f K_\delta K_\alpha K_n V / g \gg 1 \rightarrow \Delta n_{yw} = \frac{1}{K_n} u_{\dot{\theta}}$$

这个结论说明，导弹的飞行速度很大时，在控制信号 $u_{\dot{\theta}}$ 作用下，导弹将直接获得与它成正比的法向过载增量，且与飞行状态无关；因而采用限幅器使控制信号不超过某最大值是非常必要的。

4. K_n 足够大 (法向过载反馈支路的信号)

由 $\frac{K_i T_{1\alpha} T_n}{K_i + K_n V/g} = T_\alpha^2 \rightarrow V$ 的影响次要, K_n 的影响主要 \rightarrow 飞行状态对 T_α 的影响可相对减弱, 甚至在对数幅频的低频段, 过载传感器的频率特性成为主要组成部分, 并可使纵向姿态运动获得较大的截止频率。

§10-6 飞行高度的稳定与控制

- 一、 纵向姿态运动的自动稳定与控制不能完成飞行高度稳定与控制任务的原因
1. 将飞行高度的变化列为导弹的质点运动的范畴, 已经超出了姿态运动的范围;
 2. 小扰动的假设, 在姿态运动中不考虑由高度变化带来的空气密度之影响。

二、 稳定与控制飞行高度的原理

1. 基本方法

$$\frac{d\Delta y}{dt} = \sin \theta \Delta V + V \cos \theta \Delta \theta$$

$$\Delta \dot{y} = a_{41} \Delta \theta \quad (a_{41} = V \cos \theta, \text{短周期不计 } \Delta V)$$

$$\text{显然: } \Delta \theta \rightarrow \Delta V \cos \theta \cdot \Delta \theta \rightarrow \Delta y$$

所以: 控制飞行高度必须首先改变弹道倾角

姿态控制 ($\Delta \theta$ 的稳定与控制) $\rightarrow \Delta \theta = \Delta \vartheta - \Delta \alpha \rightarrow \Delta y(t)$ (飞行高度实际上也在发生变化)

特别: $M_{dz} \rightarrow \Delta \theta_w \rightarrow$ 姿态运动结束后将使飞行高度一直处于变化之中

所以: 保持飞行高度的稳定, 或者有意改变飞行高度, 对于某些导弹来讲也是非常重要的。但是, 纯姿态的稳定与控制系统则达不到此目的。

自动稳定和控制飞行高度必须安装测量相对于预定高度之偏差的敏感元件, 如气压式高度表、无线电高度表或大气数据传感器。

高度敏感元件向姿态稳定回路输送 ΔH 改变 $\Delta \theta \rightarrow$ 调整飞行高度差 \rightarrow 实现自动稳定或控制高度

2. 原理

高度敏感元件一般能测出 ΔH 或 $\Delta \dot{y}$

$$\Delta H = H - H_0 \quad (H \text{ — 实际高度, } H_0 \text{ — 预定高度})$$

$\Delta H > 0$, 为消除 ΔH , 必须要获得作下滑飞行的 ($-\Delta \theta$)

$$\Delta \delta_z > 0 \text{ (正常式)} \rightarrow M_z^{\delta_z} \cdot \Delta \delta_z < 0 \rightarrow \text{低头 } (-\Delta \theta)$$

$$\Delta\theta = \Delta\vartheta - \Delta\alpha$$

要保持一定的升力， $\Delta\alpha$ 应不变

$$\Delta\theta = \Delta\vartheta$$

$\therefore \Delta H$ 与 $\Delta\delta_z$ 极相相同

自动控制导弹的飞行高度是有意改变导弹的预定高度值， $\therefore H_0$ 也可以是一个变量

三、高度差反馈的动力学分析

$$\therefore \Delta\dot{y} = a_{41}\Delta\theta$$

$$\therefore \Delta y = \int_{\Delta\theta_0}^{\Delta\theta_w} a_{41}\Delta\theta dt = h \quad (\text{说明：虽然 } \Delta\theta_w = 0, \Delta H \text{ 却存在})$$

\therefore 必须装置能够测量实际高度的敏感元件，并通过自动驾驶仪来操纵导弹修正 ΔH 。

高度控制系统通常是在俯仰角控制系统的基础上形成的，为了稳定或控制飞行高度，在原有自动驾驶仪方程中应包括反映高度偏量的信号。一种最简单的自动驾驶仪方程可以写成：

$$(T_\delta s + 1)\Delta\delta_z = K_f K_\delta (K_T \Delta\vartheta + K_h h)$$

K_h — 高度传感器的放大系数；

h — 传感器实测的高度差；

$$h = H - H_0 + \Delta y$$

H_0 — 某规定高度值；

$H - H_0$ — 高度的初始差值 ΔH_0 ；

动力学现象：

消除负高度差的全部动力学过程：

(a) 设计要求导弹在给定高度 H_0 上以攻角 $\Delta\alpha$ 作水平飞行，实际飞行高度则为 H ，

$$\Delta H_0 = H - H_0 < 0 \rightarrow \Delta\delta_z < 0 \rightarrow M_z^{\delta_z} \cdot \Delta\delta_z > 0 \quad (\text{抬头})$$

$$\rightarrow \Delta\vartheta \quad \Delta\alpha > 0 \rightarrow Y^\alpha \cdot \alpha > G \rightarrow \Delta\theta > 0 \rightarrow \text{爬升} \rightarrow \Delta y \uparrow \rightarrow \text{原有}$$

高度差减小到 $H + \Delta y - H_0$

(b) 俯仰角偏离，出现高度偏量 $\Delta y \rightarrow$ 放大器内就有两个信号 ($K_g \Delta\vartheta$ 和 $K_h h$) 进

行综合。 $\therefore |h| \downarrow (h < 0) \rightarrow |\Delta\delta_z < 0| \downarrow$ 另： $|\Delta\theta| \uparrow$ $|\Delta\vartheta| \uparrow$ 减慢

$\therefore |\Delta\alpha| \downarrow$

(c) 导弹爬升后 $\rightarrow |h| \downarrow \rightarrow K_h h = K_g \Delta \vartheta$, $\Delta \delta_z = 0$, 但此时 $\Delta \theta \neq 0 \rightarrow$ 爬升 $\rightarrow |h| \downarrow \rightarrow K_h |h| < K_g \Delta \vartheta \rightarrow \Delta \delta_z > 0 \rightarrow \Delta \vartheta < 0 \rightarrow \Delta \alpha$ 由正变为负 $\rightarrow Y^\alpha \cdot \Delta \alpha < G \rightarrow$ 飞行弹道向下弯曲, 速度方向将逐渐转向水平

(d) 到达位置 d 后, 因高度差信号和俯攻角偏离信号的均为零, 飞行速度又重新回到水平方向, 攻角和舵面也同时恢复原位, 导弹经过自动稳定过程后又在给定高度 H_0 上继续飞行。

由以上分析可以看出: 所涉及的两个信号 h 和 $\Delta \vartheta$ 都是重要的。没有高度差 h 信号, 就不能按误差进行调整; 没有俯仰角 $\Delta \vartheta$ 信号, 稳定高度的过程就会产生振荡。

\therefore 若 $\Delta \vartheta$ 不存在, $\Delta \delta_z < 0, \Delta \alpha > 0$, 飞行弹道一直向上弯曲。当 $H = H_0$ 后, $\Delta \theta \neq 0$, 导弹继续爬升, 冲过 H_0 , 而振荡。而当 $\Delta \vartheta$ 存在时, 可使导弹在未达到给定高度 H_0 时, 先置舵面向下偏转, 而避免发生振荡或减小振荡。因此, 俯仰角 $\Delta \vartheta$ 信号对稳定高度来说起到了阻尼作用。

引入 \dot{h} 信号, 也可起到增加阻尼的作用, 在这个条件下, 就不必强调一定要引进俯仰角 $\Delta \vartheta$ 信号了 ($\Delta \dot{y} = a_{41} \Delta \theta = a_{41} (\Delta \vartheta - \Delta \alpha)$, $\Delta \dot{y}$ 和 $\Delta \vartheta$ 是正比关系)。这时, 稳定高度的调节规律为:

$$(T_\delta s + 1) \Delta \delta_z = K_f K_\delta (k_h s + K_h) h$$

四、典型外干扰对定高飞行的影响

定高飞行时, 若遇垂直上升气流 $u \rightarrow$ 附加攻角 $\Delta \alpha$

$$\Delta \alpha = \frac{u}{V} \rightarrow \text{爬升} \rightarrow h$$

当俯仰角等于附加攻角 $\Delta \alpha$, 动态过程结束时, 出现稳态误差:

$$\Delta \vartheta_w = -\frac{u}{V}$$

另: 在导弹又重新进入平飞状态后, 舵面必须回收到无上升气流前的位置, 即

$$K_T \Delta \vartheta_w + K_h h_w = 0 \rightarrow h_w = -\frac{K_T}{k_h} \Delta \vartheta_w = \frac{K_T}{K_h} \frac{u}{V} \rightarrow \text{将产生高度误差 } h_w$$

如果利用 \dot{h} 信号来抑制高度的振荡过程, 并断开俯仰角偏离信号支路, 那就可以保证导弹飞入垂直气流后, 在高度方面不产生误差, 这就是利用 \dot{h} 信号的优点。但在结构上要有测量 \dot{h} 信号的传感器。

在 M_{zd} 的作用下, 为平衡 M_{zd} , 需有 $\Delta \delta_{zw}$, 但 $\Delta \delta_{zw}$ 不能来自 $\Delta \vartheta$ 。否则, 导弹爬升或下降。 \therefore 只能是常值高度偏差

$$\Delta \delta_{zw} = \frac{M_{zd}}{a_{25}}$$

$$\Delta \delta_{zw} = K_f K_\delta K_h h_s$$

$$h_w = \frac{M_{dz}}{K_f K_\delta K_h a_{25}}$$

减小由干扰作用产生误差的措施： $M_{dz} \downarrow$ 或 $K_h \uparrow$ ，还可在调节规律中引入高度偏差的积分信号 $\int h dt$ 。

五、自动调整高度的稳定性分析

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_z \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta \omega_z \\ \Delta \alpha \\ \Delta \vartheta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{25} + a_{25} a_{35} \\ -a_{35} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \delta_z + \begin{bmatrix} M_{zd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Delta \dot{y} = a_{41} (\Delta \vartheta - \Delta \alpha) \\ \Delta \dot{\delta}_z = \frac{1}{T_\delta} K_f K_\delta (K_T \Delta \vartheta + K_h \Delta y + K_h (H - H_0)) - \frac{1}{T_\delta} \Delta \delta_z \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_z \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{\vartheta} \\ \Delta \dot{\delta}_z \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_h \begin{bmatrix} \Delta \omega_z \\ \Delta \alpha \\ \Delta \vartheta \\ \Delta \delta_z \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{zd} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_f K_\delta K_h}{T_\delta} (H - H_0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_h = \begin{bmatrix} & & -a_{25} + a'_{24} a_{35} & 0 \\ & \mathbf{A} & -a_{35} & 0 \\ & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{g1} & -1/T_\delta & K_{h1} \\ 0 & -a_{41} & -a_{41} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式中

$$K_{g1} = \frac{1}{T_\delta} K_f K_\delta K_T \quad K_{h1} = \frac{1}{T_\delta} K_f K_\delta K_h$$

自动稳定与控制飞行高度的特征方程式等于：

$$\begin{aligned} |SI - \mathbf{A}_h| &= s[(s^3 + A_1 s^2 + A_2 s + A_3)(T_\delta s + 1) \\ &\quad + K_f K_\delta K_T (A_4 s + A_5)] \\ &\quad + K_f K_\delta K_h (A_6 s^2 + A_7 s + A_8) = 0 \end{aligned}$$

式中

$$A_4 = a_{25} - a'_{24}a_{35}$$

$$A_5 = a_{25}(a_{34} + a_{33}) - a_{24}a_{35}$$

$$A_6 = -a_{35}$$

$$A_7 = -a_{35}(a_{22} + a'_{24})$$

$$A_8 = a_{25}a_{34} - a_{24}a_{35}$$

由霍尔维茨稳定准则，可得保证导弹的纵向运动是稳定的条件

$$K_f K_\delta K_h A_8 = K_f K_\delta K_h (a_{25}a_{34} - a_{24}a_{35}) > 0$$

因此保证导弹对于飞行高度具有稳定性，要求传递系数之积 $K_f K_\delta K_h > 0$ ，以及动力系数 $a_{25}a_{34} > a_{24}a_{35}$ 。