

文章编号:1001-5132 (2010) 02-0104-05

随机游走法在混凝土球形骨料投放中的应用

宋晓刚

(宁波大学 建筑工程与环境学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 介绍了利用随机游走法进行球形骨料数值模拟投放的方法, 并阐述了球形骨料数值模型的生成、投放、游走及有效性判定的条件. 骨料模拟投放的算例表明: 基于随机游走的球形骨料投放方法能在较少的计算量下获得较高的骨料填充率, 骨料投放结果与实际吻合, 适用于各种混凝土细观结构的模拟.

关键词: 随机游走; 混凝土; 球形骨料; 数值模拟

中图分类号: TU501

文献标识码: A

混凝土力学性能的细观结构研究是目前混凝土力学性能数值研究的热点之一, 它在十几年前就已经开展起来^[1-2]. 混凝土骨料投放的数值模拟是混凝土细观研究的前提条件, 适当的骨料投放模型可以形成合适的混凝土细观模型, 有利于对混凝土进行有限元分析, 得到更为准确的结果. 国内外很多学者针对骨料的生成作了大量的研究^[3-7], 其主要方法是利用蒙特卡洛法生成随机大小和随机位置的骨料. 这种方法的主要局限在于投放后期, 由于在投放区域内已存在大量骨料, 新投入的骨料很容易与原有骨料相交, 这样会造成新投入的骨料投放无效, 而且各种随机投放法对此并无很好的控制方法. 因此, 混凝土骨料投放效率和填充率低下就成为一个非常难以解决的问题.

笔者采用随机游走法进行混凝土骨料投放的算法, 并利用球形骨料实现. 该算法模拟混凝土制作过程, 在出料口投放骨料, 骨料在重力作用下经过自由运动进入目标区域. 由于算法保证了进入

目标区的骨料在运动前后均为有效骨料, 因此, 本投放算法计算次数有限, 投放效率较高. 骨料经过自由运动后, 彼此间会越来越紧密, 使得骨料填充率较高. 笔者采用球形骨料的主要原因在于球形骨料几何模型以及有效性判断较为简单, 计算量少; 球形骨料可以模拟卵石, 也可以近似模拟碎石, 并对最终形成的混凝土三维数值模型进行有限元分析, 其结果与实验室得到的数据较为接近.

1 骨料模型的数据结构和生成

在有关混凝土的规范中, 对骨料的级配是通过累积筛余质量百分比来规定. 而在模拟投放时, 采用的是累积数量百分比, 因此, 对两者有一定的换算关系.

假设在级配范围内有 n 个粒径段, 分别为 $D_{11} \sim D_{12}, \dots, D_{n1} \sim D_{n2}$, 其中 $D_{i-1,2} = D_{i1}$, $i = 2, n$; 粒径段的累积质量百分比分别为 $\gamma_1, \dots, \gamma_n$, 由已知

条件, 粒径段的质量百分比 γ' 为:

$$\begin{cases} \gamma'_1 = \gamma_1, \\ \gamma'_i = \gamma_i - \gamma_{i-1}, i = 2, \dots, n, \end{cases} \quad (1)$$

其代表粒径:

$$D_i = \left(\frac{(D_{i2}^2 + D_{i1}^2)(D_{i2} + D_{i1})}{4} \right)^{1/3}. \quad (2)$$

假设所有的骨料密度一致, 则粒径段的质量百分比 γ' 与数量百分比 β' 之间的关系为:

$$\frac{\beta'_1 D_1^3}{\gamma'_1} = \dots = \frac{\beta'_i D_i^3}{\gamma'_i} = \dots = \frac{\beta'_n D_n^3}{\gamma'_n}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma'_i = 1. \quad (4)$$

由(3)式和(4)式联立, 可以得到:

$$\beta'_i = \frac{\gamma'_i / D_i^3}{\sum_{j=1}^n \gamma'_j / D_j^3} \times 100\%, \quad (5)$$

进一步可以得到累积数量百分比 β_i 为:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^i \beta'_j. \quad (6)$$

在确定了骨料的累积数量百分比后, 就可以利用随机数 $rand_1 \in [0, 1]$ 来确定当前所生成骨料的粒径范围, 若 $\beta_{i-1} \leq rand_1 \leq \beta_i$, 则说明当前生成的骨料粒径在 $D_{i1} \sim D_{i2}$ 之间; 然后, 可以利用随机数 $rand_2 \in [0, 1]$ 来确定当前骨料的直径 D ,

$$\Delta = D_{i2} - D_{i1}, \quad (7)$$

$$D = D_{i1} + rand_2 \cdot \Delta. \quad (8)$$

从上式可以得知, 骨料颗粒中最小值为 $D_{\min} = D_{i1}$, 最大值为 $D_{\max} = D_{i2}$. 对于投放的所有骨料, 总体上满足混凝土骨料的级配要求, 在每个骨料段之间, 骨料颗粒满足均匀分布.

对于球形骨料, 其数据结构为 $S(C, r)$, 其中 C 为球心, (C_x, C_y, C_z) , r 为半径. 可以将(8)式得到的直径转换成半径.

2 投放算法

2.1 初始生成

由以上分析可知, 所有骨料颗粒的最大粒径

为 D_{\max} . 如图1所示, 设最后生成混凝土的试件为 $l \times l \times l$ 的立方体, 骨料的投放区域为 $l \times l \times D_{\max}$.

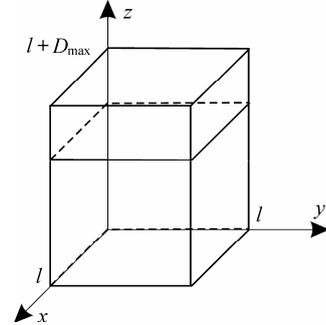


图1 骨料的初始生成区域与目标区域

为了避免骨料在初始生成时相交, 令初始骨料均匀分布. 第 i 行 j 列的骨料中心位置为:

$$\begin{cases} x_{i,j} = \left(i - \frac{1}{2}\right) D_{\max}, \\ y_{i,j} = \left(j - \frac{1}{2}\right) D_{\max}, \\ z = l + \frac{1}{2} D_{\max}, \end{cases} \quad i, j = 1 \dots N, \quad (9)$$

其中,

$$N = \text{int} \left(\frac{l}{D_{\max}} \right),$$

int 为取整函数.

骨料的直径由(8)式获得.

因为在随机游动的过程中, 原有骨料可能没有完全游离初始区域, 生成新骨料后, 判断其是否和原有骨料相交, 即满足(10)式的条件. 若相交, 应对此骨料进行剔除.

设2个球体分别为 $C(x_1, y_1, z_1), r_1$ 和 $C(x_2, y_2, z_2), r_2$, 则:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \geq (r_1 + r_2). \quad (10)$$

需要注意的是, 新生成的骨料应该与所有已存在的骨料进行相交判断.

2.2 随机游走

对已生成的所有骨料, 按编号进行随机游走. 骨料的主要运动包括平移和转动, 因为球形骨料的对称性, 可忽略转动, 只考虑其平移.

太大的步长会增加骨料相交的可能性, 太小

的步长则会使得游走次数增加, 经过试算, 可取骨料颗粒每次游走的最大步长为最大粒径 D_{\max} 的 $1/6$, 即:

$$\Delta = \frac{D_{\max}}{6},$$

相对于原始球心 (x_0, y_0, z_0) , 新的球心为:

$$\begin{cases} x = x_0 + Rnd_1 \cdot \Delta, \\ y = y_0 + Rnd_2 \cdot \Delta, \\ z = z_0 - Rnd_3 \cdot \Delta, \end{cases} \quad (11)$$

其中, Rnd_1, Rnd_2 和 Rnd_3 为随机数, $Rnd_1 \in [-1, 1]$, $Rnd_2 \in [-1, 1]$, 在重力作用下, 骨料只能向下运动, 故 $Rnd_3 \in [0, 1]$.

在骨料运动之后, 需要判定其运动的有效性, 进行边界判定和相交判定.

2.2.1 边界条件

设球体的几何参数为 $C(x, y, z), r$. 如果满足以下条件, 则说明此次游走未出边界:

$$\begin{cases} r \leq x \leq l - r, \\ r \leq y \leq l - r, \\ z \geq r. \end{cases} \quad (12)$$

2.2.2 相交条件

对于满足边界条件的球体, 进而判断是否和其他球体相交. 可以根据(10)式进行判断. 若满足(10)式, 则说明 2 个球体不相交; 否则, 此次游走则失败. 游走的骨料应该与其他所有的骨料进行条件判断.

对于不满足边界条件和相交条件的骨料游走, 一般的做法是, 忽略该骨料的该次游走, 直接进行下一颗骨料的游走, 这样在骨料投放的后期有较高的效率. 在后期, 骨料之间的间距已经很小, 游走会变得很困难, 在这种情况下, 这些间距很小的骨料可以认为基本游走到位, 不需要再次游走.

2.3 后续步骤

根据概率论的有关原理可以得知, 当所有的骨料游走 20 轮后, 就可以视为基本脱离生成区域, 这时, 可以在生成区域投放新一批的骨料, 然后对所有的骨料进行游走.

在投放的后期, 骨料在填满生成区域, 无法往下游走. 如果所有新生成的骨料都无法满足干涉条件. 就可以认为骨料投放已结束. 可以利用下式剔除依然残留在初始生成区域的骨料:

$$z \leq l - r. \quad (13)$$

如果不满足(13)式, 说明该骨料没有完全进入目标区域, 予以剔除.

3 算例讨论

根据国家标准规定^[8], 公称粒径为 5~40 mm 的连续粒级的骨料, 5~10 mm 的含量为 30%, 10~20 mm 的骨料含量为 40%, 20~40 mm 粒径段的骨料含量为 30%. 根据(2)式, 它们代表的粒径分别为 7.77 mm, 15.54 mm, 31.07 mm, 折算成数量百分比, 5~10 mm 的百分比含量为 84.6%, 10~20 mm 的百分比含量为 14.1%, 20~40 mm 粒径段的百分比含量为 1.3%.

假设目标投放区域为 $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$. 由(9)式可知每次投入骨料的数量为 9. 图 2 为骨料模拟投放过程. 每次骨料投放后, 所有的骨料随机游走 50 次, 然后在初始投放区域投放新的骨料. 第 427 次投放时, 和第 426 次相比, 没有增加新的骨料, 投放过程停止. 最后剔除在投放区的骨料, 最后一共有 3136 颗骨料, 其中, 5~10 mm 的数量为 2741 颗, 体积含量为 37.2%; 10~20 mm 的数量为 372 颗, 体积含量为 40.1%; 20~40 mm 的数量为 23 颗, 体积含量为 22.7%. 填充率为 51.4%.

如果将每次投放之后的随机游走次数改为 20, 则在投放 470 次(此时没有增加新的骨料)以后的骨料分布如图 3(1)所示. 投放完毕后, 一共有骨料颗粒 3020 颗, 骨料填充率为 50.2%. 其中 5~10 mm 的数量为 2669 颗, 体积含量为 36.1%; 10~20 mm 的数量为 326 颗, 体积含量为 38.1%; 20~40 mm 的数量为 25 颗, 体积含量为 25.8%. 而游走次数为 5, 则投放 377 次以后的骨料分布如图 3(2)所示. 投放完

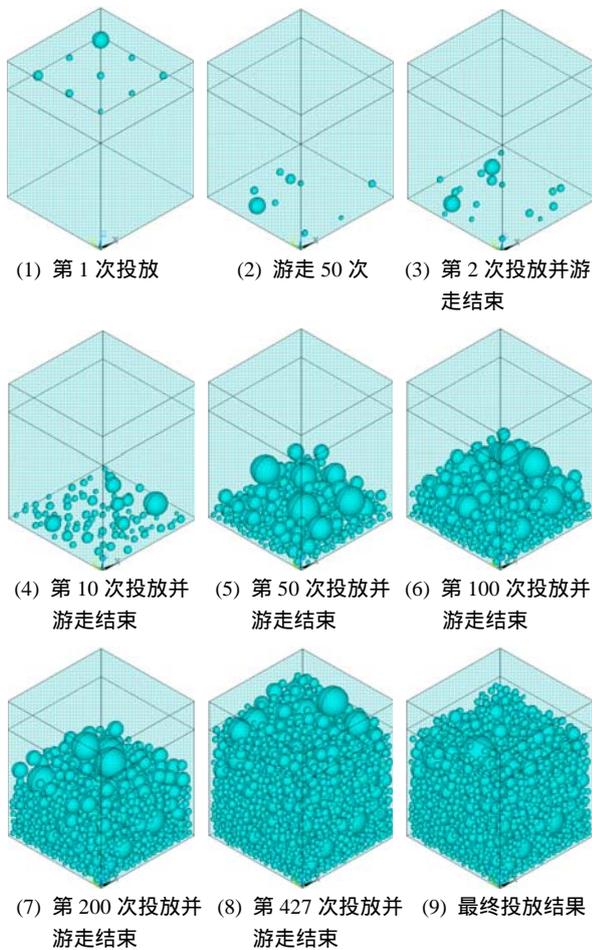
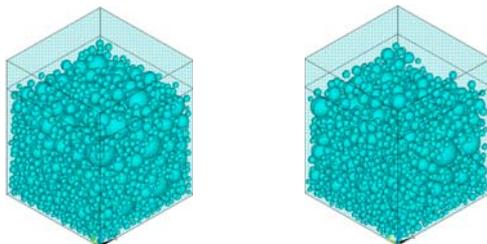


图 2 公称粒径 5~40 mm 连续粒级混凝土骨料投放过程



(1) 每次投放后游走 20 次结果 (2) 每次投放后游走 5 次结果
图 3 不同游走次数的影响

毕后, 一共有骨料颗粒 2743 个, 骨料填充率为 52.1%。其中 5~10 mm 的数量为 2404 颗, 体积含量为 39.8%; 10~20 mm 的数量为 323 颗, 体积含量为 42.6%; 20~40 mm 数量为 16 颗, 体积含量为 17.6%。

同样的级配、同样的目标尺寸, 不同的游走次数会导致不同的结果。一般而言, 游走次数较多时, 骨料之间的间隙较少, 在相同的体积内可容纳较多的骨料。而游走次数较少时, 骨料未能充分游走,

使得骨料填充率较低。最终结果中, 各种粒径骨料的比例与初始设定相比有所偏差, 是因为后期投入的骨料, 不能充分运动到下方。较大粒径骨料在生成时更容易与已存在的骨料相交, 要解决这个问题, 可以适当加大粗骨料的比例。表 1 给出了不同的游走次数对最后的投放结果的影响。

表 1 游走次数对各指标的影响

游走次数/次	投放次数/次	骨料颗粒数/颗	5~16mm 骨料所占比例/%	骨料填充率/%
5	377	2743	39.8	42.1
10	400	2878	38.8	46.8
15	409	2923	36.9	48.1
20	470	3020	36.1	50.2
25	460	2906	34.5	50.8
30	410	3010	37.3	49.7
35	446	3065	36.4	50.7
50	427	3136	37.2	51.4

在以上的算例和讨论中, 一旦无法投入新的骨料, 就结束骨料投放。如果此时继续游走, 部分松动的骨料会继续往下游走, 使得上部有机会投入新的骨料, 骨料填充率增高。但是, 同样会发生投入的较大粒径骨料与已投入骨料相交的情况, 因此, 投入的骨料以粒径较小的为主, 会使小粒径骨料所占的比例增加。

4 结论

提出基于随机游走算法的混凝土骨料投放数值模拟方法, 可以较好地模拟混凝土浇筑时候的骨料运动过程。算例结果也表明, 在初始投放区域投放骨料, 使之游走到目标投放区域, 可以保证骨料投放的有效性、高效性和骨料填充率, 可以用于多级配、大体积、高强度混凝土力学特性细观数值分析的混凝土数值建模。相对于现有的投放算法, 本算法的运算量可以预估, 并可以控制在一定的范围内。三维条件下球形骨料在标准试块中的投放模拟表明, 其骨料的体积填充率在 50%左右, 能

满足各种实际工程的要求。此外,本算法也可以推广到椭球体、多面体骨料的投放。

参考文献:

- [1] Wang Z M, Kwan A K H, Chan H C. Mesoscopic study of concrete I: Generation of random aggregate structure and finite element mesh[J]. Computers & Structures, 1999, 70(5):533-544.
- [2] Kwan A K H, Wang Z M, Chan H C. Mesoscopic study of concrete II: Nonlinear finite element analysis[J]. Computers & Structures. 1999, 70(5):545-556.
- [3] 高政国, 刘光廷. 二维混凝土随机骨料模型研究[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2003, 43(5):710-714.
- [4] 张剑, 金南国, 金贤玉, 等. 混凝土多边形骨料分布的数值模拟方法[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2004, 38(5): 61-65.
- [5] 李运成, 马怀发, 陈潇. 混凝土三维细观力学模型分析[J]. 水科学与工程技术, 2007(4): 22-25.
- [6] 夏晓舟, 章青, 汤书军. 混凝土细观损伤破坏过程的数值模拟[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2007, 35(3): 319-325.
- [7] 李建波, 林皋, 陈健云. 随机凹凸型骨料在混凝土细观数值模型中配置算法研究[J]. 大连理工大学学报, 2008, 48(6):869-874.
- [8] 中国建筑科学研究院. 普通混凝土用砂、石质量及检验方法标准[S]. 2006.

Application of Random Walking in Concrete Sphere Aggregates Simulation

SONG Xiao-gang

(Faculty of Architectural Civil Engineering and Environment, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: The paper presents a new numerical simulation method of sphere aggregates packing based on random walking algorithm. Spherical aggregates numerical simulation model building, packing, walking and validity checking are proposed. The simulated cases of the aggregate generation verify the efficiency of the proposed method. It also demonstrates that the virtual results are consistent with the actual ones. The method can be employed to simulate the concrete meso-structure.

Key words: random walking; concrete; sphere aggregate; numerical simulation

CLC number: TU501

Document code: A

(责任编辑 章践立)