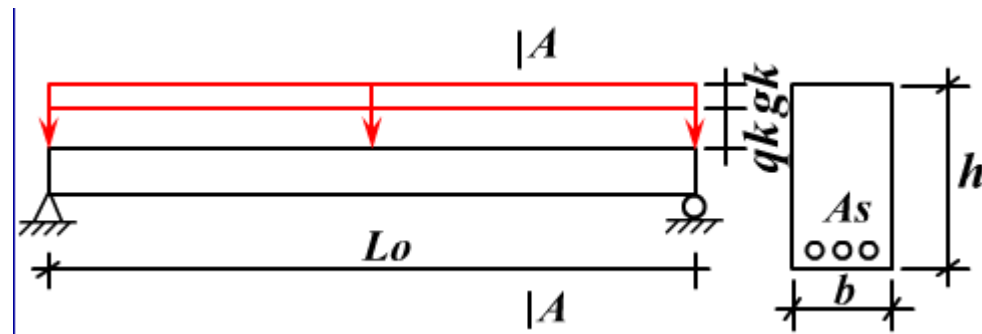


### 9.1.1 基本概念

在前面章节我们讨论了钢筋混凝土基本构件的计算方法，尽管在工程中其得到了广泛的应用，有其相当多的优点，但随着高强轻质材料的使用，以及大跨、大空间现代结构等现代建设需求的提出，钢筋混凝土的缺点也愈加明显，这些缺点的基本原因也就是在于混凝土抗拉强度偏低，表9-1为钢筋混凝土简支梁在跨度增加，或提高纵向受力钢筋强度情况下一组计算结果。



计算参数	初始	跨度增加一倍	采用高强度钢筋
$L_0/(m)$	<b>5.2</b>	<b>10.4</b>	<b>5.2</b>
$b \times h (mm^2)$	<b>200 × 450</b>	<b>400 × 900</b>	<b>200 × 450</b>
恒载 $q_k (KN/m)$	5	20	5
活载 $g_k (KN/m)$	10	10	10
$M (KN \cdot m)$	67.6	513.96	67.6
$f_y (MPa)$	300	300	580
$A_s (mm^2)$	603	2106	308
$M_{st} (KN \cdot m)$	50.7	405.6	50.7
$f (mm)$	$16.47 = \frac{L_0}{316}$	$38.1 = \frac{L_0}{273}$	$32.2 = \frac{L_0}{161.5}$
$\sigma_{st} (MPa)$	232	264	453
$W_{max} (mm)$	0.27	0.40	0.75

按《混凝土设计规范》，裂缝控制特级三级其  $W_{Lim} = 0.2mm$

$$5.2m \text{ 跨度 } f_{lim} = \frac{L_0}{200}$$

$$10.4m \text{ 跨度 } f_{lim} = \frac{L_0}{300}$$

所以在增加跨度，或提高钢筋强度等级后，其正常使用极限状态性能，均无法满足要求。

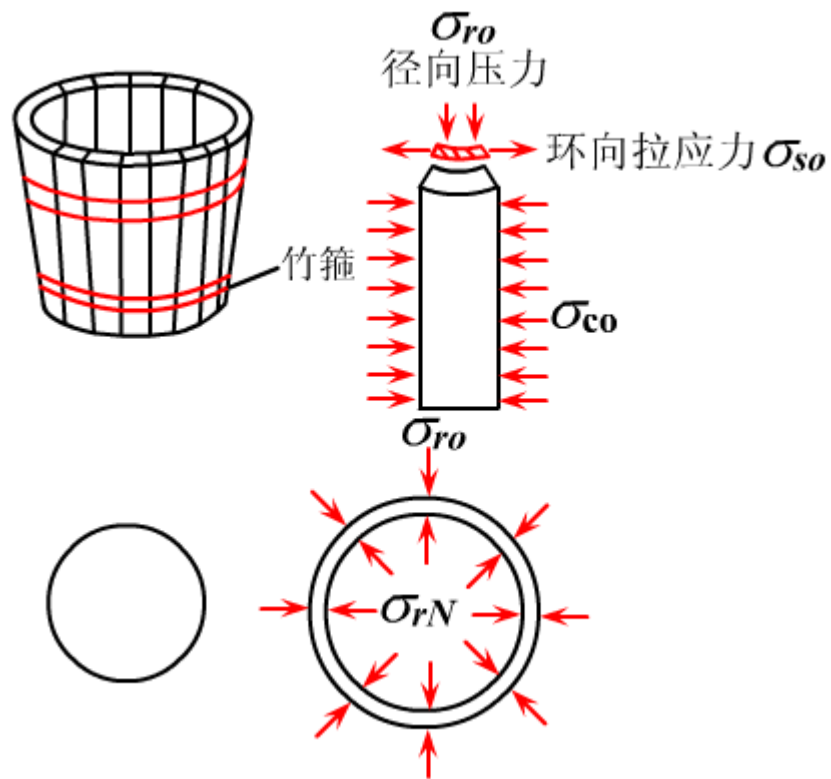
## 结论

1. 钢筋混凝土结构在一般设计中均为带裂缝工作，无法满足抗渗要求。
2. 难以满足大跨度、大空间结构的要求。
3. 无法充分利用高强钢筋

## 9.1.2 预应力的基本思想

预应力思想可从古代木桶构造得到深刻的体现

### 1. 木桶的受力分析



设竹箍的环向拉应力为  $\sigma_s$ ，由此产生对木桶板径向压力为  $\sigma_r$ ，木桶板环向压应力为  $\sigma_e$ ，先考虑两种情况：

第一种情况：（木桶板用低于木材强度胶水  $f_{\text{A}}$  粘结，竹箍假定为无初应力，其抗拉强度为  $f_y$ ），此时， $\sigma_{r0} = \sigma_{c0} = \sigma_{s0} = 0$ ，当木桶盛水后在木桶内侧产生压应力  $\sigma_{rw}$ ，环向形成拉应力  $\sigma_{cw}$ ，若  $\sigma_s = \sigma_{sw}$ （拉），则漏水  $\sigma_{cw} > f_{\text{A}}$ ，此时木桶抗裂性能取决于胶水强度  $f_{\text{A}}$ （其值较低），木桶破坏取决于竹箍。

第二种情况：（在盛水前先将竹箍绞紧，在竹箍中形成拉应力  $\sigma_s$ ），此时木桶外侧径向压应力为  $\sigma_{r0}$ ，木桶板环向压应力为  $\sigma_{e0}$ 。

盛水后：木桶环向应力  $\sigma_e = -\sigma_{e0} + \sigma_{ev}$   
(压) (拉)

$\sigma_s = \sigma_{s0} + \sigma_{sv}$   
(拉) (拉)

当  $\sigma_c > 0$ ，表明木桶开始渗漏，继续加载，竹箍拉应力不断增加，当  $\sigma_{cs} = f_y$  时，木桶破坏。这里还应注意若预拉应力  $\sigma_{s0}$  过高，

则有二种可能，一是竹箍直接拉断，二是由竹箍在木桶板环向压应力超过木材抗压强度而压坏。

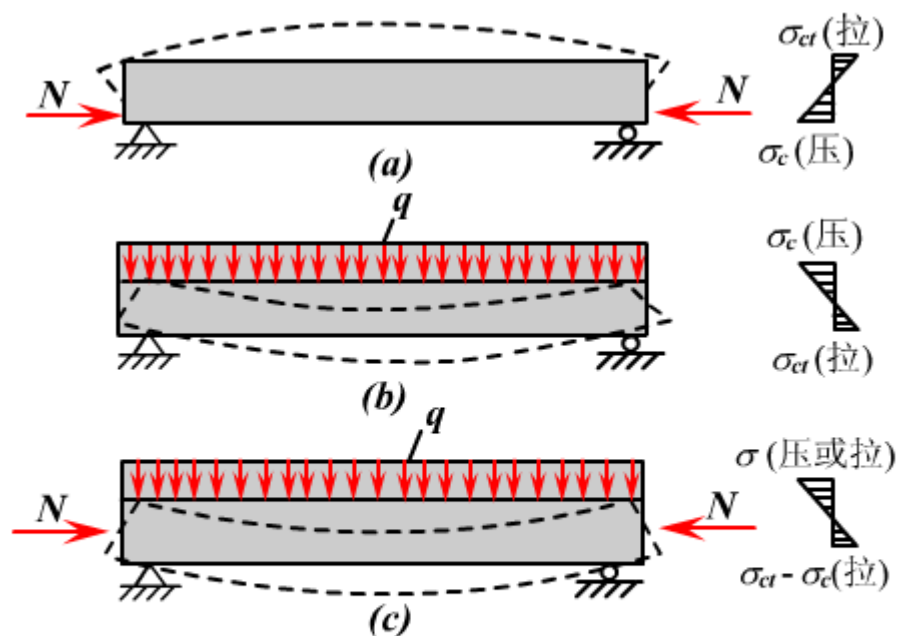


结论:

- 1) 采用预张竹箍可以明显提高其抗裂度,  $\sigma_{s0}$ 愈大, 效果愈明显, 使用中竹箍拉应力比无预张竹箍要高;
- 2) 预张紧竹箍对木桶破坏承载力没有影响;
- 3) 预张紧竹箍的应力控制十分关键。

## 2. 预应力混凝土

上述思想用到预应力混凝土中，就是要在使用前，利用预压外力的方法，在受拉区预先产生压应力，以抵消或减小外荷载产生的拉应力，这样就可弥补混凝土抗拉强度不足的缺陷，防止受拉区过早开裂，或挠度和裂宽过大的产生。



预应力混凝土简支梁

- (a) 预压力作用下 (b) 预压力作用下  
(c) 预压力与外荷载共同作用下

在实际工程中预压力  $N$  一般用张拉钢筋法来实现，有时也用自应力混凝土，或外部千斤顶方法。显然在  $N$  作用后，混凝土构件在以下方面可得到明显改善。

- 1) 提高了抗裂度和刚度
- 2) 抑制了裂宽的开展
- 3) 使高强钢筋能得到充分利用
- 4) 节约了钢筋，减轻了自重

但预应力混凝土其计算，施工，构造等要比钢筋混凝土构件复杂。

### 3. 预应力混凝土适用范围

- (1) 裂缝控制要求高的结构
- (2) 大跨度或受力很大的构件
- (3) 对变形控制要求高的结构

### 9.1.3 预应力混凝土的分类

设构件受拉边缘由预压力产生的预压应力为  $\sigma_c$ ，由外载产生的拉应力为  $\sigma_{ct}$ ，则其分类为

- $\sigma_{ct} - \sigma_c \leq 0$ ，不出现拉应力称为全预应力混凝土
- $0 < \sigma_{ct} - \sigma_c \leq f_{tk}$ ，出现拉应力，但不开裂，称为有限预应力混凝土
- $f_t < \sigma_{ct} - \sigma_c$ ，但裂宽小于限值，称为部分预应力混凝土

《混凝土设计规范》利用裂缝控制等级概念来描述上述分类：

- 一级裂缝控制等级构件为严格要求不出现裂缝构件
- 二级裂缝控制等级构件为一般要求不出现裂缝构件
- 三级裂缝控制等级构件为允许出现裂缝的构件

另外，也可按预应力程度把混凝土结构分为全预应力，部分预应力和钢筋混凝土三类。

《建议》的预应力程度  $\lambda$  定义为：

$$\lambda = \frac{M_0}{M}, \text{ 受弯构件}$$
$$\lambda = \frac{N_0}{N}, \text{ 轴心受拉构件}$$

式中  $M_0$  -- 消压弯矩，即为截面受拉边缘应力抵消到零时的弯矩  
 $M$  -- 使用荷载（不包括预加力），短期组合作用下截面的弯矩  
 $N_0$  -- 消压轴力  
 $N$  -- 使用荷载下的轴力  
当  $\lambda \geq 1$ ，为全预应力混凝土  
 $0 < \lambda < 1$ ，为部分预应力混凝土（A类为不开裂，但出现拉应力，  
B类为开裂，但裂宽小于限值）  
 $\lambda = 0$ ，钢筋混凝土



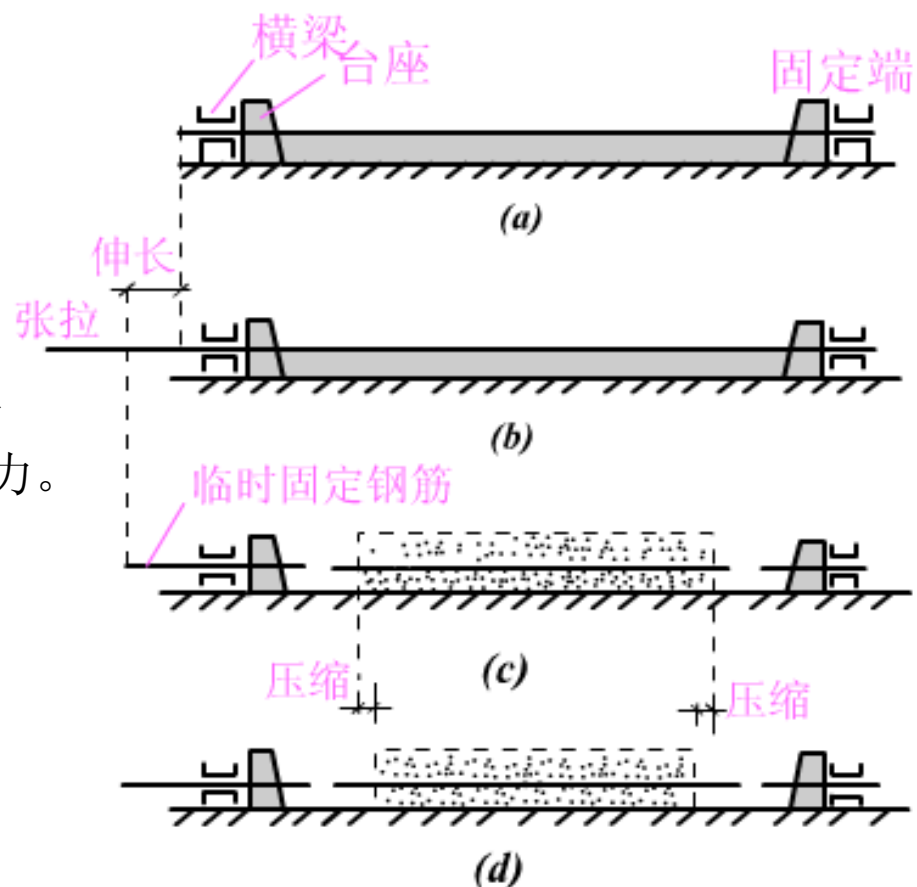
## 9.1.4 张拉预应力钢筋的方法

### 1. 先张法

在混凝土浇筑之前张拉预应力钢筋的方法

施工流程：

- (a) 钢筋就位
- (b) 张拉预应力钢筋
- (c) 临时固定钢筋
- (d) 浇筑混凝土并养护
- (c) 放松钢筋。混凝土受压预应力传递通过钢筋与混凝土之间的粘结力。



先张法主要工序示意图

(a) 钢筋就位 (b) 张拉钢筋 (c) 临时固定钢筋，  
浇灌混凝土并养护；(d) 放松钢筋，钢筋回缩，混凝土受预压

## 2. 后张法

先浇筑混凝土，待混凝土达到一定强度后再张拉钢筋。

施工流程：

- (a) 制作构件，预留孔道
- (b) 穿入预应力钢筋
- (c) 安装千斤顶、张拉钢筋
- (d) 锚住钢筋，拆除千斤顶。

在预留孔道压浆的构件称为有粘结的预应力构件，不压浆则为无粘结的预应力构件。

预应力传递方式：依靠钢筋端部的锚具。

## 9.1.5 夹具和锚具

夹具和锚具都是指用于锚固预应力钢筋的工具，前者用于先张法构件，可重复使用，后者用于后张法构件，被永久固定在构件上。

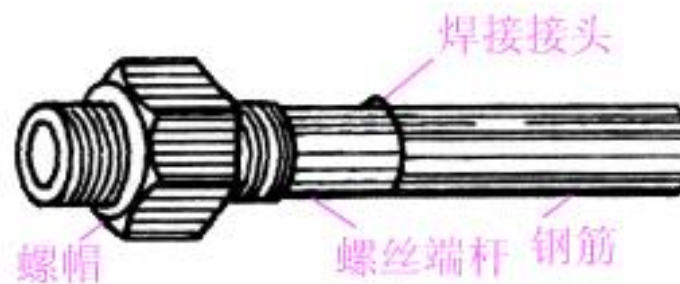
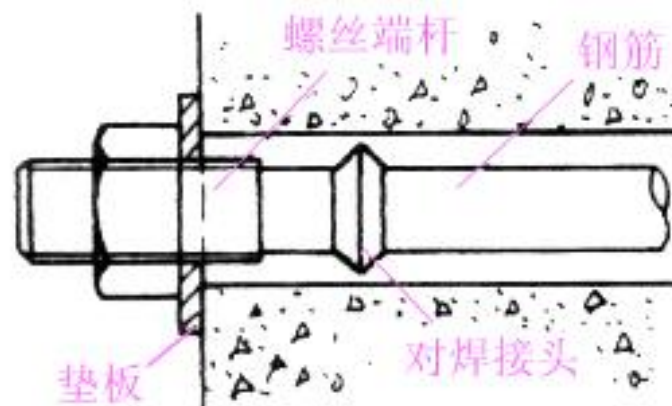
### 1. 对锚具和夹具的基本要求

- (1) 安全可靠
- (2) 漏移要小，以减少预应力损失
- (3) 造价要低
- (4) 施工方便

## 2. 常用锚具介绍

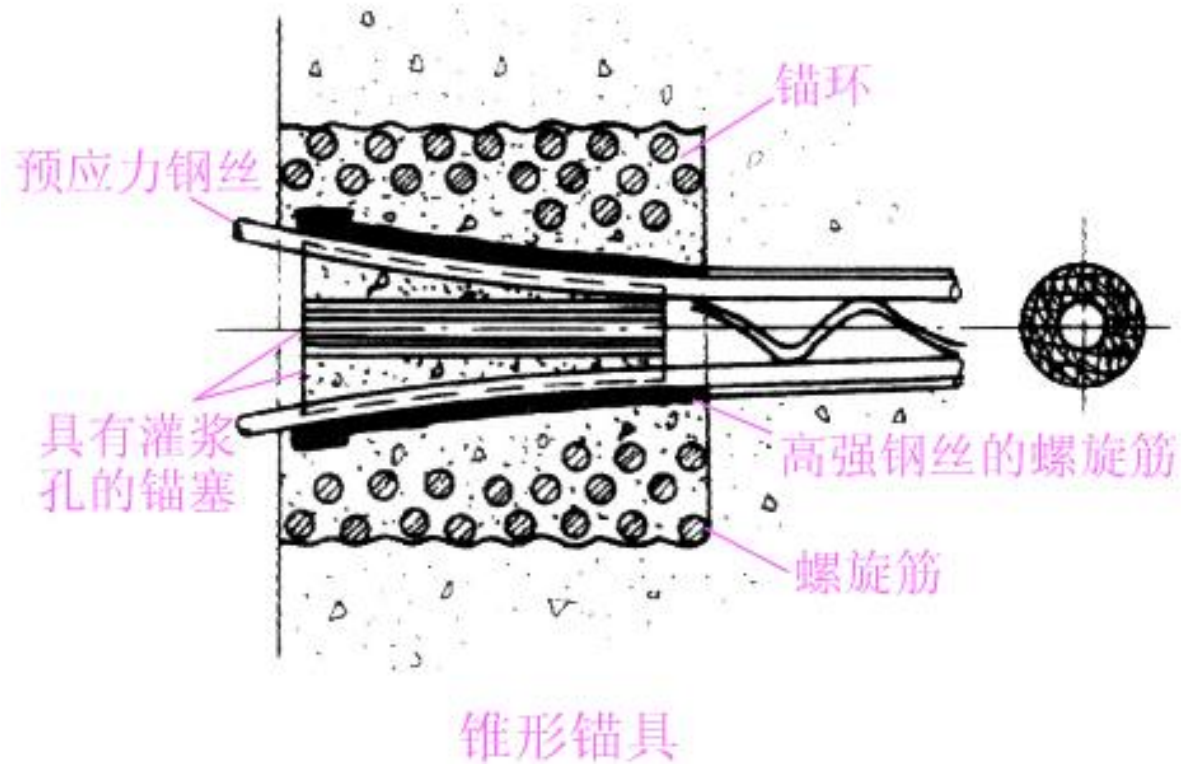
### (1) 螺丝端杆锚具（锚单根钢筋）

特点：操作简单，滑移小，但对钢筋长度下料要准确。



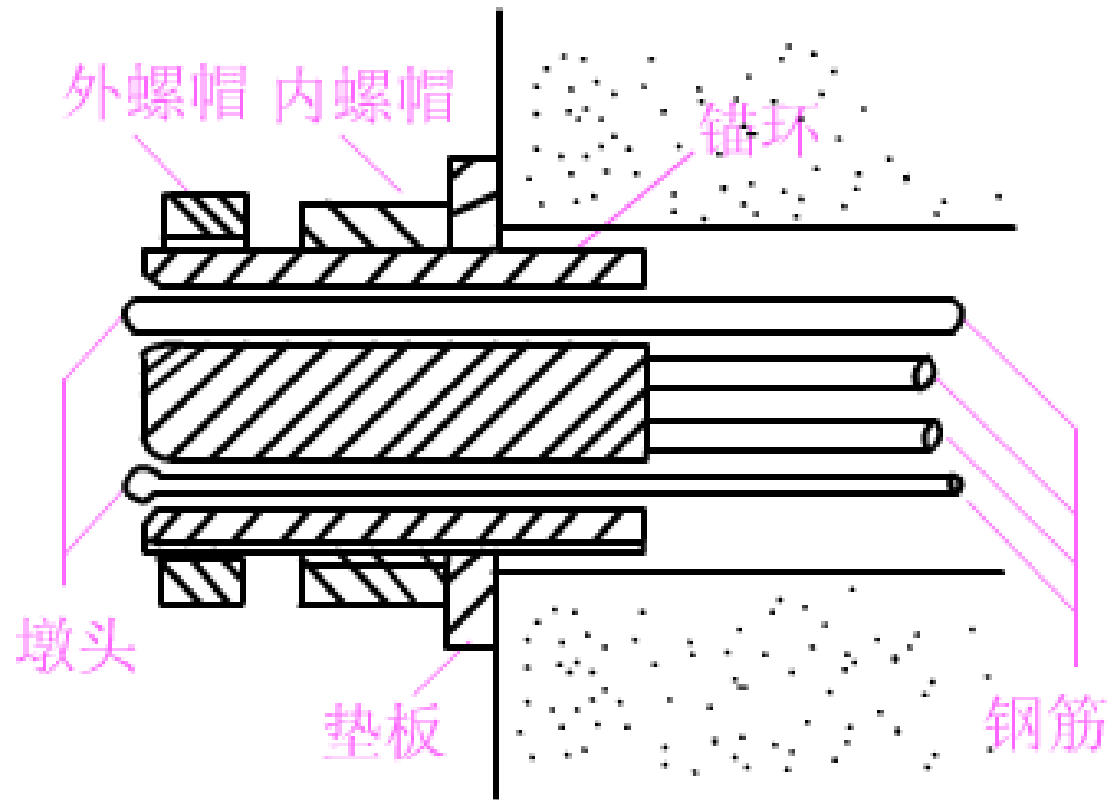
螺丝端杆锚具

(2) 锥形锚具（锚平行钢丝束，或钢绞线束）



特点：滑移大、每根钢丝应力可能不均匀。

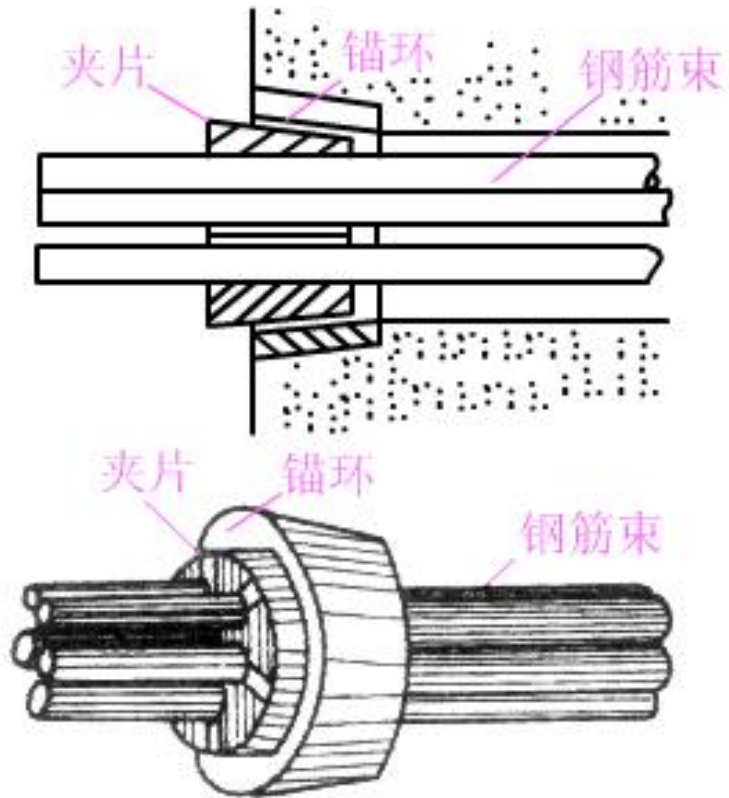
### (3) 墩头锚具（锚平行钢丝或钢绞线束）



### 墩头锚具

特点：施工方便，锚固力大，但对钢筋长度要求精确。

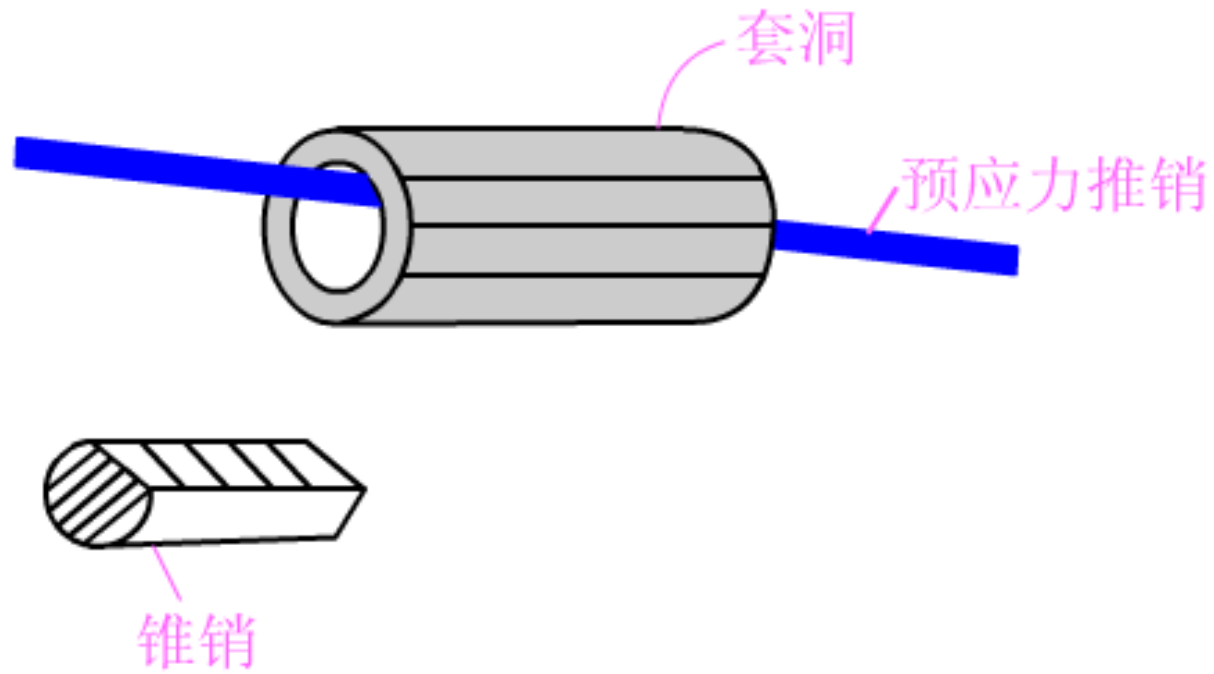
(4) 夹具式锚具（锚固钢绞线，钢丝束）



JM12 锚具

特点：施工方便，锚固可靠，互换性好，但JM12滑移量大。

(5) 锥形夹具（用于锚单根钢筋）





## 9.1.6 预应力混凝土对材料的要求

### 1. 混凝土

#### 1) 对混凝土材料性能的要求

- (1) 高强度 <sup>目的</sup> 施加较大预压力，并减轻自重。
- (2) 高弹性模量和较小的徐变，收缩变形 <sup>目的</sup> 减小预应力损失
- (3) 早强、快硬 <sup>目的</sup> 提高周转率。

## 2) 《混凝土设计规范》中强度等级规定

一般不低于 **C40**，采用钢绞线、高强钢丝和热处理钢筋为预应力筋时不低于 **C30**。

先张构件的强度等级可比后张构件高一些。

## 2. 预应力钢筋

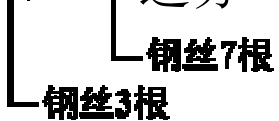
### 1) 基本要求

- (1) 强度高 <sup>目的</sup> 较高的强拉应力
- (2) 具有一定的塑性 <sup>目的</sup> 避免脆性破坏
- (3) 良好的加工性能 <sup>目的</sup> 焊接、镦粗
- (4) 与混凝土良好的粘结 <sup>目的</sup> 传递预应力

## 2) 预应力钢筋种类

### (1) 钢绞线

由直径 **5-6mm** 的高强钢丝捻制成，有 **1×3, 1×7** 之分



└─ 钢丝3根

└─ 钢丝7根

钢绞线的极限抗拉强度标准值可达 **1860 N/mm<sup>2</sup>**  
(用于后张构件)

## (2) 钢丝

由盘条钢筋冷拔得到



## (3) 热处理钢筋

由热轧钢筋经淬和回火的调质热处理而成，其公称直径有 **6mm, 8.2mm, 10mm** 种，抗拉强度为 **1470 N/mm<sup>2</sup>**

### 9.1.7 张拉控制应力 $\sigma_{con}$

$\sigma_{con}$  的定义：张拉设备所控制的总张拉力  $N_{P-con}$  除以预应力钢筋

面积  $A_p$  得到的应力值，即  $\sigma_{con} = \frac{N_{P-con}}{A_p}$ ，它是预应力筋在受

荷前的最大拉应力， $\sigma_{con}$  的确定相当重要，过低预应力效果无法发挥，太高可能导致以下问题：

- (1) 预拉区开裂，或端部压坏
- (2) 破坏荷载与开裂荷载接近，破坏呈脆性
- (3) 应力松弛，混凝土徐变过大
- (4) 超张拉时会产生断筋事故

《混凝土设计规范》 对  $\sigma_{con}$  阻值如表9-3  
张拉控制应力限制 表9-3

钢筋种类	张拉方法	
	先张法	后张法
预应力钢丝、钢绞 线热处理钢筋	$0.75 f_{ptk}$ $0.70 f_{ptk}$	$0.75 f_{ptk}$ $0.65 f_{ptk}$

注意点：

- (1) 后张构件的  $\sigma_{con}$  已扣除构件压缩，是实际应力，故后张构件中  $\sigma_{con}$  应比先张构件低一些。
- (2) 张拉钢筋属于施工阶段验算，且是一次性检验，故保证率可低一些，即用钢筋的标准强度。
- (3)  $\sigma_{con}$  与钢筋种类有关，钢丝比钢筋可定高一些。



### 9.1.8 预应力损失

在实际情况中， $\sigma_{con}$  是随时在逐渐降低的，需经过相当长的时间才能最终稳定，这种应力降低的现象称为预应力损失。产生预应力损失的主要原因是材料时变性以及制作方法上带来的工艺上的缺陷。这些因素主要有：混凝土收缩、徐变、钢筋松弛、锚具变形、张拉时摩擦、混凝土弹性压缩等，目前对预应力损失计算一般都假定各项因素之间互不相关，即采用分别计算各种因素引起的预应力损失，总预应力损失由叠加方法求得。

## 1. 锚具变形和钢筋内缩引起的预应力损失 $\sigma_{\Delta}$

在预应力筋锚固时，因锚具、垫块与构件之间的缝隙被挤紧，以及钢筋在锚具内的滑移引起的预应力损失，记为  $\sigma_{\Delta}$ 。

### 1) 计算方法

设直线预应力筋产生总的内缩量为  $\alpha$ ，则  $\sigma_{\Delta}$  为

显然  $\sigma_{\Delta}$  只发生在张拉端。

内缩量  $\alpha$  的取值见表10-4

$$\sigma_{\Delta} = \frac{\alpha}{L} \cdot E_s = \varepsilon \cdot E_s$$

┌ 钢筋的弹性模量(N/mm<sup>2</sup>)  
└ 张拉端至锚固端之间距离(mm)

## 锚具变形和钢筋内缩值 $\alpha$ (mm)

表9-4

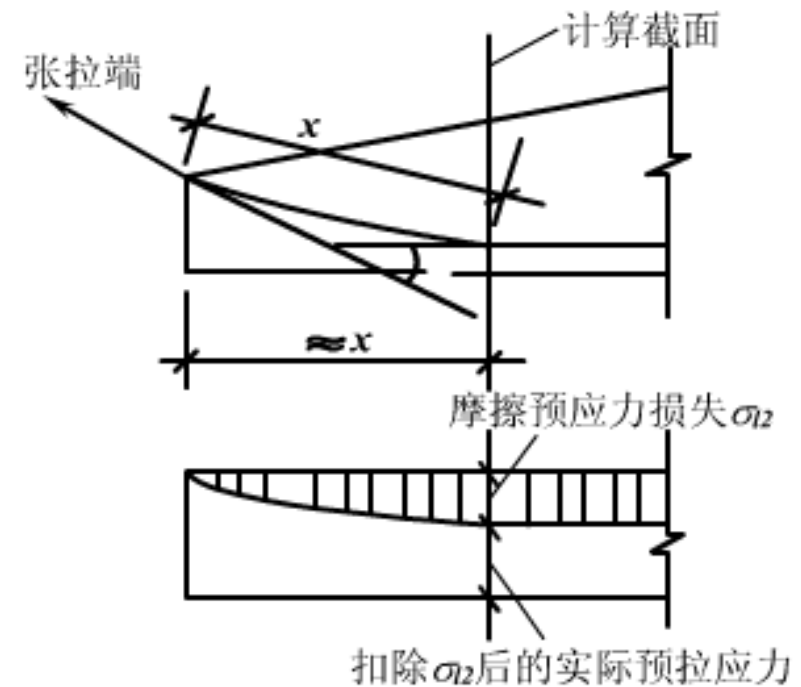
锚具类别		$\alpha$
带螺帽的锚具（包括钢丝束的锥形螺杆锚具、筒式锚具等）： 螺帽缝隙		1
每块后加垫板的缝隙		1
钢丝束的镦头锚具		1
钢丝束的钢制锥形锚具		5
夹片式锚具	有顶压时	5
	无顶压时	6~8

### 2) 减少损失的措施

- (1) 锚具刚度大，垫板要少
- (2) 增加 $L$

## 2. 摩擦损失 $\sigma_{L2}$

因钢筋与周围接触混凝土或套管之间的摩擦力存在，导致的预应力损失，其特点随张拉端距离增加摩擦损失逐渐加大。



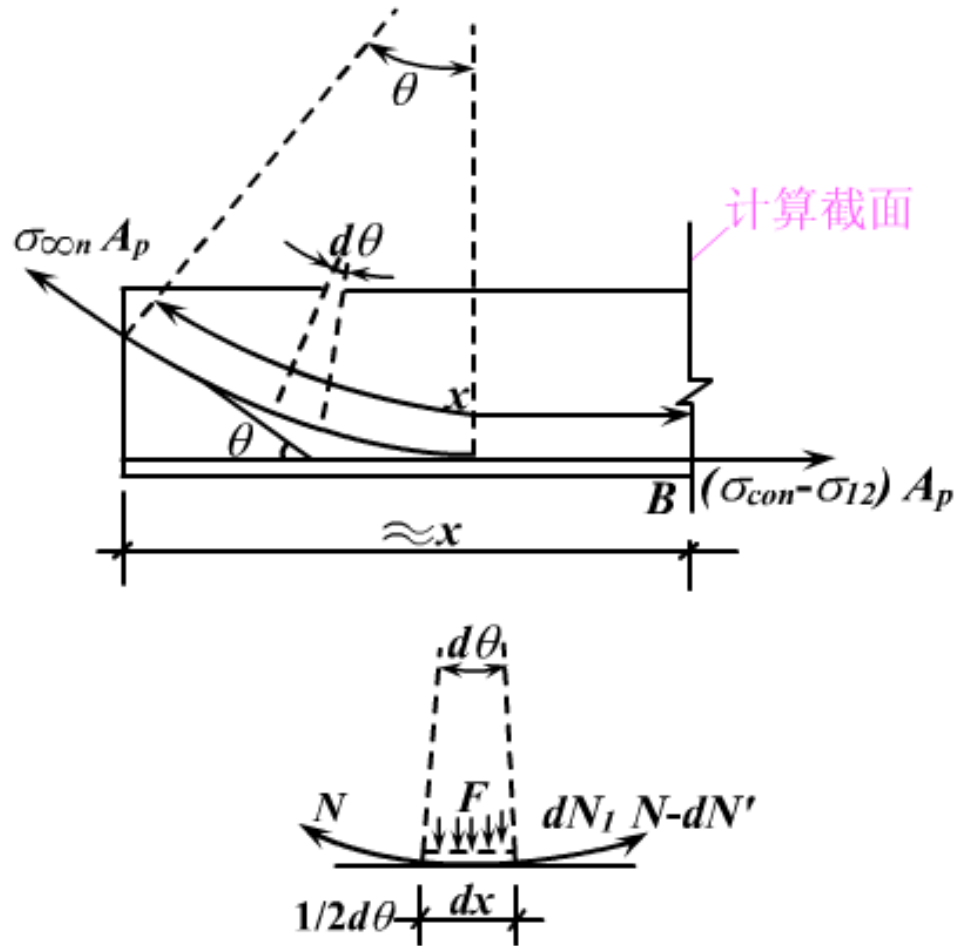
### 2) 减少损失的措施

- (1) 锚具刚度大，垫板要少
- (2) 增加 $L$

摩擦引起的预应力损失

### 1) 正向摩擦损失计算

对于一般曲线预应力钢筋既有滑动摩擦力，又有静摩擦力。对于微段  $dx$  其滑动摩擦力为  $dN_2$ ，静摩擦力为  $dN_1$ 。



先求  $dN_1$

$$F = N \cdot \sin \frac{1}{2} d\theta + (N - dN') \sin \frac{1}{2} d\theta$$

$$F = 2N \sin \frac{1}{2} d\theta - dN' \sin \frac{1}{2} d\theta$$

$$\because \sin \frac{1}{2} d\theta \approx \frac{1}{2} d\theta, \text{ 并忽略高阶无穷小得 } F = Nd\theta$$

设钢筋与孔壁之间的摩擦系数为  $\mu$ ，则静摩擦力  $dN_1$  为

$$dN_1 = -\mu F = -\mu Nd\theta$$

另求  $dN_2$

$dN_2$  同张拉端  $N, dx$  呈正比, 设单位长度刮碰摩擦系数为  $k$ , 则

$$dN_2 = -k \cdot N dx$$

$$\therefore dN = dN_1 + dN_2 = -[\mu N d\theta + k N dx] = -N(\mu d\theta + kx)$$

$$\int_{N_0}^{N_B} \frac{dN}{N} = -\left(\int_0^\theta d\theta + \int_0^x dx\right) = -\left(k \int_0^x dx + \mu \int_0^\theta d\theta\right)$$

$$\ln N_B / N_0 = -(kx + \mu\theta)$$

$$\therefore N_B = N_0 e^{-(kx + \mu\theta)}$$

式中  $N_0$ --张拉端的张拉力

$N_B$ --计算截面的张拉力

设张拉端至计算截面预应力钢筋的预应力损失为  $\sigma_{L2}$ ，则

$$\sigma_{L2} = \frac{N_0 - N_B}{A_p} = \frac{N_0}{A_p} \left( 1 - \frac{N}{N_0} \right) = \sigma_{con} \cdot \left( 1 - e^{-(kx + \mu\theta)} \right)$$

式中  $k, \mu$  的取值见表10-5

$x$  --孔道长度，也可取水平投影长度

$\theta$  --从张拉端至计算截面孔道部分切线的夹角



摩擦系数  $k$  及  $\mu$  值 表9-5

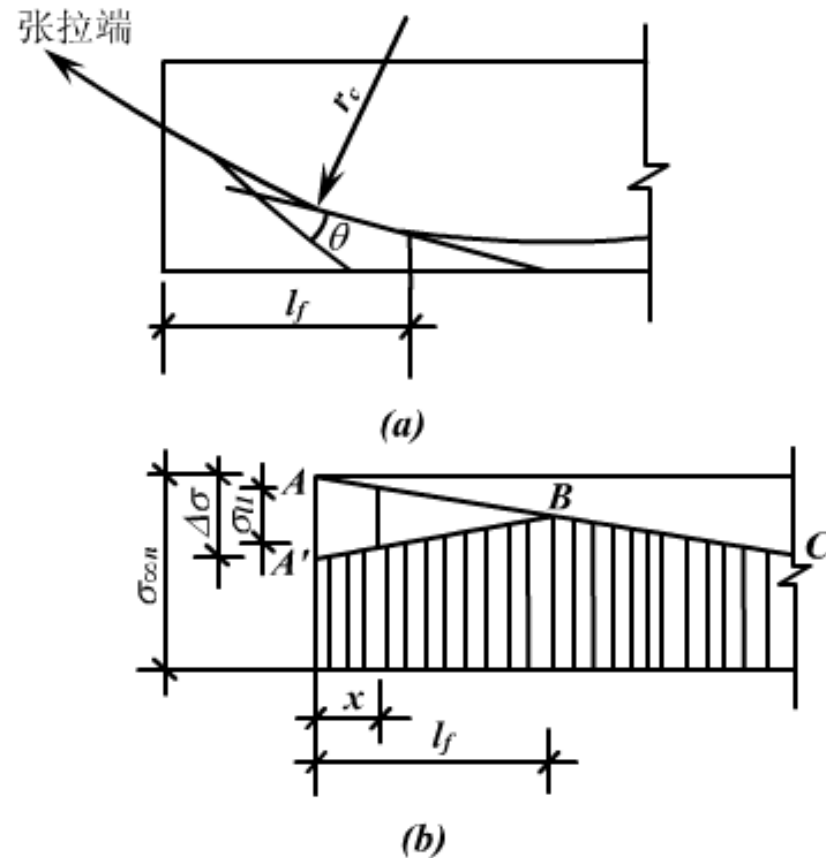
孔道成型方式	k	$\mu$
		钢线束、钢绞线
预埋金属波纹管	0.0015	0.25
预埋钢管	0.0010	0.25
抽芯成型	0.0014	0.25

注：

1. 当有可靠的试验数据资料时，表列摩擦系数值可根据实测数据确定；
2. 当采用钢丝束的钢质锥形锚具及类似形式锚具时，尚应考虑锚环口处的附加摩擦损失，其值可根据实测数据确定。

## 2) 反向摩擦的计算

因锚具等变形使张拉端产生的内缩值为  $\Delta e$ ，这种回缩同样也会在钢筋之孔道间反向摩擦力，但这种回缩在经过一定长度  $l_f$  后就得到控制。所以反向摩擦长度  $l_f$  可变形协调条件求得。



圆弧曲线形预应力钢筋因锚具变形和钢筋内缩引的损失值

(a) 圆弧形曲线预应力钢筋；(b) 预应力损失值  $\sigma_u$  分布

设正向摩擦系数同反向摩擦系数，因此在发生回缩后在  $L_f$  内的预应力损失将发生很大变化，在锚固端钢筋应力由  $\sigma_{con}(A)$  降低至  $\sigma_{con} - \Delta\sigma(A')$  假定  $AB, A'B$  为直线变化，由几何关系知

$$\Delta\sigma = 2\sigma_{L2}(x = L_f)$$

$$\therefore \sigma_{L2} = \sigma_{con} \left[ 1 - \frac{1}{e^{(kx + \mu\theta)}} \right]$$

当  $kx + \mu\theta \leq 0$  时

$$e^{-(kx + \mu\theta)} = 1 - (kx + \mu\theta)$$

$$\therefore \sigma_{L2} = \sigma_{con}(kx + \mu\theta)$$

$$\Delta\sigma = 2\sigma_{L2}(x = L_f) = 2\sigma_{con}(kL_f + \mu\theta) = 2\sigma_{con} \left( k + \frac{\mu\theta}{L_f} \right) L_f$$

由几何关系知

$$\sigma_{L1} = \Delta\sigma \left(1 - \frac{x}{L}\right) = 2\sigma_{con} L_f \left(k + \frac{\mu\theta}{L_f}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{L_f}\right)$$

$$\sigma_{L1} = 2\sigma_{con} L_f \left(k + \frac{\mu}{r_c}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{L_f}\right)$$

└ 曲率半径, 用圆弧代曲线

在  $L_f$  内钢筋回缩值为  $a$ ，即

$$\begin{aligned} a &= \int_0^{L_f} \frac{\sigma_{L1}}{E_p} dx = 2 \frac{\sigma_{con}}{E_p} \cdot L_f \left( k + \frac{\mu}{r_c} \right) \int_0^{L_f} \left( 1 - \frac{x}{L_f} \right) dx \\ &= 2 \frac{\sigma_{con}}{E_p} L_f \left( k + \frac{\mu}{r_c} \right) \cdot \left[ x - \frac{1}{2} \frac{x^2}{L_f} \right]^{L_f} = \frac{\sigma_{con}}{E_p} L_f^2 \left( k + \frac{\mu}{r_c} \right) \end{aligned}$$

$$\therefore L_f = \sqrt{\frac{a E_p}{\sigma_{con} \left( \frac{\mu}{r_c} + k \right)}}$$

当抛物线预应力筋时，得（考虑单位一致为 **m**）

$$L_f = \sqrt{\frac{aE_p}{\sigma_{con} \left( \frac{\mu}{r_c} + k \right) 1000}} \quad (m)$$

$$\Delta\sigma = 2\sigma_{con} \left( k + \frac{\mu\theta}{L_f} \right) L_f = 2\sigma_{con} \left( k + \frac{\mu}{r_c} \right) L_f$$

$$\sigma_{L1} = 2\sigma_{con} \left( k + \frac{\mu\theta}{L_f} \right) L_f \left( 1 - \frac{x}{L_f} \right)$$

### 3) 减小损失的措施

(1) 两端张拉,  $L$  变小, 但  $\sigma_{\Delta}$  要算两端

(2) 超张拉

工艺流程:  $1.1\sigma_{con} \xrightarrow{\text{持荷2分}} 0.85\sigma_{con} \xrightarrow{\text{持荷2分}} \sigma_{con}$

### 3. 温差损失 $\sigma_{L3}$

对先张构件蒸气养护，钢筋在加热时伸长，在降温时因受混凝土约束无法恢复到原长度，故产生了预应力损失  $\sigma_{L3}$ 。

设预应力钢筋与台座之间的温差为  $\Delta t(^{\circ}\text{C})$ ，钢筋的温度线膨胀系数  $\alpha = 0.0001/^{\circ}\text{C}$

则

$$\sigma_{L3} = \frac{L\alpha\Delta t}{L} \cdot E_s = \alpha E_s \Delta t = 10^{-5} \times 2 \times 10^5 \times \Delta t = 2\Delta t$$

减少损失的措施：

- (1) 采用二次升温
- (2) 在钢模上张拉预应力钢筋



#### 4. 应力松弛损失 $\sigma_{L4}$

钢筋在高应力状态下一方面会在钢筋长度保持不变条件下其应力随时间的增加而逐渐降低，也即发生钢筋的应力松弛，另一方面在应力保持不变前提下其应变随时间的增加而逐渐降低，也即发生钢筋的徐变，钢筋的徐变、松弛都将造成预应力钢筋应力损失，该项损失统称为钢筋应力松弛损失  $\sigma_{L4}$ 。

### 1) 计算公式

据研究，其计算模式

$$\sigma_{L4} = \psi \cdot k \left( \frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}} \right) \cdot \sigma_{con}$$

张拉控制应力

与比值  $\frac{\sigma_{con}}{f_{ptk}}$  以及钢种有关的系数

超张拉系数  $\leq 1$

## 2) 影响因素

- (1) 超张拉可以减少  $\sigma_{L4}$
- (2)  $\sigma_{con}$  愈高  $\rightarrow$   $\sigma_{L4}$  愈大
- (3) 先快后慢, 24h后可完成80%。
- (4) 热处理钢筋的  $\sigma_{L3}$  比其它的钢材低

## 3) 减少损失的措施

主要采用超张拉, 其工艺为:  $0 \xrightarrow{\text{持荷2~5分钟}} 1.05\sigma_{con} \rightarrow 0 \rightarrow \sigma_{con}^{\circ}$

## 5. 混凝土收缩、徐变的预应力损失 $\sigma_{l5}$

无论是混凝土的收缩，还是徐变，都将导致构件长度的缩短，预应力钢筋回缩，产生预应力损失，该两项损失一般合起来统一计算。

### 1) 计算模式

试验分析,  $\sigma_{IS}$  主要用同完成第一批损失后的预压应力, 截面配筋率, 外载作用的时刻, 以及预拉钢筋方式相关。

$$\sigma_{IS} = \beta(j) \cdot \frac{K_1 \left( \frac{\sigma_{PC}}{f'_{CH}} \right)}{K_2(\rho)}$$

← 始应力影响系数 (同预拉钢筋方式有关)

← 配筋率影响系数

考虑时间对混凝土收缩徐变的影响系数  $\leq 1$

《混凝土设计规范》取

先张构件

$$\sigma_{15} = \beta(j) \frac{45 + 220 \frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho}$$

$$\sigma'_{15} = \beta(j) \frac{45 + 220 \frac{\sigma'_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho'}$$

后张构件

$$\sigma_{15} = \beta(j) \frac{25 + 220 \frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho}$$

$$\sigma'_{15} = \beta(j) \frac{25 + 220 \frac{\sigma'_{pc}}{f'_{cu}}}{1 + 15\rho'}$$

$$\beta(j) = \frac{4j}{120 + 3j}$$

式中  $\sigma_{pc}, \sigma'_{pc}$  -- 分别为完成第一批预应力损失后，受拉区预应力钢筋  $A_p$  和受压区预应力钢筋  $A'_p$  合力点处混凝土的预压应力。

$f_{cu}$  -- 施加预应力时混凝土立方体抗压强度。

$\rho, \rho'$  -- 受拉区、受压区预应力和非预应力钢筋的配筋率。

$j$  -- 结构从预加应力时起承受外载的天数。

## 2) 注意点

- (1)  $\sigma_{15}$  与初始应力  $\frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}}$  成线性关系，为保证线性徐变  $\frac{\sigma_{pc}}{f'_{cu}} < 0.5$
- (2) 后张构件  $\sigma_{15}$  比先张构件低

## 3) 减小损失的措施

- (1) 采用高标号水泥，水对比和水泥用量要小
- (2) 采用级配较好的骨料，加强震捣
- (3) 加强养护



## 6. 环向预应力钢筋挤压混凝土引起的预应力损失 $\sigma_{L6}$

混凝土在环向预应力的挤压作用下产生局部压陷，使预应力钢筋环的直径减少，引起应力损失，显然，直径愈小， $\sigma_{L6}$  愈大，故《混凝土设计规范》规定

$$\begin{array}{ll} d \leq 3m & \sigma_{L6} = 30 \quad \frac{N}{mm^2} \\ d > 3m & \sigma_{L6} = 0 \end{array}$$

### 9.1.9 预应力损失的组合

预应力损失并不是同时产生的，故在计算时应以混凝土预压时刻为界限，分两批考虑，即混凝土预压前完成的损失为第一批损失  $\sigma_{\text{II}}$  预压后完成的损失为第二批损失  $\sigma_{\text{III}}$  《混凝土规范》划分见表9-6

各阶段预应力损失值的组合 表9-6

预应力损失值的组合	先张法构件	后张法构件
混凝土预压前（第一批）的损失 $\sigma_{\text{II}}$	$\sigma_{\text{II}} + \sigma_{\text{I2}} + \sigma_{\text{I3}} + \sigma_{\text{I4}}$	$\sigma_{\text{II}} + \sigma_{\text{I2}}$
混凝土预压后（第二批）的损失 $\sigma_{\text{III}}$		$\sigma_{\text{I4}} + \sigma_{\text{I5}} + \sigma_{\text{I6}}$

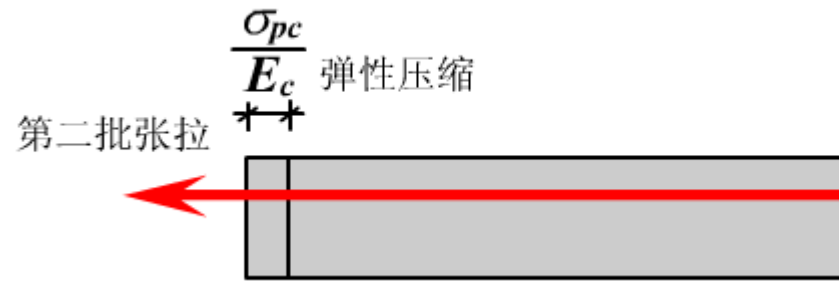
考虑预应力损失的离散性，为安全必须把 $\sigma_L = \sigma_{LI} + \sigma_{LII}$  规定不得小于下面数值：

先张构件： **$100\text{N/mm}^2$**

后张构件： **$80\text{N/mm}^2$**

另外，应注意若为分批张拉，则应考虑后批张拉钢筋所产生的混凝土弹性压缩，使前批钢筋产生的应力损失。

设第一批张拉钢筋的预应力为  $\sigma_{con}$ ，第二批张拉时混凝土压应力为  $\sigma_{pc}$ ，

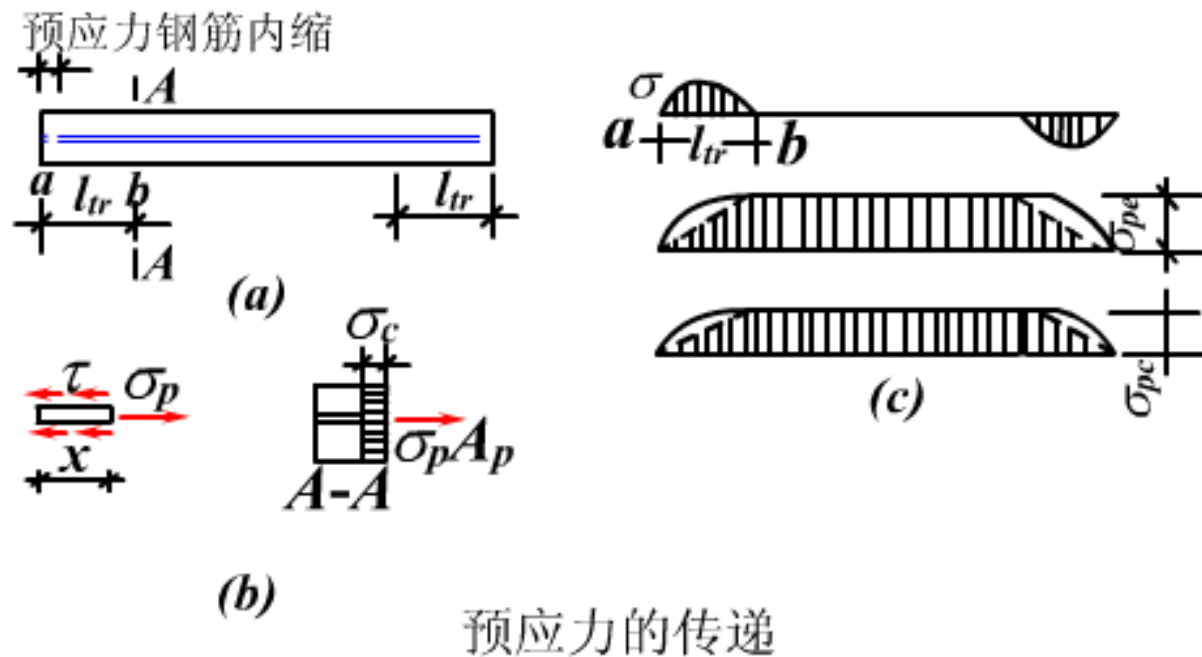


则引起弹性压缩为  $\frac{\sigma_{pc}}{E_c}$ ，相应的第一批预应力钢筋压缩也为  $\frac{\sigma_{pc}}{E_c}$ ，  
 其应力损失为  $E_y \frac{\sigma_{pc}}{E_c} = \alpha_E \sigma_{pc}$

$\therefore$  先批张拉钢筋应力  $= \sigma_{con} - \alpha_E \sigma_{pc}$

### 9.1.10 先张构件预应力钢筋的传递长度

在先张构件预应力钢筋中的预拉应力通过粘结应力方式转变为混凝土的预压应力，显然这需要一定的长度，只要达到此长度后才能保证钢筋与混凝土之间不发生滑移，即无粘结应力，该长度称为传递长度  $l_{tr}$



按《规范》  $L_w = \alpha \cdot \frac{\sigma_{pe}}{f_{tk}} \cdot d$

式中

$\sigma_{pe}$  --放张时钢筋有效预应力值

$d$  --钢筋的公算直径

$\alpha$  --钢筋的外形系数，见表10-7

$f_{tk}'$  --与  $f_{cu}'$  相应的抗拉强度标准值

预应力钢筋外形系数 $\alpha$  表9-7

预应力钢筋 种类	刻痕钢丝	螺旋肋钢丝	钢绞线	
			三股	七股
$\beta$	0.19	0.14	0.16	0.17

显然，在  $L_p$  内预应力筋有效预应力将逐渐减小至零，该区域也称自锚区，只有过了自锚区后才能达到稳定的有效预应力值，在抗剪，抗裂计算时应考虑在传递长度为预应力值较低带来的不利影响。

## 9.2.1 轴拉构件各阶段的受力分析

### 1. 先张构件

#### (1) 施工阶段

1) 张拉钢筋	$\sigma_{pc}$	$\sigma_{pc} = 0$
预应力筋应力	$\sigma_p$	$\sigma_p = \sigma_{con}$
混凝土应力	$\sigma_s$	$\sigma_s = 0$
非预应力筋应力		
预拉力 $N_p$		$N_p = \sigma_p \cdot A_p = \sigma_{con} \cdot A_p$



2) 完成第一批损失 (  $\sigma_{II}$  )

$$\sigma_{FE} = \sigma_{con} - \sigma_{LI}$$

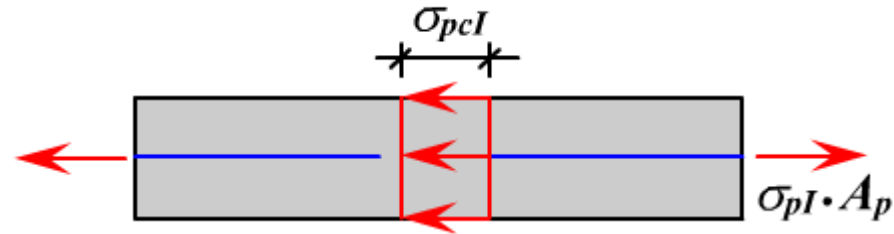
$$\sigma_{PC} = 0$$

$$\sigma_s = 0$$

$$N_{FE} = (\sigma_{con} - \sigma_{LI}) A_p$$

### 3) 放松预应力筋

设放松钢筋时混凝土预压应力为  $\sigma_{pci}$ ，预应力筋应力为  $\sigma_{pi}$ ，非预应力筋应力为  $\sigma_{si}$ 。



由平截面假定得

$$\frac{\sigma_{pci}}{E_c} = \frac{\sigma_{si}}{E_s} \quad \sigma_{si} = \alpha_E \cdot \sigma_{pci}$$

由静力平衡条件得

$$\sigma_{pl} \cdot A_p = \sigma_{pci} \cdot A_c + \sigma_{sl} \cdot A_s = (A_c + \alpha_E A_s) \sigma_{pci}$$

$$\because \sigma_{pci} = \sigma_{pe} - \frac{\sigma_{pci}}{E_c} \times E_s = \sigma_{pe} - \alpha_E \cdot \sigma_{pci}$$

$$\therefore \sigma_{pci} = \frac{\sigma_{pe} \cdot A_p}{A_c + \alpha_E A_s + \alpha_E A_p} = \frac{N_{pl}}{\Delta_n + \alpha_E A_p} = \frac{N_{pl}}{A_0}$$

上式中  $A_c$  --混凝土面积

$A_0$  --换算截面面积

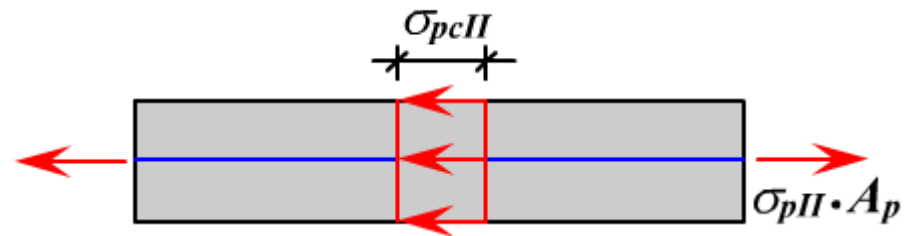
$A_n$  --净截面面积,  $A_n = A_0 - \alpha_E A_p$

$N_{pl}$  --完成第一批损失后, 预应力中总预拉力  $N_{pl} = (\sigma_{con} - \sigma_{L1}) A_p$

4) 完成第二批损失平衡条件得

$$\sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_{LI} - \sigma_{LII} - \alpha_E \cdot \sigma_{pcII} = \sigma_{con} - \sigma_L - \alpha_E \cdot \sigma_{pcII}$$

┌ 弹性压缩



$$\sigma_{peII} A_p = \sigma_{peII} A_c + \sigma_{sII} A_s$$

考虑到混凝土收缩、徐变对于非预应力筋（受压）使其产生压应力，同  $\sigma_{l5}$ ，故

$$\sigma_{sII} = \underbrace{\alpha_E \cdot \sigma_{pcII}}_{\text{弹性压缩}} + \underbrace{\sigma_{L5}}_{\text{由约束引起的压应力}}$$

$$(\sigma_{con} - \sigma_L - \alpha_E \cdot \sigma_{pcII}) A_p = \sigma_{pcII} \cdot A_c + \alpha_E A_s \sigma_{pcII} + \sigma_{L5} \cdot A_s$$

$$\therefore \sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_L) A_p - \sigma_{L5} A_s}{A_0} = \frac{N_{pII} - \sigma_{L5} \cdot A_s}{A_0}$$

式中  $\sigma_{L5}$  --有效预压应力

$\sigma_{pcII}$  --非预应力筋因收缩、徐变产生的应力

$N_{pII}$  --完成损失后的总预拉力， $N_{pII} = (\sigma_{con} - \sigma_L) A_p$

## (2) 使用阶段

1) 加载至混凝土应力为零  $\sigma_{pc0} = 0$

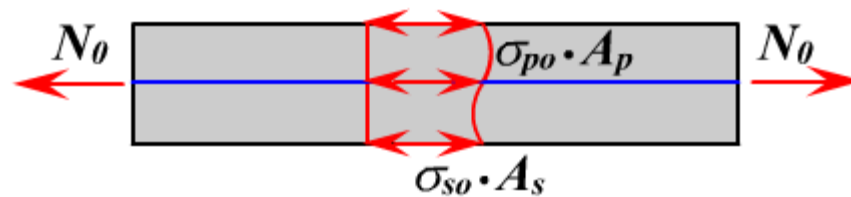
$$\sigma_{po} = \sigma_{con} - \sigma_L$$

$$\sigma_{so} = -\sigma_{Ls}$$

由平衡条件得:  $N_0 = \sigma_{po} \cdot A_p + \sigma_{so} \cdot A_s = (\sigma_{con} - \sigma_L) A_p - \sigma_{Ls} \cdot A_s$

$$N_0 = N_{pII} - \sigma_{Ls} \cdot A_s = \sigma_{pcII} \cdot A_0$$

式中  $N_0$  -- 消压轴力



2) 加载至即将开裂

$$\sigma_{pccr} = f_{tk} \quad (\text{拉})$$

$$\sigma_{scr} = \alpha_E f_{tk} - \sigma_{L5} \quad (\text{拉})$$

$$\sigma_{pcr} = \sigma_{po} + \alpha_E f_{tk} = \sigma_{con} - \sigma_L + \alpha_E f_{tk}$$

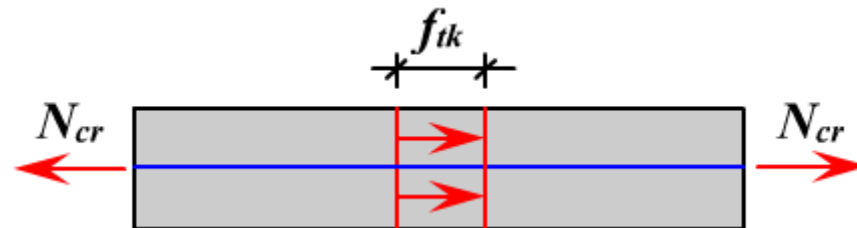
由平衡条件得

$$N_{cr} = \sigma_{po} A_p + \sigma_{scr} A_s + \sigma_{pccr} A_c$$

$$N_{cr} = (\sigma_{con} - \sigma_L + \alpha_E f_{tk}) A_p + (\alpha_E f_{tk} - \sigma_{L5}) A_s + f_{tk} A_c$$

$$N_{cr} = (\sigma_{con} - \sigma_L) A_p - \sigma_{L5} A_s + f_{tk} (A_c + \alpha_E f_s + \alpha_E f_p)$$

$$N_{cr} = \sigma_{pcII} A_0 + f_{tk} A_0 = (\sigma_{pcII} + f_{tk}) A_0$$



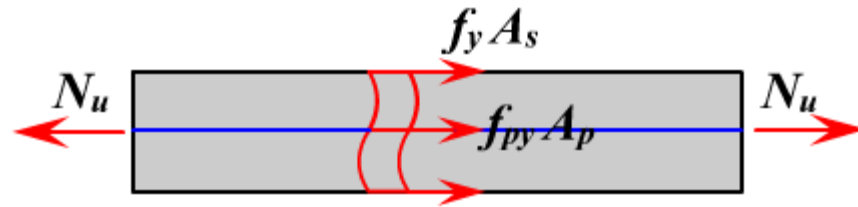
### 3) 加载至破坏

破坏时

$$\sigma_{pu} = f_{py} \quad \sigma_{su} = f_y$$

由平衡条件得

$$N_u = \sigma_{pu} \cdot A_p + \sigma_{su} \cdot A_s = f_{py} A_p + f_y A_s$$





## (2) 使用阶段

### 1) 消压至零

$$\sigma_{po} = \sigma_{peII} + \alpha_E \sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_L + \alpha_E \sigma_{peII}$$

$$\sigma_{so} = \sigma_{L5} \quad (\text{拉应力})$$

$$\sigma_{pco} = 0$$

$$\therefore N_0 = \sigma_{po} A_p - \sigma_{L5} A_s = (\sigma_{con} - \sigma_L + \alpha_E \sigma_{peII}) A_p - \sigma_{L5} A_s$$

$$N_0 = N_{peII} - \sigma_{L5} A_s + \alpha_E \sigma_{peII} A_p$$

$$N_0 = (A_n + \alpha_E A_p) \sigma_{peII} = A_0 \sigma_{peII}$$

## 2) 加载至开裂

$$\sigma_{pcr} = \sigma_{po} + \alpha_E f_{tk} = \sigma_{con} - \sigma_L + \alpha_E \sigma_{pcII} + \alpha_E f_{tk}$$

$$\sigma_{pccr} = f_{tk} \quad (\text{拉})$$

$$\sigma_{scr} = \sigma_{so} + \alpha_E f_{tk} = \alpha_E f_{tk} - \sigma_{Ls} \quad (\text{拉})$$

由平衡方程得

$$N_{cr} = \sigma_{pcr} A_p + \sigma_{pccr} A_c + \sigma_{scr} A_s$$

$$N_{cr} = (\sigma_{con} - \sigma_L + \sigma_{pcII} + \alpha_E f_{tk}) A_p + f_{tk} A_c + (\alpha_E f_{tk} - \sigma_{Ls}) A_s$$

$$N_{cr} = N_{pII} + \alpha_E \sigma_{pcII} \cdot A_p + \alpha_E f_{tk} A_p + f_{tk} A_c + \alpha_E f_{tk} A_s - \sigma_{Ls} A_s$$

$$N_{cr} = \sigma_{pcII} (A_{te} + \alpha_E A_p) + f_{tk} A_0 = (\sigma_{pcII} + f_{tk}) A_0$$

### 3) 加载至破坏

$$\sigma_{pu} = f_{py} \quad \sigma_{su} = f_y$$

$$\therefore N_u = f_{py} A_p + f_y A_s$$

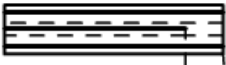
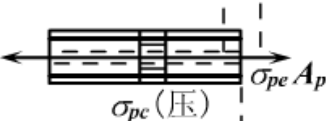



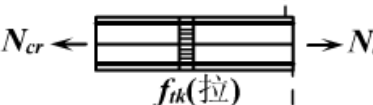

先张法预应力混凝土轴心受拉构件各阶段的应力分析

表9-8

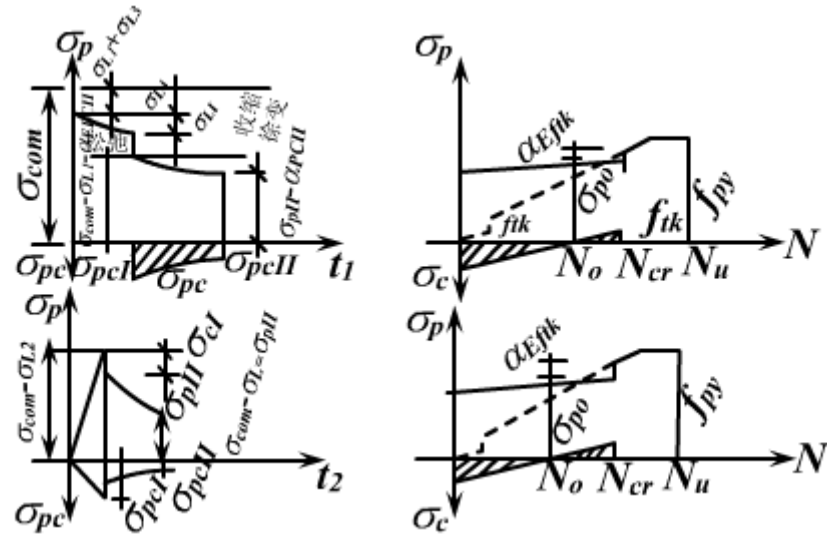
受力阶段	简图	预应力钢筋应力 $\sigma_p$	混凝土应力 $\sigma_{pc}$	非预应力钢筋应力 $\sigma_s$
施工阶段	a. 在台座上穿钢筋	0	--	--
	b. 张拉预应力钢筋	$\sigma_{con}$	--	--
	c. 完成第一批损失	$\sigma_{con} - \sigma_{l1}$	0	0
	d. 放松钢筋	$\sigma_{pe1} = \sigma_{con} - \sigma_{l1} - \alpha_E \sigma_{pc1}$	$\sigma_{pc1} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{l1}) A_p}{A_0}$ (压)	$\sigma_{s1} = \alpha_E \sigma_{pc1}$ (压)
	e. 完成第二批损失	$\sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_{lI} - \alpha_E \sigma_{pcII}$	$\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{lI}) A_p}{A_0}$ (压)	$\sigma_{sII} = \alpha_E \sigma_{pcII} + \sigma_{l5}$ (压)
使用阶段	f. 加载至 $\sigma_{pc} = 0$	$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_{lI}$	0	$\sigma_{l5}$ (压)
	g. 加载至裂缝即将出现	$\sigma_{pcr} = \sigma_{con} - \sigma_{lI} + \alpha_E f_{tk}$	$f_{tk}$ (拉)	$\alpha_E f_{tk} - \sigma_{l5}$ (拉)
	h. 加载至破坏	$f_{py}$	0	$f_y$ (拉)

# 后张法预应力混凝土轴心受拉构件各阶段的应力分析

表9-9

受力阶段	简 图	预应力钢筋应力 $\sigma_p$	混凝土应力 $\sigma_{pc}$	非预应力钢筋应力 $\sigma_s$	
施 工 阶 段	a.穿钢筋		0	0	0
	b.张拉钢筋		$\sigma_{con} - \sigma_{l2}$	$\sigma_{pc} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{l2})A_p}{A_n}$ (压)	$\sigma_s = \alpha_E \sigma_{pc}$ (压)
	c.完成第一批损失		$\sigma_{peI} = \sigma_{con} - \sigma_{l1}$	$\sigma_{pcI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{l1})A_p}{A_n}$ (压)	$\sigma_{sI} = \alpha_E \sigma_{pcI}$ (压)
	d.完成第二批损失		$\sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_l$	$\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_l)A_p - \sigma_{l5}A_s}{A_n}$ (压)	$\sigma_{sII} = \alpha_E \sigma_{pcII} + \sigma_{l5}$ (压)
使 用 阶 段	e.加载至 $\sigma_p = 0$		$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_E \sigma_{pcII}$	0	$\sigma_{l5}$ (压)
	f.加载至裂缝即将出现		$\sigma_{pcr} = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_E \sigma_{pcII} + \alpha_E f_{tk}$	$f_{tk}$ (拉)	$\alpha_E f_{tk} - \sigma_{l5}$ (拉)
	g.加载至破坏		$f_{py}$	0	$f_y$ (拉)

先后张法轴拉构件中  $\sigma_p$  和  $\sigma_c$  情况如下图



### 3. 先后张法应力计算比较

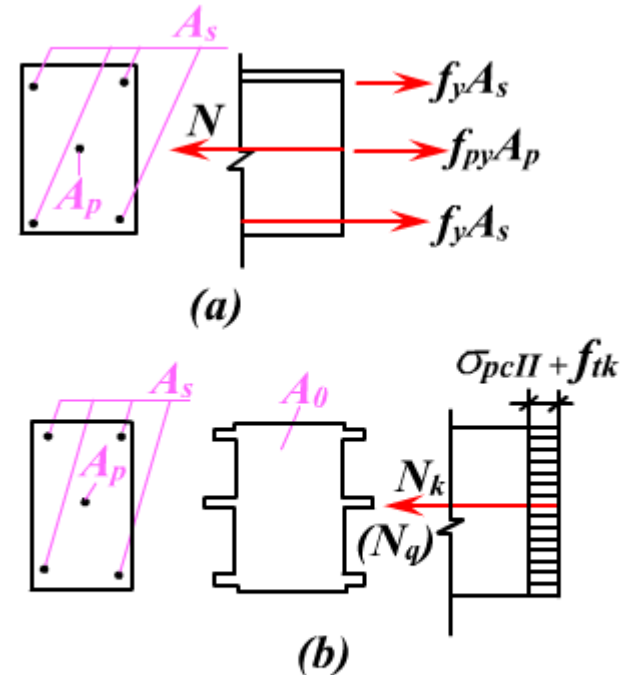
- 1)  $\sigma_{pcII}$  计算公式相近，先张法用  $A_0$ ，后张法用  $A_n$ ，在其它相同时，必有后张构件  $\sigma_{pcII}$  高。
- 2)  $N_0, N_{cr}, N_u$ ，计算公式完全相同。
- 3) 从施工至破坏，预应力钢筋应力始终较高。
- 4) 有效预压应力有  $\sigma_{pcII}$  直接提高了混凝土抗裂度。
- 5) 施加预应力并不提高承载能力。

## 9.2.2 轴拉构件使用阶段的计算

### 1. 使用阶段承载力计算

式中  $N$  -- 轴向拉力设计值

$$N \leq N_u = f_{py} A_p + f_y A_s$$



预应力构件轴心受拉使用阶段承载力计算图式

(a) 预应力轴心受拉构件的承载力计算图式

(b) 预应力轴心受拉构件的抗裂度验算图式



## 2. 抗裂度及裂缝宽度验算

由前得

$$N \leq N_{cr} = (\sigma_{pcII} + f_{tk}) A_0$$

$$\frac{N}{A_0} \leq \sigma_{pcII} + f_{tk}$$

$$\sigma_c - \sigma_{pcII} \leq f_{tk}$$

规范采用三级裂缝控制等级

(1) 一级--严格要求不开裂

$$\sigma_{ck} - \sigma_{pcII} \leq 0$$

└─ 荷载效应标准组合产生的应力

(2) 二级--一般要求不开裂

在荷载效应的标准组合下

$$\sigma_{sk} - \sigma_{pclI} \leq f_{tk}$$

在荷载效应的准永久组合下

$$\sigma_{eq} - \sigma_{pclI} \leq 0$$

(3) 三级--允许开裂

$$W_{\max} = \alpha_{cr} \psi \frac{\sigma_{sk}}{E_s} \left( 1.9c + 0.08 \frac{d_{eq}}{\rho_{te}} \right) \leq W_{Lim}$$

### 9.2.3 施工阶段验算

#### 1. 张拉（或放松）预应力筋时构件的承载力验算

$$\sigma_{cc} \leq 0.8 f_{ck}$$

└ 放张时强度

先张法: 
$$\sigma_{cc} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{L1}) A_p}{A_0}$$

后张法: 
$$\sigma_{cc} = \frac{\sigma_{con} A_p}{A_n}$$

#### 2. 端部局部受压验算 略

## 9.2.4 设计步骤

