Chap.3 受弯构件的正截面受弯承载力

第1节　梁板的一般构造

第2节　受弯构件正截面的受弯性能

第3节　正截面受弯承载力计算原理

第4节　单筋矩形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算

第5节　双筋矩形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算

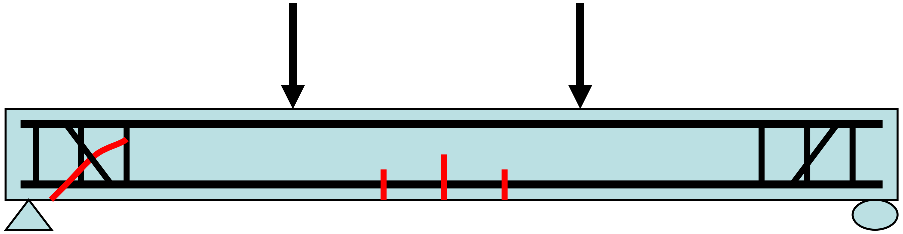
第6节　T形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算

受弯构件——弯矩和剪力共同作用的构件

EX 梁、板

正截面——与计算轴线相垂直的截面

正截面受弯承载力——



正截面裂缝

↓

正截面破坏

↓

要保证正截面的结构安全： **M≤Mu**

正截面承担的弯矩≤正截面的极限弯矩

正截面受弯承载力

——正截面上的极限弯矩**Mu**

即正截面上材料所提供的抗力

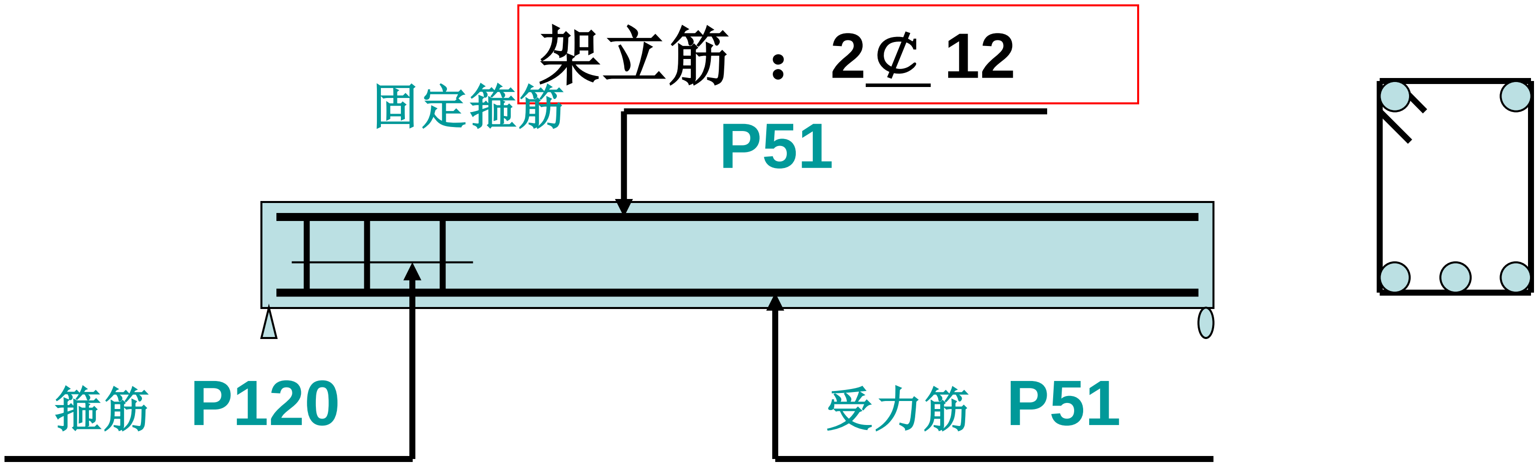
第一节 梁板的一般构造

就是一些规定

是对结构计算及计算未及内容的补充，

是经验的总结

一 梁的构造



宜采用HPB235, HRB335,HRB400

6，8，10

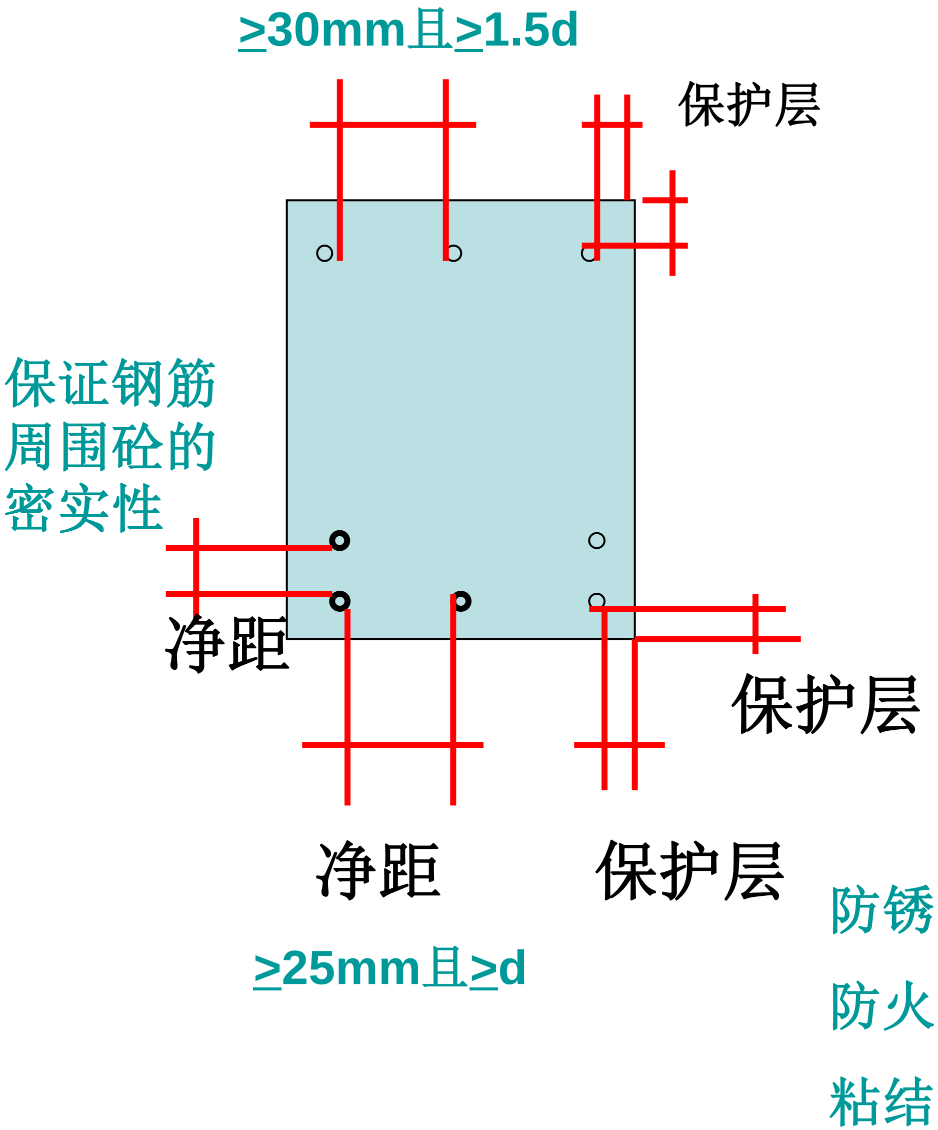
◎100～250

宜采用HRB400 RRB400及HRB335

12，14，16，18，20，22，25

宜3～4根以上（含）

级差2mm以上（含） 施工中便于肉眼识别



i对齐——便于浇捣

ii 净距——P35图3—2

iii 最小保护层与环境类别有关

——P295附表4—4

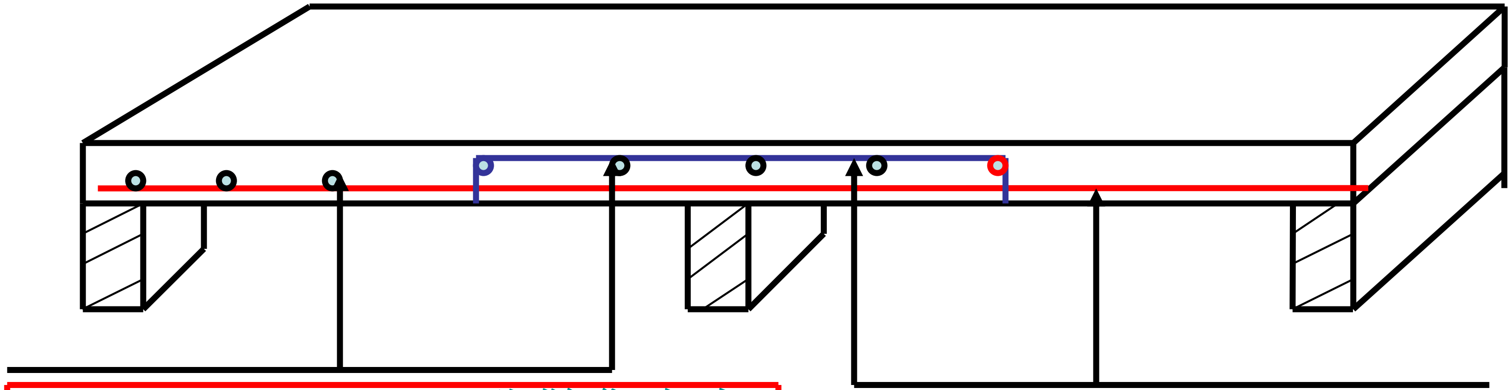
环境类别为一类（室内环境）

梁最小保护层： 25mm

板最小保护层：15mm

二 板的构造

b比h大很多



分布筋（内侧）

分散集中力

固定钢筋

抵抗温度应力

宜采用:

HRB400 HRB335和HPB235

6,8

@≤ 200~250

As $\begin{cases} \geq 15\% As_{受力筋} \\ \geq 0.15\% bh \end{cases}$

1000mm

受力筋

常选HRB400和HRB335

6,8,10,12

@70~200

板面钢筋≥ 8mm防踩塌下曲

研究思路：

- 试验
  - 主要因素
  - 典型破坏方式
    - 其一 → 建立公式、适用条件
    - 其它 → 构造避免

下一节课

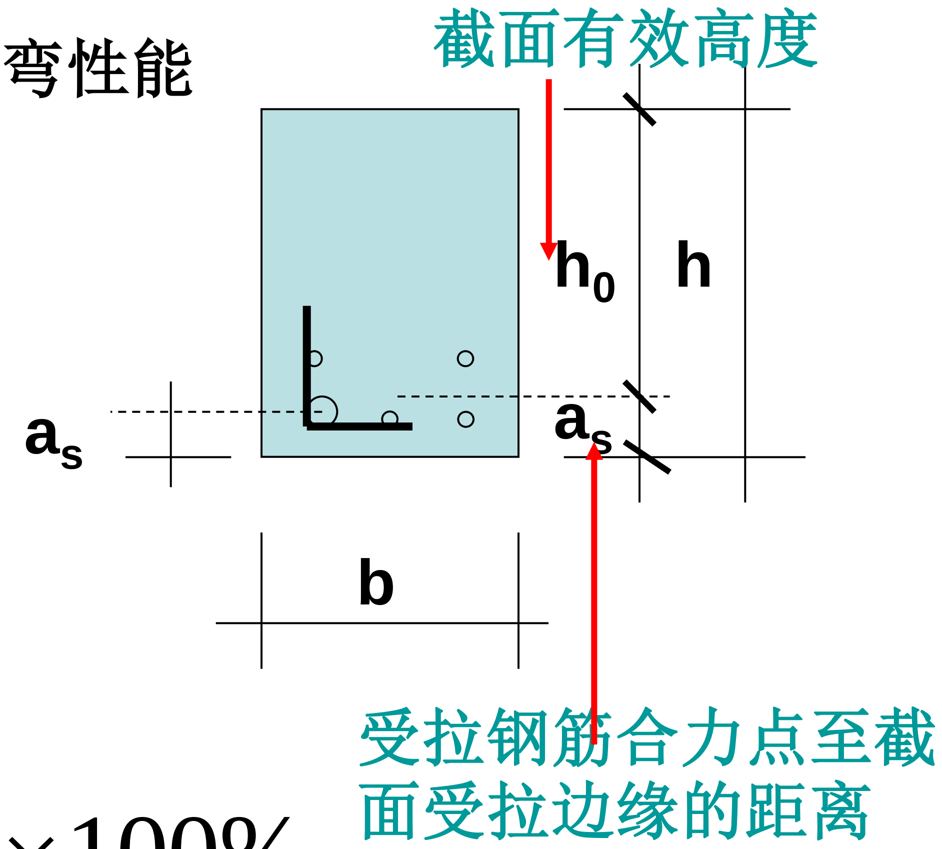
我们主要进行试验研究

重点研究受弯构件正截面的受弯性能

第二节 受弯构件正截面的受弯性能

一 正截面的破坏形态

1 截面配筋率



$$\rho = \frac{A_S}{bh_0} = \frac{A_S}{b(h - a_s)} \times 100\%$$

近似取：

一类环境（室内正常环境）

板：as=20mm

梁：一排　as=35mm

两排　as=60mm

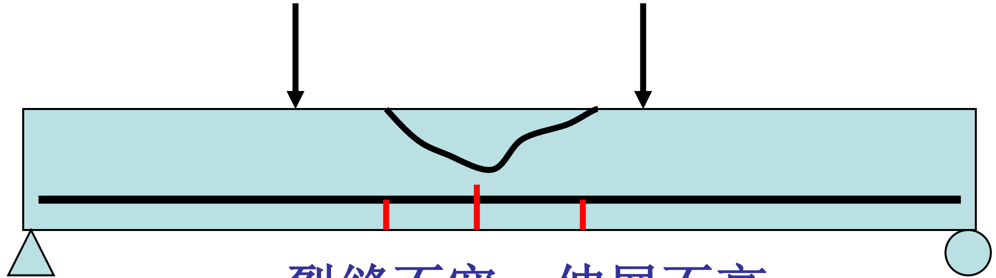
二类环境（室内潮湿环境，寒冷地区的露天环境等）：

as增大5～10mm

2 三种破坏形态 P59图4—8

（1）超筋破坏

ρ比较大



裂缝不宽，伸展不高

砼先压碎，砼外边缘应变 $\longrightarrow \varepsilon_{cu}$ 砼极限压应变

钢筋应力 $<$ fy 屈服强度

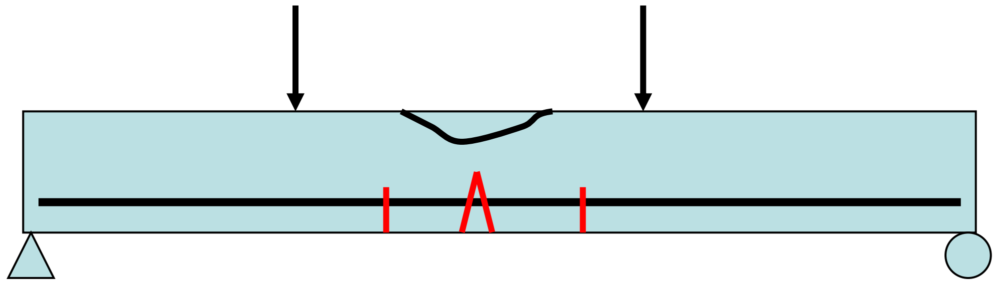
$\longrightarrow$ 脆性破坏

由于破坏开始于受压区砼突然压碎，破坏时没有明显预兆

破坏突然，钢筋浪费，不经济——不允许

（2） 适筋破坏

ρ 适中



钢筋应力 先 $\longrightarrow$ fy 屈服强度

然后砼压碎，砼外边缘应变 $\longrightarrow \varepsilon_{cu}$ 砼极限压应变

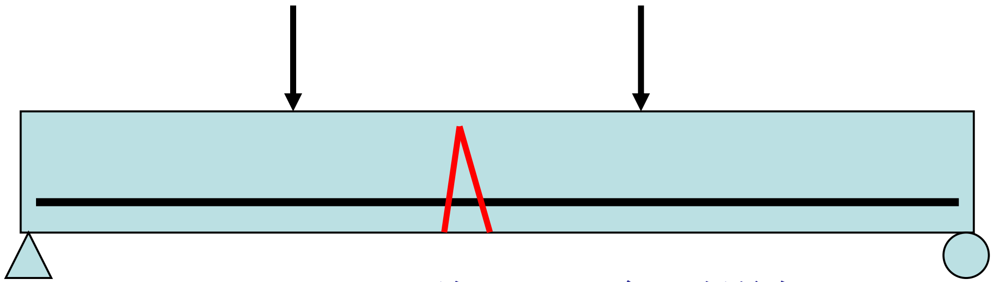
$\Rightarrow$ 延性破坏

由于破坏开始于受拉钢筋屈服，塑性变形较大，引起f,w激增，破坏时有明显预兆

破坏时有预兆，材料被充分利用——设计之

（3）少筋破坏

ρ 比较少



一旦开裂，**f w** 急剧增加

钢筋很快达到**fy**，并很快进入强化阶段，甚至拉断

砼外边缘压应力很小，应变 ε_{cu} 砼极限压应变

《

⟹ 脆性破坏

由于它的破坏特点是一裂即坏，
破坏时没有明显预兆

破坏突然，截面大，承载力低——土木工程设计中**不允许**

3适筋梁与超筋梁和少筋梁的界限:

界限破坏（平衡破坏）：

钢筋屈服的同时砼压碎

超筋梁

ρ大

适筋梁

ρ 适中

少筋梁

ρ小

$\rightarrow \boxed{\rho_b}$ 称：界限配筋率

平衡配筋率

适筋梁最大配筋率

界限破坏:

极限破坏弯矩Mu^0 ＝ 开裂弯矩Mcr^0

$\rightarrow \boxed{\rho_{\min}}$ 适筋梁最小配筋率

研究方向：

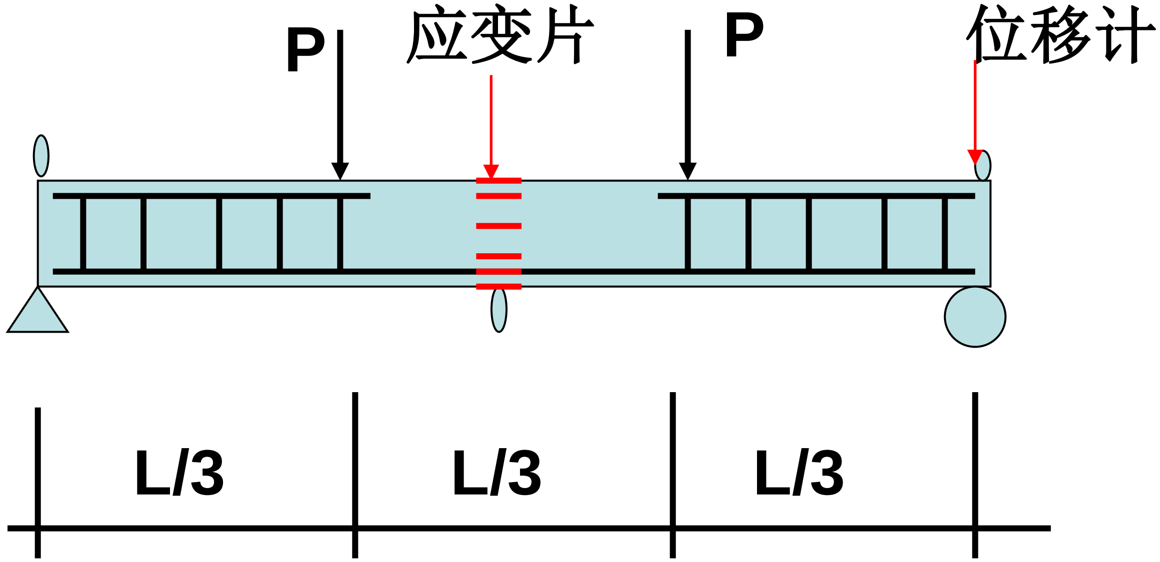
重点研究适筋梁破坏

给出界限配筋率 ρ_b

最小配筋率 $\rho_{\min}$

二 适筋梁受力全过程分析

1 试验 P53图4—4



观察加载后梁的受力全过程

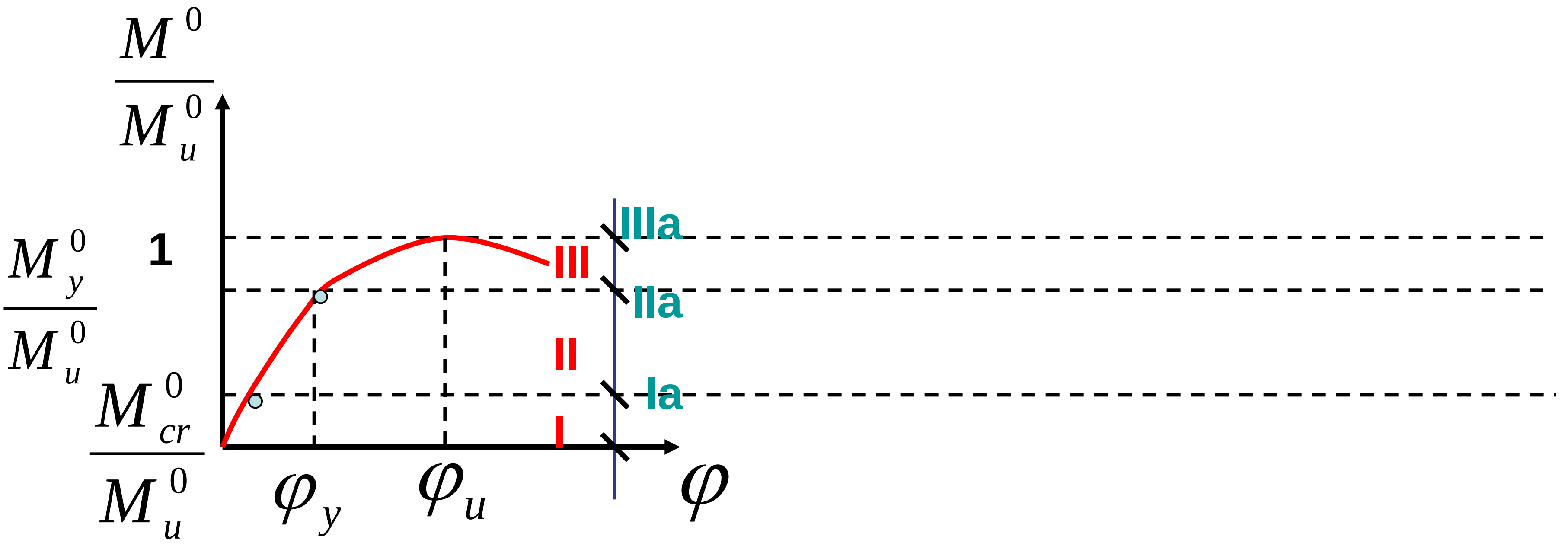
$0 \xrightarrow{\textbf{P}} \textbf{Pu} \quad \Longrightarrow \quad 0 \xrightarrow{\textbf{M}} \textbf{Mu}$

$$\left\{\begin{array}{l} \textbf{f}（\varphi）\text{(挠度或截面曲率)} —— \textbf{P38图3—5} \\ \\ \sigma_s \text{（钢筋应力）} —— \textbf{P40图3—7（b）} \\ \\ \varepsilon \text{（截面应变）} —— \textbf{P40图3—7（a）} \end{array}\right.$$

挠度
系数

$$\underline{f} = S\frac{ML^2}{EI} = S\underline{\varphi}L^2$$

(1) $\frac{M^0}{M_u^0} \sim \varphi$ 截面曲率



特点：两个转折点

三个受力阶段

两个转折点
- 砼开裂
- 钢筋屈服

三阶段

I——未裂阶段（$M\sim\varphi$：近似直线

梁外观：没有裂缝，挠度很小）

Ia：抗裂设计的依据

II——带裂缝工作阶段（$M\sim\varphi$：曲线

梁外观：有裂缝，挠度不明显）

II：变形与裂缝宽度设计的依据

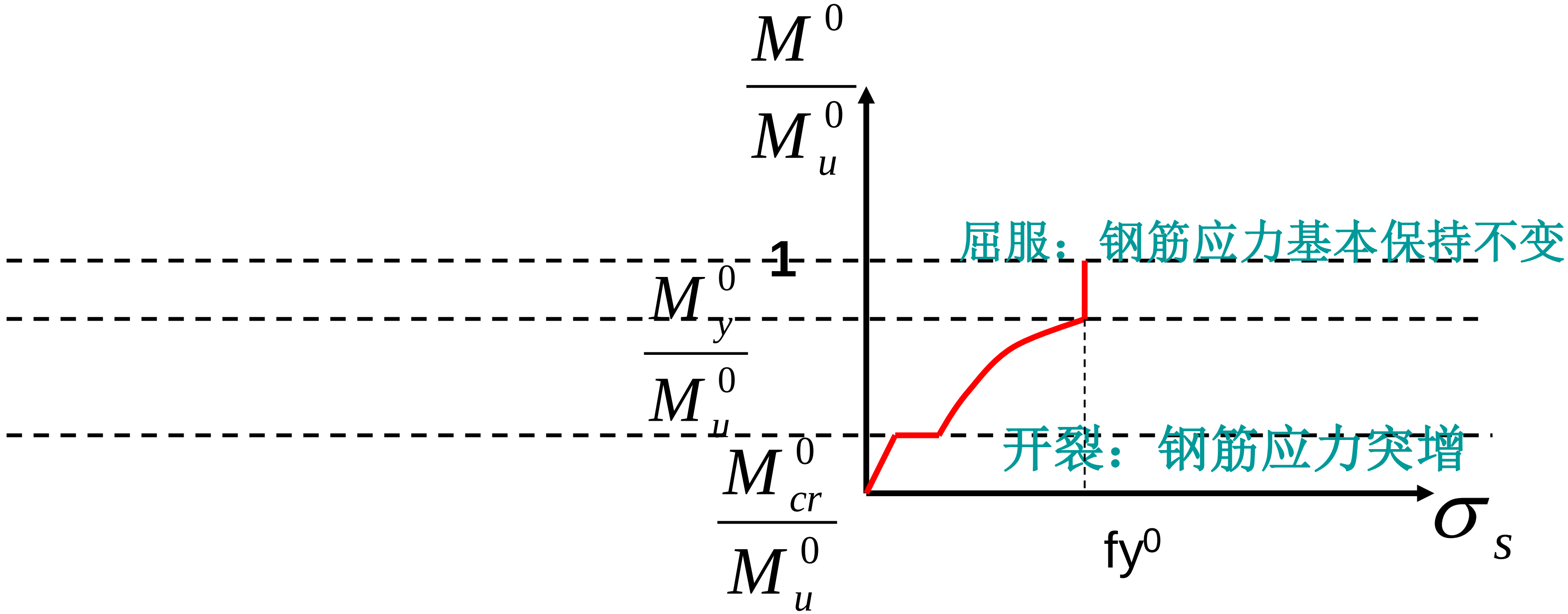
III——破坏阶段（$M\sim\varphi$：接近水平线

梁外观：钢筋屈服，**W**宽，**f**大）

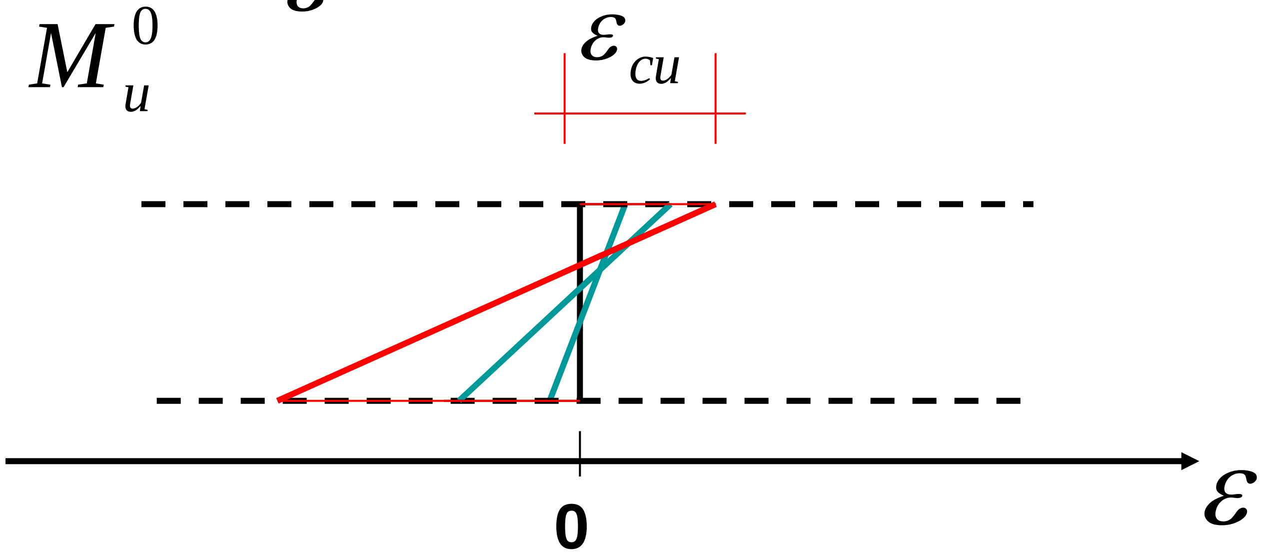
IIIa：强度设计的依据

本章：研究受弯承载力

（2） $\dfrac{M^0}{M_u^0} \sim \sigma_s$



（3）$\dfrac{M^0}{M_u^0} \sim \varepsilon$



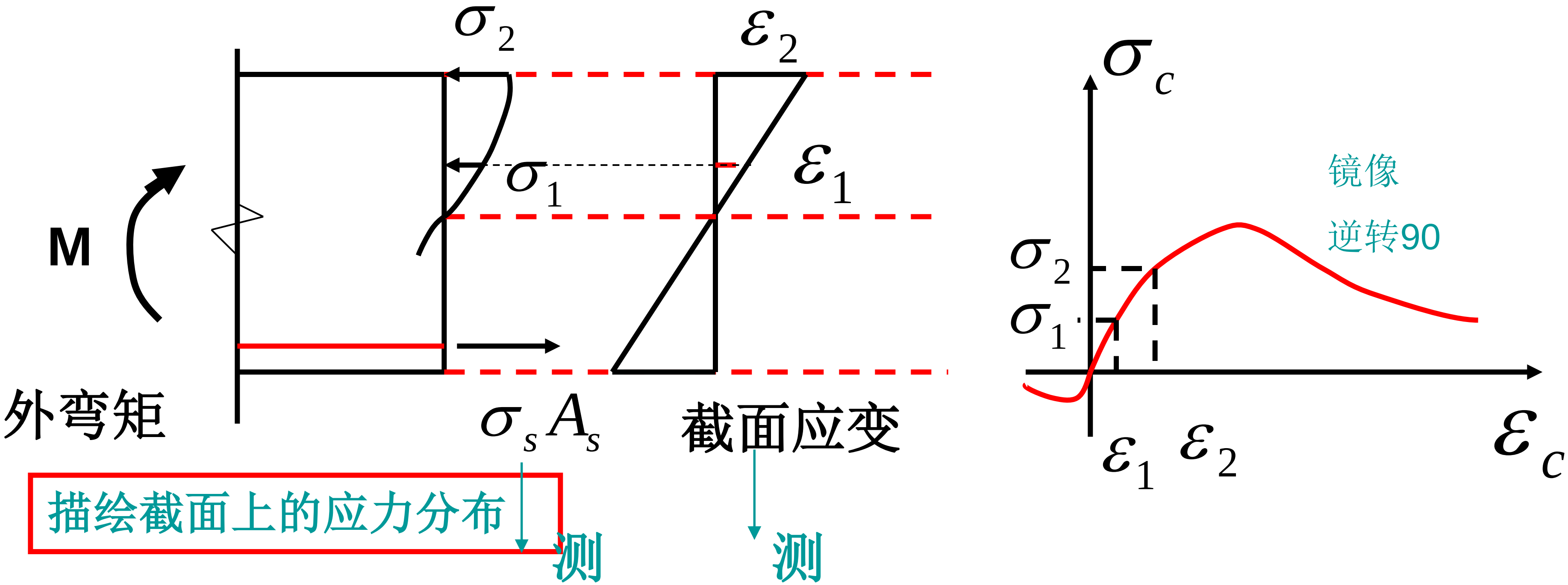
指量测标距较大，跨越若干条裂缝，
测得的应变平均值

i 砼和钢筋的平均应变保持平面

ii 随着M增加，中和轴上升，压区高度减小

iii破坏时，砼外边缘应变为 ε_{cu}

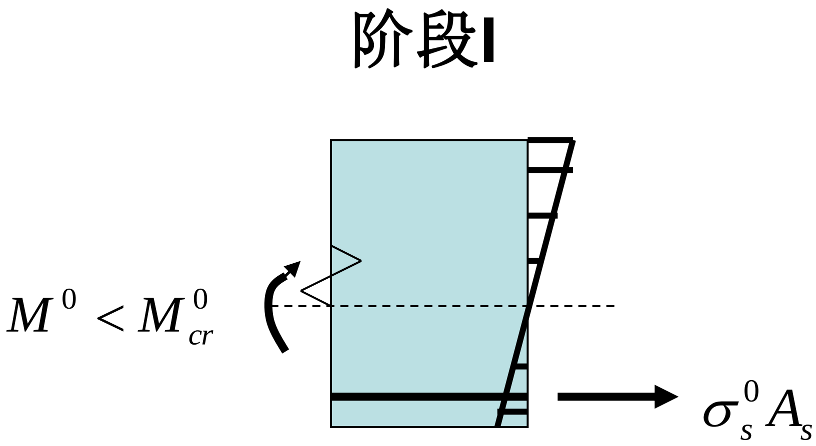
2受力全过程分析

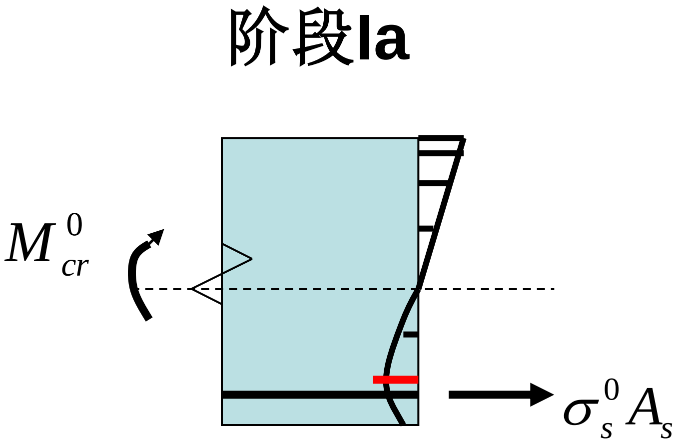


描述每一阶段截面上的应力分布

全过程分析

（1）第I阶段及Ia：





受压区：　直线

受拉区：　前期为直线，后期为有上升段的曲线，

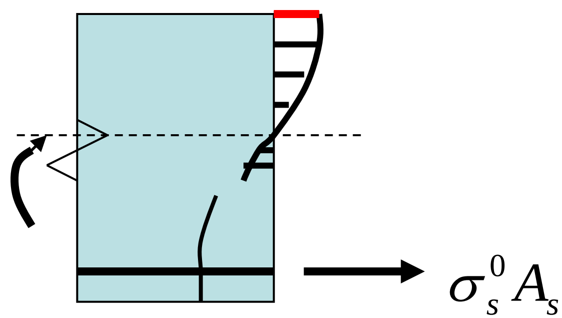
应力峰值不在受拉区的边缘

钢筋应力：很小

（2）第II阶段：

阶段II：

$$M_{cr}^{0} \le M^{0} < M_{y}^{0}$$



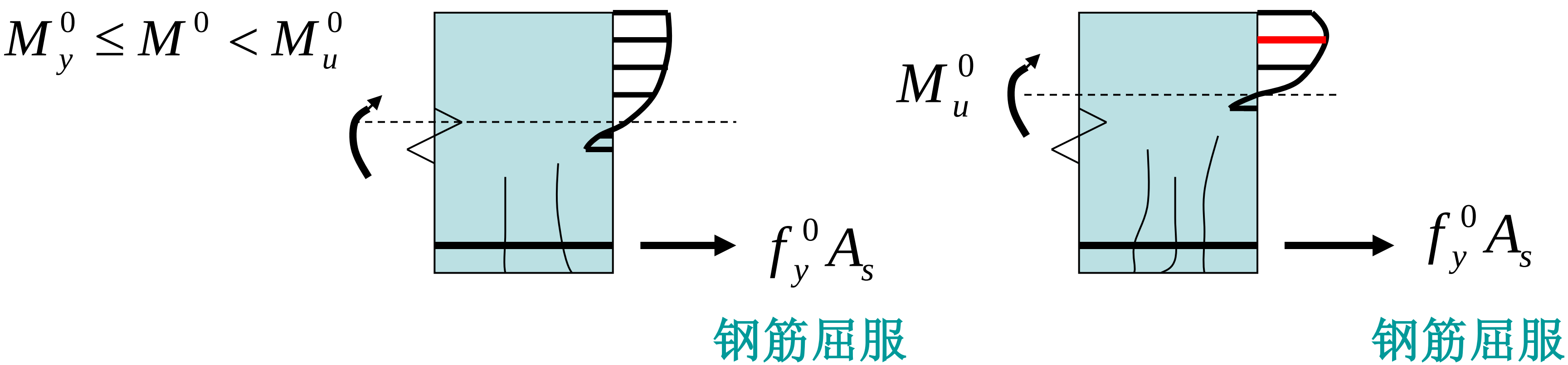
受压区：　受压区高度减小，砼的应力图形为上升段的曲线，应力峰值在受压区的边缘

受拉区：　大部分退出工作

钢筋应力：未达到屈服

（3）第II阶段及IIIa：

阶段III ：　　　　　　阶段IIIa



本章：IIIa

受压区： 受压区高度进一步减小，砼压应力图形为较丰满的曲线，后期为有上升段与下降段的曲线，应力峰值不在受压区边缘，而在边缘的内侧

受拉区： 绝大部分退出工作

钢筋应力： 达到屈服，并保持屈服强度不变

下一节课

将学习正截面受弯承载力计算原理，

给出基本假定，推导平衡方程

第三节 正截面受弯承载力计算原理

主要任务：给出正截面破坏的基本假定

推导适筋梁的平衡方程

一 基本假定 P45

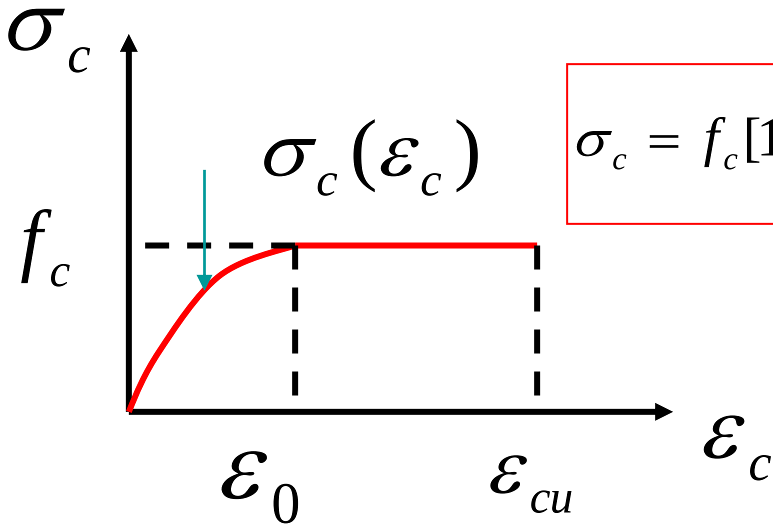
1 截面应变保持平面（平截面假定）

2 不考虑砼的抗拉强度

3 砼 $\sigma_c \sim \varepsilon_c$ 假定 P45图3—11

4 钢筋 $\sigma \sim \varepsilon$ 假定

砼



$$\sigma_c = f_c[1-(1-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0})^n]$$

砼应力应变曲线参数
P46表3—3

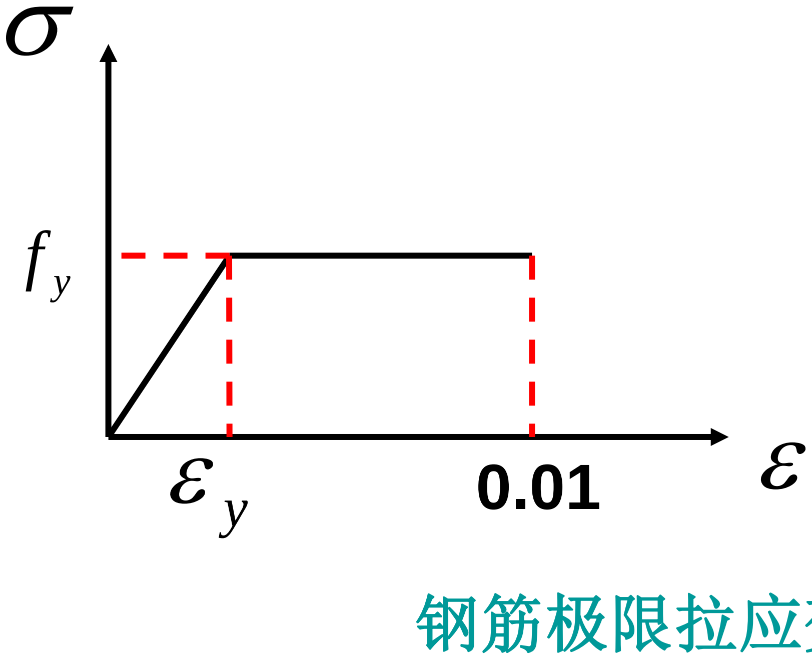
EX： $\leq$ C50

n=2 $$\sigma_c = f_c[1-(1-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0})^2]$$

ε_0 **=0.002**

ε_{cu} **=0.0033**

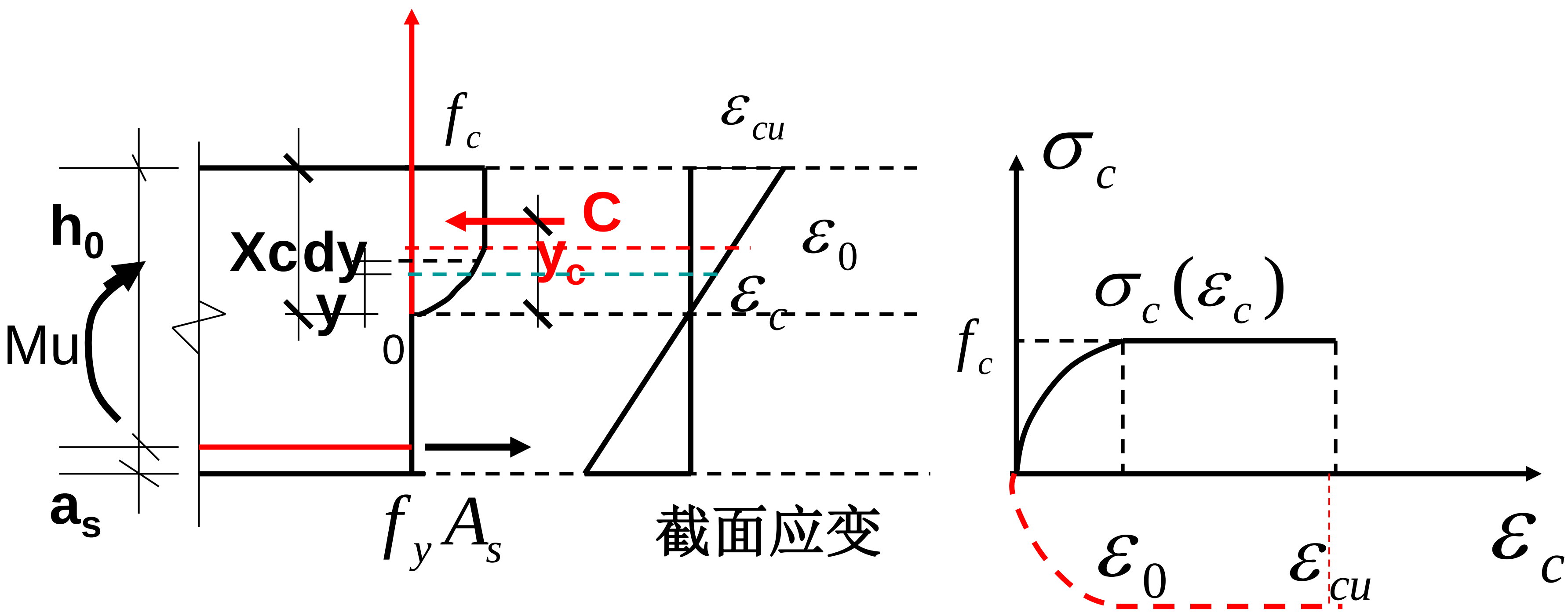
钢筋



假定4：是指钢筋屈服后，应力保持屈服强度不变

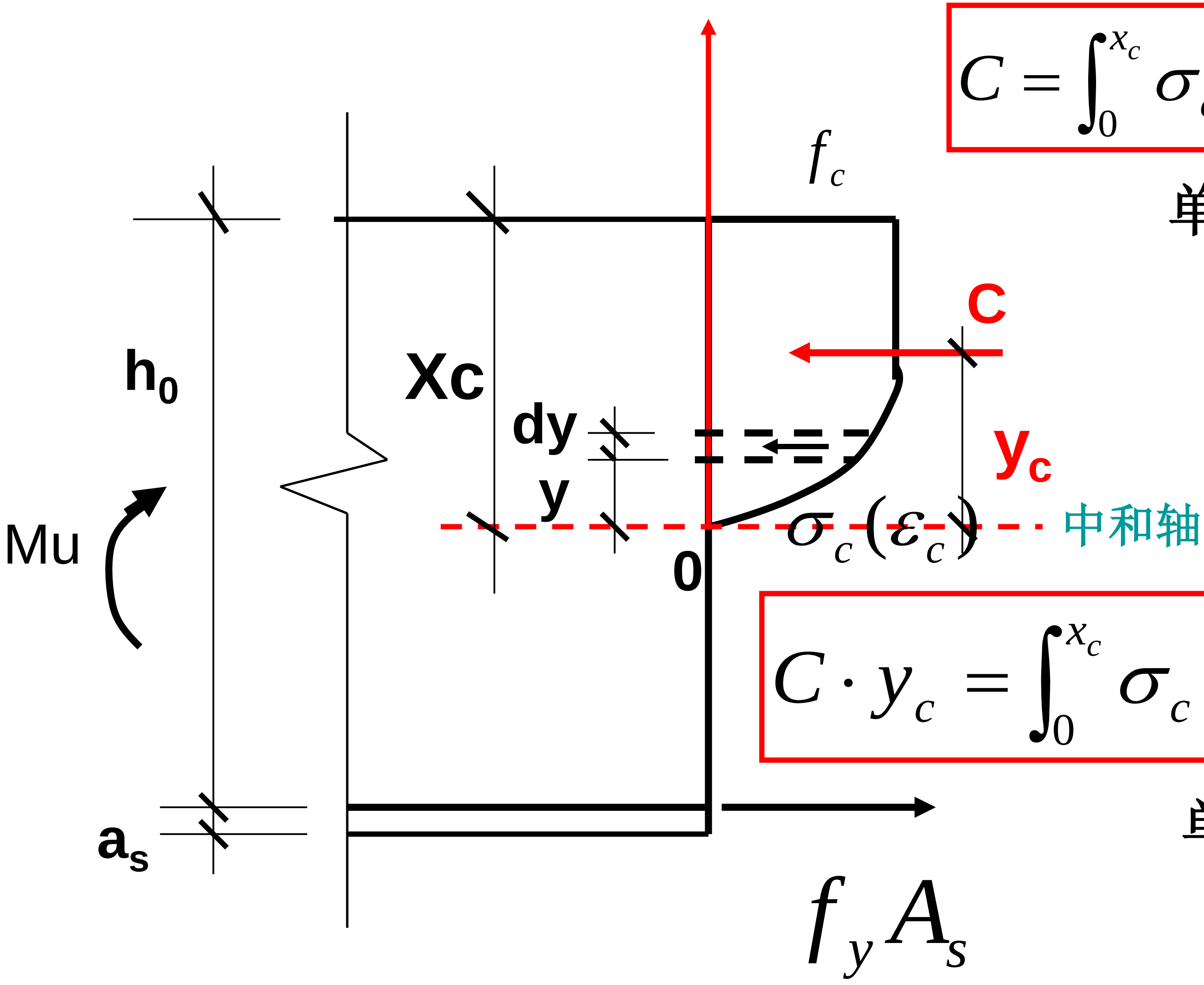
二 理论分析

1 截面应力图



IIIa：截面承受极限弯矩Mu，钢筋屈服，砼压碎

2 压应力合力C及其作用点yc



$$\boxed{C = \int_0^{x_c} \sigma_c(\varepsilon_c) b dy}$$

单元力

$$\boxed{C \cdot y_c = \int_0^{x_c} \sigma_c(\varepsilon_c) b dy \cdot y}$$

单元力×y

砼轴心抗压强度

$$C = X_c \cdot b \cdot k_1 f_c$$

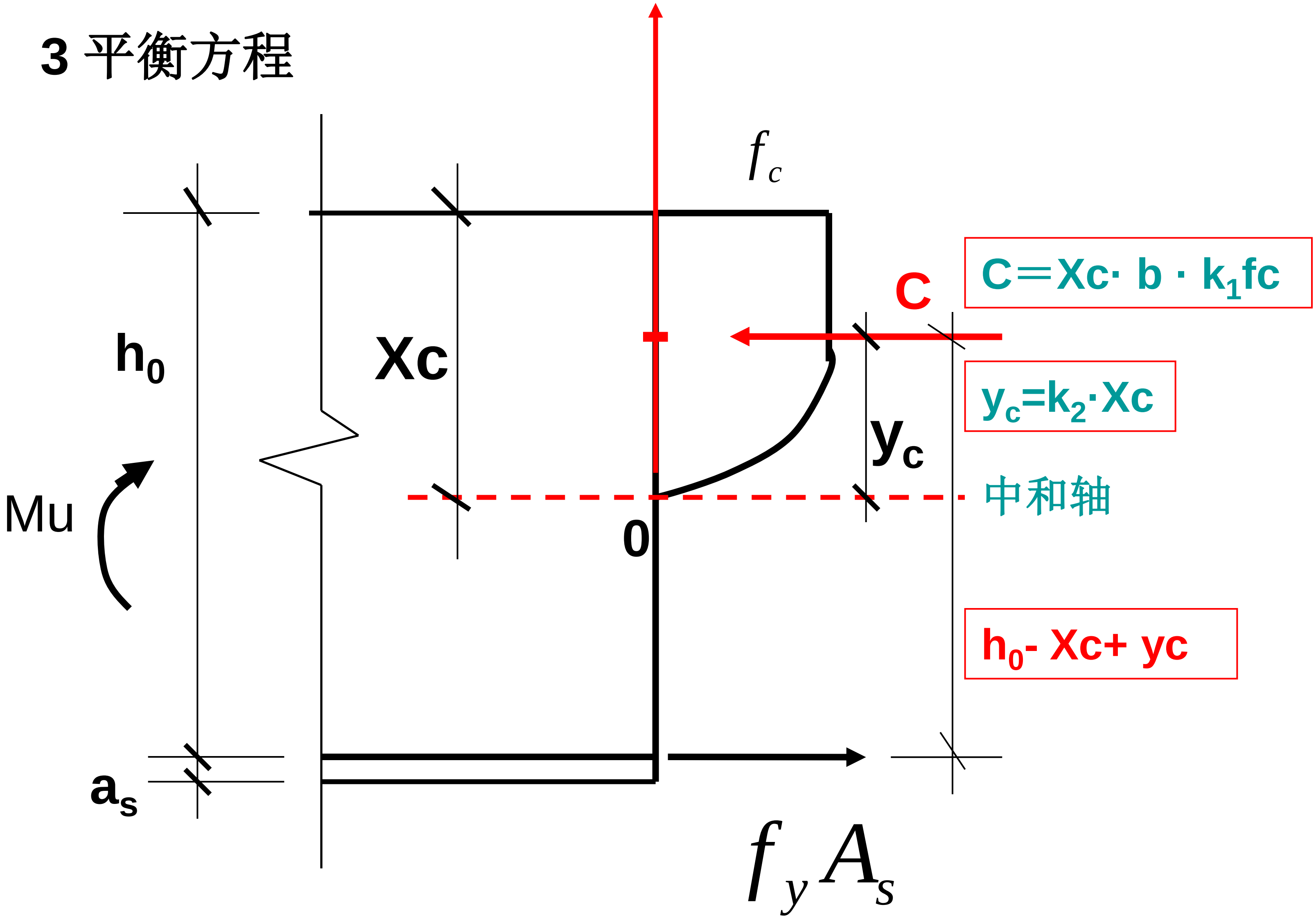
$$y_c = k_2 \cdot X_c$$

k_1 k_2 ——砼受压应力应变曲线系数　　P46表3—4

EX： $\leq$ C50　　K1=0.797

K2=0.588

3 平衡方程



f_c
C
$C=Xc \cdot b \cdot k_1 fc$
h_0
Xc
$y_c=k_2 \cdot Xc$
y_c
Mu
中和轴
0
h_0- Xc+ yc
a_s
$f_y A_s$

$C = X_c \cdot b \cdot k_1 f_c$

$$\begin{cases} \sum X = 0 & f_y A_S = C \longrightarrow X_c \\ \sum M_C = 0 & M_u = f_y A_S (h_0 - x_c + y_c) \end{cases}$$

Xc 中间变量

$y_c = k_2 \cdot X_c$

正截面受弯承载力

或称正截面的极限弯矩

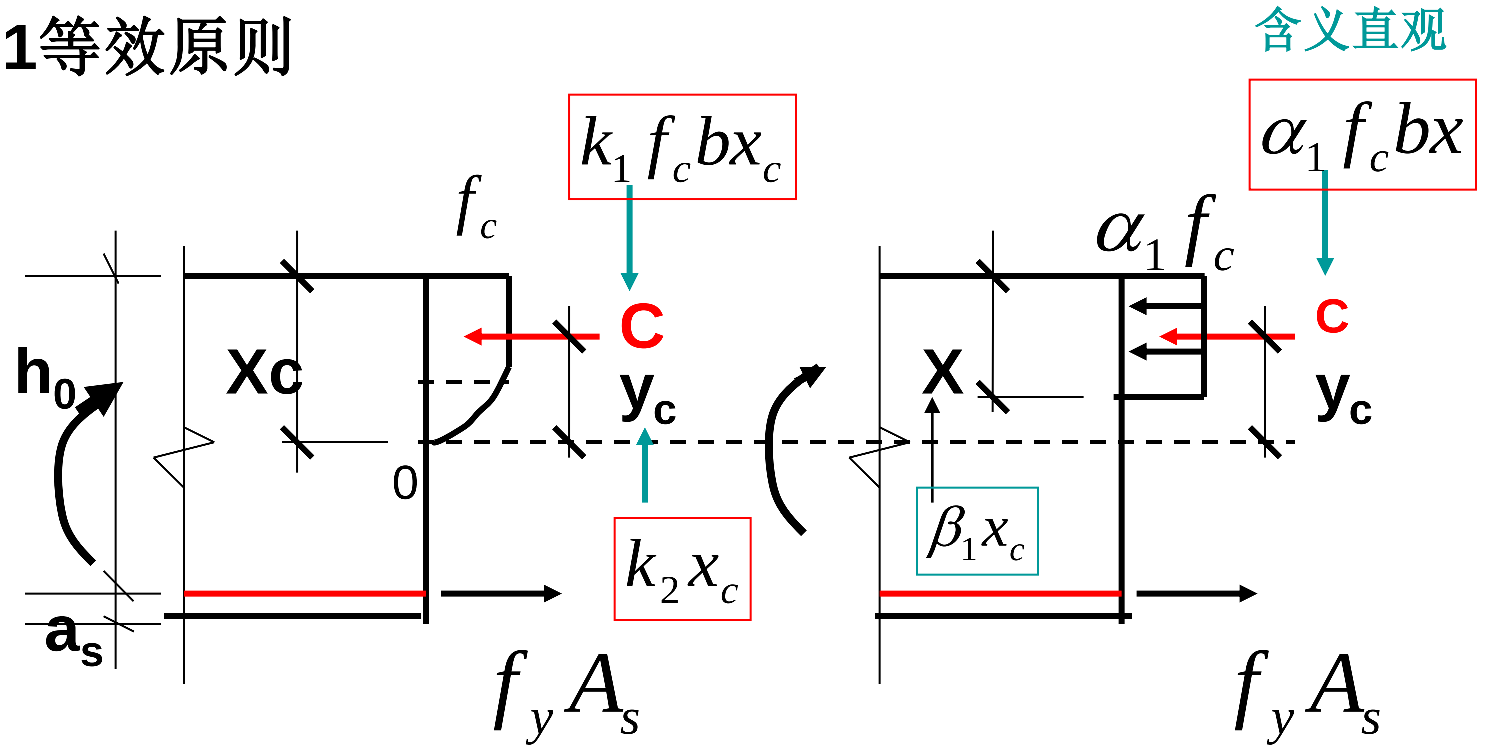
结构抗力 $R = (f_y, f_c, \alpha_k \cdots)$

缺点：曲线应力图， 合力C的含义不直观

方程不简便

三 等效矩形应力图

1等效原则



等效原则： 合力大小相等

作用点不变

2 等效矩形应力图系数

$$C = \alpha_1 f_c bx = k_1 f_c bx_c$$

$$\longrightarrow \quad \alpha_1 = \frac{k_1 x_c}{x} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\alpha_1 = \frac{k_1}{2(1-k_2)}}$$

$$x = \beta_1 x_c = 2(x_c - y_c) = 2(x_c - k_2 x_c) = 2(1-k_2)x_c$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\beta_1 = 2(1-k_2)}$$

K1 k2查P46表3—4

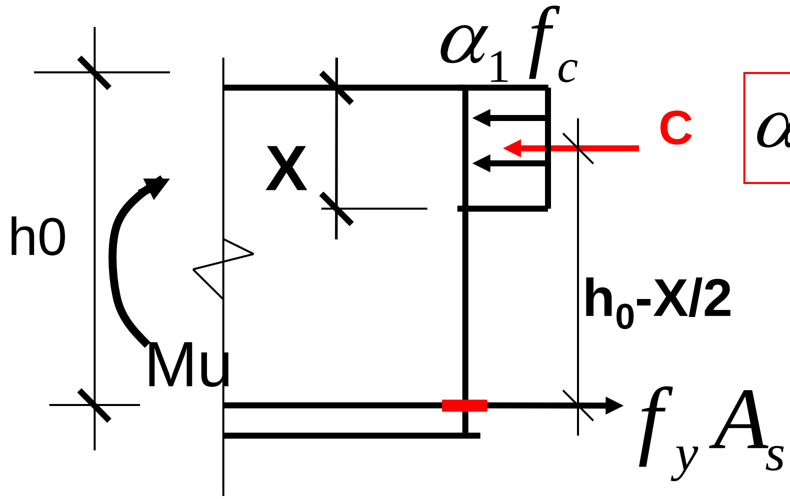
$$\frac{x_c}{x} = \frac{1}{\beta_1} = \frac{1}{2(1-k_2)}$$

α_1 β_1 等效矩形应力图系数 P48表3—5

EX： $\leq$ **C50** α_1 **= 1**

β_1 **=0.8**

3 平衡方程



$$\boxed{\alpha_1 f_c bx}$$

中间变量

$$\begin{cases} \sum X = 0 & \boxed{\alpha_1 f_c bx = f_y A_S} \longrightarrow X \\ \sum M_{AS} = 0 & \boxed{M_u = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2})} \end{cases}$$

$X \downarrow$ Mu

优点：等效矩形应力图，合力C的含义直观

方程简便

注意：

i

平截面假定成立

$\sigma_c \sim \varepsilon_c$ 假定成立

推导出等效矩形应力图

$\leq$ C50

α_1 = 1

β_1 =0.8

ii

X ——等效矩形受压区高度

$$x_c = \frac{x}{\beta_1}$$ ——实际受压区高度

$$\xi = \frac{x}{h_0}$$ ——相对受压区高度

四 适筋梁与超筋梁的界限及界限配筋率 ρ_b

1适筋梁与超筋梁的界限

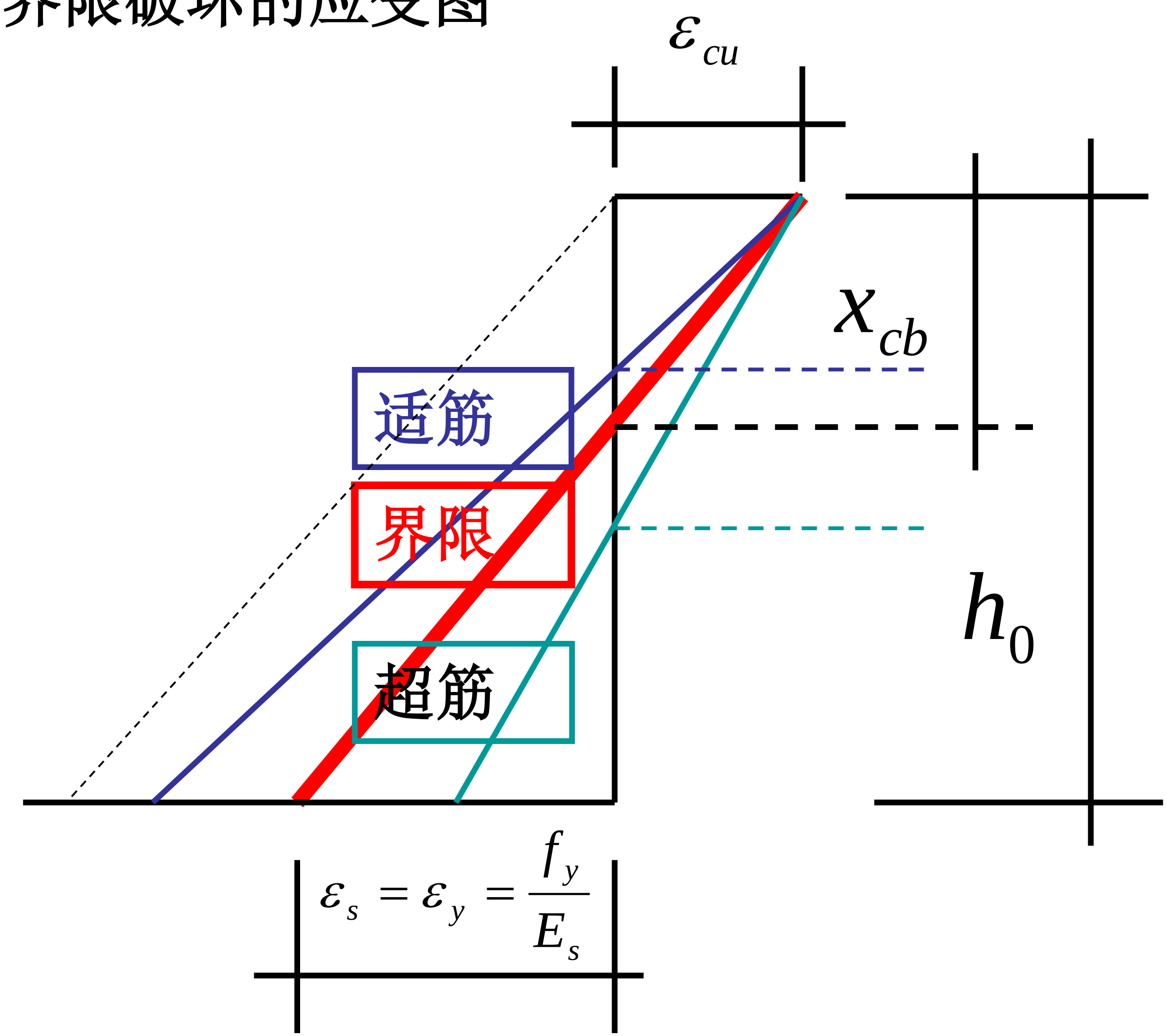
钢筋屈服的同时砼压碎

2界限配筋率 ρ_b

具体步骤是：

第1步：画出界限破坏的应变图
第2步：求出界限破坏的相对受压区高度
第3步：由界限破坏的相对受压区高度求界限配筋率

第1步：界限破坏的应变图



第2步：求界限破坏的相对受压区高度

$$\boxed{\xi = \frac{x}{h_0}}$$

等效矩形受压区高度　　实际受压区高度

$$\xi_b = \frac{x_b}{h_0} = \frac{\beta_1 x_{cb}}{h_0}$$

$$\because \quad \frac{x_{cb}}{h_0} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}$$

≤ C50

0.8

P48表3—5

$$\therefore \quad \xi_b = \frac{\beta_1 \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} = \frac{\beta_1}{1 + \frac{f_y}{E_s \varepsilon_{cu}}}$$

钢筋屈服强度

钢筋弹模

$$\begin{cases} \xi > \xi_b & \text{超筋破坏} \\ \xi \le \xi_b & \text{适筋破坏（含界限破坏）} \end{cases}$$

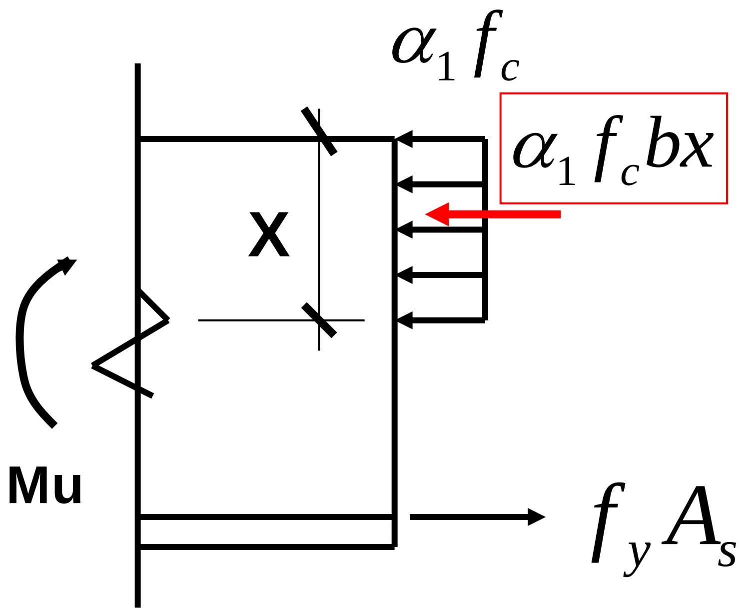
P49表3—6

P46表3—3

≤C50

0.033

第3步：界限配筋率



$$\sum X = 0$$

$$\boxed{\alpha_1 f_c bx = f_y A_s}$$

$$\longrightarrow \quad x = \frac{f_y A_s}{\alpha_1 f_c b}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{f_y A_S}{\alpha_1 f_c b h_0} = \rho \frac{f_y}{\alpha_1 f_c}$$

$$\xi_b$$

$$\rho = \frac{\xi \alpha_1 f_c}{f_y}$$

$\boxed{\rho_b}$ 界限配筋率

$$\rho_b = \xi_b \frac{\alpha_1 f_c}{f_y}$$

P49表3—6

$$\begin{cases} \rho > \rho_b & \text{超筋梁} \\ \rho \le \rho_b & \text{适筋梁} \end{cases}$$

五 适筋梁与少筋梁的界限及最小配筋率 $\rho_{\min}$

1 适筋梁与少筋梁的界限

极限破坏弯矩Mu^0 ＝ 开裂弯矩Mcr^0

考虑到砼抗拉强度的离散性，以及砼收缩等因素的影响，在实用上，最小配筋率是根据传统经验得出

2 最小配筋率

定义：

$$\rho_{\min} = \frac{A_{S\min}}{bh}$$

《规范》：P50

（1）受弯构件、偏心受拉、轴心受拉构件：

其一侧纵向受拉钢筋的配筋率

不应小于0.2%和 $0.45\dfrac{f_t}{f_y}\times 100\%$ 中较大值

EX:梁 板 $\rho_{\min}=\dfrac{A_{S\min}}{bh}$ =max $\begin{cases} 0.2\% \\ 0.45\dfrac{f_t}{f_y}\times 100\% \end{cases}$

（2）卧置于地基上的砼板：

板的受拉钢筋的最小配筋率可适当降低，

但不应小于0.15％

有了适筋梁的基本公式及界限配筋率和最小配筋率

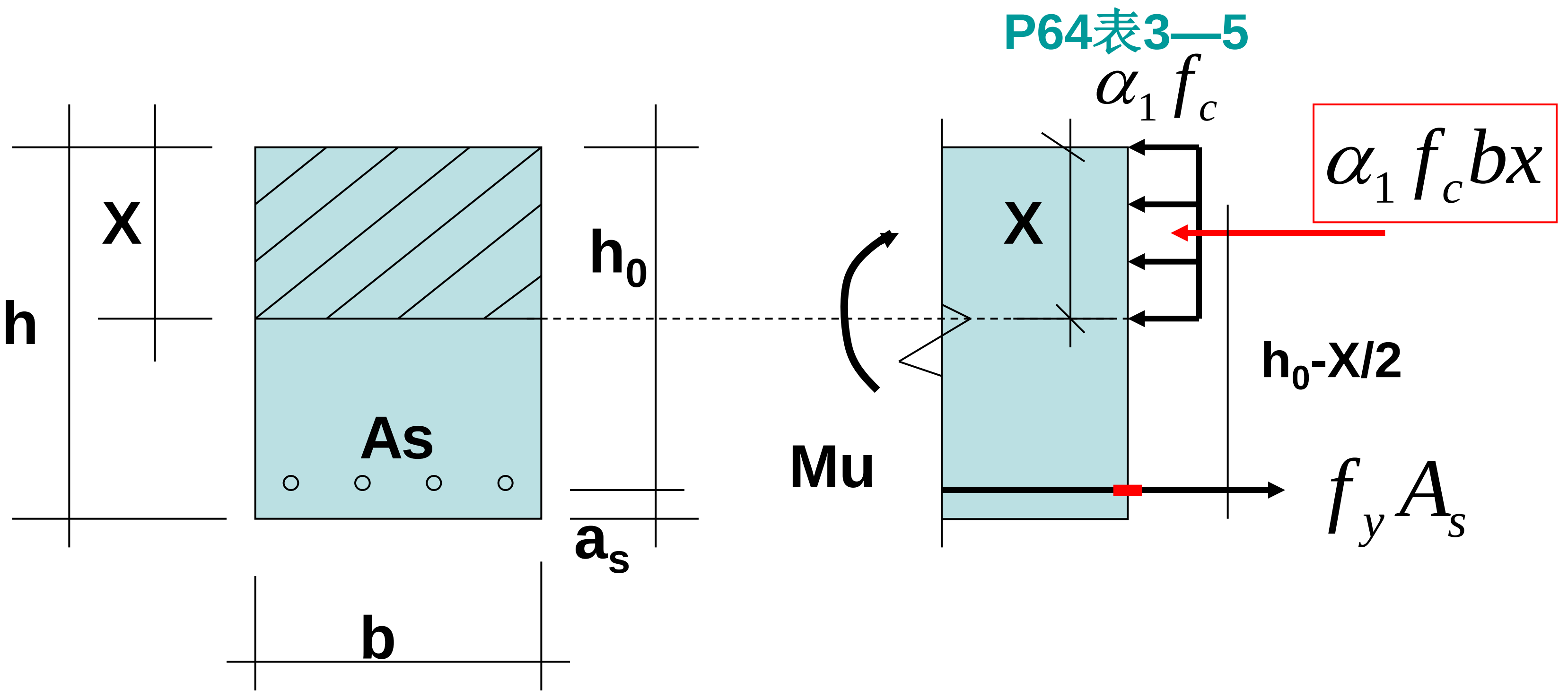
下一节课

将学习单筋矩形截面的受弯承载力计算

第四节 单筋矩形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算

一 基本公式及适用条件

1 平衡方程



$$\begin{cases} \sum X = 0 & \alpha_1 f_c bx = f_y A_S \\ \sum M_{AS} = 0 & M_u = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2}) \end{cases}$$

2适用条件：

（1）$\rho \le \rho_b = \xi_b \frac{\alpha_1 f_c}{f_y}$ （ $\xi \le \xi_b$ 或 $x \le \xi_b h_0$ ） → 防超筋破坏

P65表3—6

（2）$\rho \ge \rho_{\min} \frac{h}{h_0}$ → 防少筋破坏

$\rho_{\min} = \frac{A_{S\min}}{bh}$ =max $\begin{cases} 0.2\% \\ 0.45\frac{f_t}{f_y} \times 100\% \end{cases}$

二 应用：

第一类是设计题——求AS

第二类是复核题——求Mu

1 设计题 → As　让你对梁板进行配筋

材料强度
- 砼强度等级 → fc　ft
- 钢筋级别： → fy

设计值

截面尺寸
- 梁：b×h
- 现浇板：1000×h

弯矩设计值：　M（详见第3章）

至少按最小配筋率配筋

不满足

$$\alpha_1 f_c bx = f_y A_S$$

As（$\geq \rho_{\min} bh$ ）

$$M = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2})$$

弯矩

设计值

一元二次方程

X （$x \leq \xi_b h_0$）

不满足

提高砼强度等级

效果不明显

增加截面尺寸

采用双筋(下节）

2 复核题 $\longrightarrow$ Mu

已知一根已经设计好的梁，让你复核截面承载力是否足够

材料强度
- 砼强度等级 $\longrightarrow$ fc ft
- 钢筋级别： $\longrightarrow$ fy

截面尺寸
- 梁：b×h
- 现浇板：1000×h

配筋 As （$\geq \rho_{\min} bh$ ）

弯矩设计值 M

$$\alpha_1 f_c b x = f_y A_S \longrightarrow \text{x}\quad（x \le \xi_b h_0）$$

$$\boxed{M_u = M_{u\max}(x = \xi_b h_0)}$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2})$$

Mu　（M ≤ Mu ）

$$\boxed{\text{不安全}}$$

不满足

不满足

正截面

受弯

承载力

三 计算系数法

1 计算系数的推导

$$
\begin{cases}
\alpha_1 f_c bx = f_y A_S \\
M = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \dfrac{x}{2})
\end{cases}
\xrightarrow{x=\xi h_0}
\alpha_1 f_c b h_0^2 \boxed{\xi(1-\frac{1}{2}\xi)}
$$

$$M = \alpha_1 f_c b h_0^2 \underline{\alpha_s}$$

截面抵抗弯矩系数

$$= f_y A_S (h_0 - \frac{x}{2}) \xrightarrow{x=\xi h_0} f_y A_S h_0 \boxed{(1-\frac{1}{2}\xi)}$$

$$M = f_y A_S h_0 \underline{\gamma_s}$$

内力臂系数

$$\begin{cases} \alpha_s = \xi(1 - \frac{1}{2}\xi) \\ \gamma_s = 1 - \frac{1}{2}\xi \end{cases}$$

$\xi \quad \alpha_s \quad \gamma_s$

$\boxed{\text{已知其一，可知其它二个}}$

常用
$$\begin{cases} \xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} \\ \gamma_s = \dfrac{1 + \sqrt{1 - 2\alpha_s}}{2} \end{cases}$$

2 计算方法

（1）设计题

$$\alpha_s = \frac{M}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_s} \leq \xi_b$$

不满足

提高砼强度等级

增加截面尺寸

采用双筋(下节）

$$\gamma_s = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\alpha_s}}{2}$$

$$A_s = \frac{M}{f_y \gamma_s h_0} \geq \rho_{\min} bh$$

不满足

至少按最小

配筋率配筋

$$\max \begin{cases} \mathbf{0.2\%} \\ 0.45\dfrac{f_t}{f_y} \times 100\% \end{cases}$$

（2 ）复核题

$$\rho = \frac{A_S}{bh_0} \geq \rho_{\min} \frac{h}{h_0}$$

$$\xi = \rho \frac{f_y}{\alpha_1 f_c} \leq \xi_b$$

不满足

$$\boxed{M_{u\max}(\xi = \xi_b)}$$

$$M_u = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi (1 - \frac{1}{2}\xi) \geq M$$

不满足

不安全

讨论：

i $$\xi=\rho\frac{f_y}{\alpha_1 f_c}=\boxed{\frac{As}{bh_0}}\boxed{\frac{f_y}{\alpha_1 f_c}}$$

反映了钢筋与砼两种材料强度和面积的匹配关系

反映钢筋面积和砼有效面积的匹配关系

ii 当弯矩设计值M确定后，我们可以设计出不同截面尺寸的梁

配筋率取小些，梁截面就要大些； 配筋率取大些，梁截面就要小些

因此，可以得到一个保证总造价相对低廉的配筋率，我们称经济配筋率

按照我国经验：板的经济配筋率为0.3%～0.8%

单筋矩形梁的经济配筋率为0.6%~1.5%

单筋矩形截面的受弯承载力计算就讲这些

下一节课

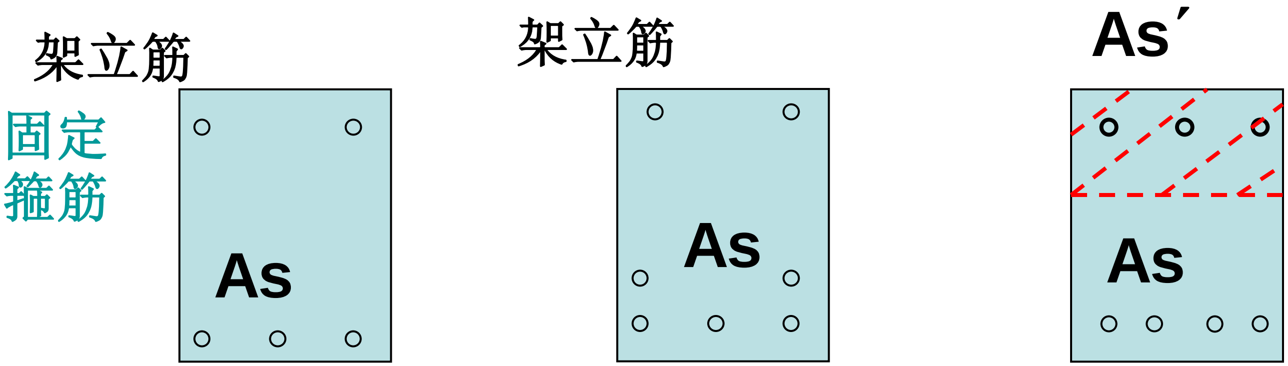
将学习双筋矩形截面的受弯承载力计算

第五节 双筋矩形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算

一 概述

1 什么是双筋截面

在计算中协助砼承担压力



同时也承担架立筋的作用

单筋（一排）　　单筋（二排）　　双筋

2双筋的优缺点

优点：

有利于提高截面的延性、抗裂性及变形性能

缺点：

不经济

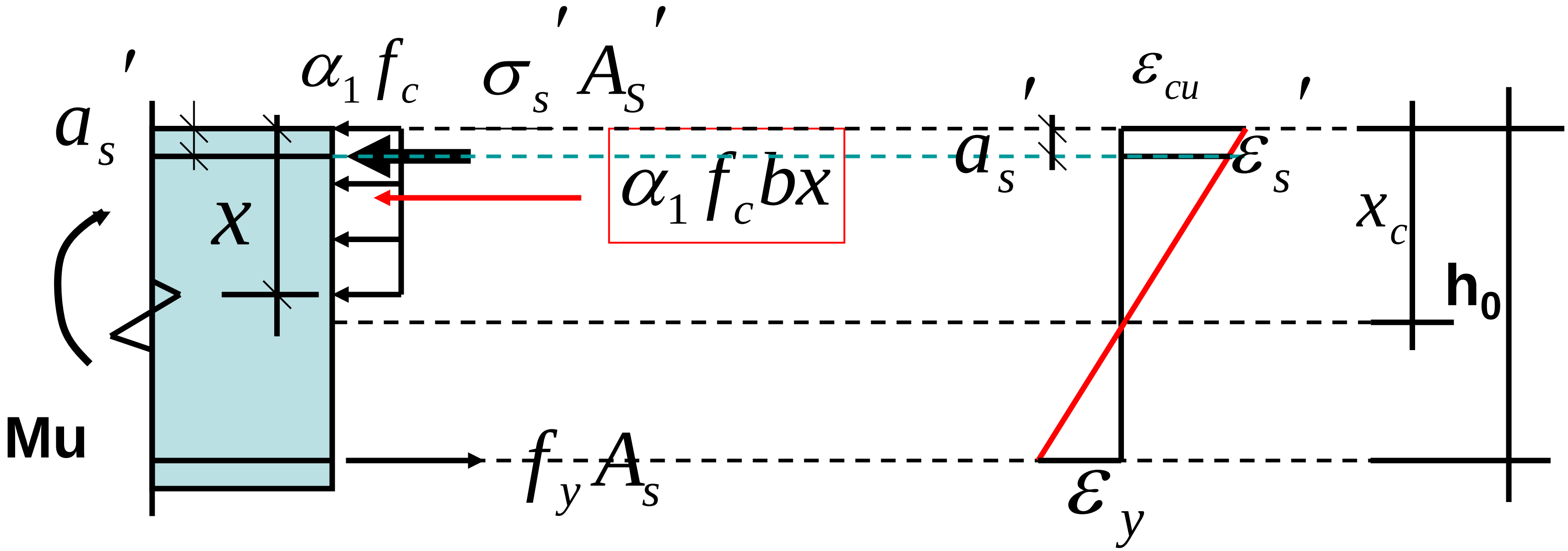
3什么情况采用双筋

（**1**）$\xi > \xi_b$

- **i**增加砼强度等级——不现实
- **ii**增加截面尺寸——不允许
- **iii**采用双筋

（**2**）在不同荷载组合下，梁截面承受异号弯矩

二 试验分析



受拉钢筋屈服

砼压碎

截面平均应变保持平面

$\sigma_c \sim \varepsilon_c$ 假定

等效矩形应力图成立

受压钢筋不一定屈服

$$\sigma_s' = E_S \varepsilon_S'$$

$$\boxed{\frac{\varepsilon_s'}{\varepsilon_{cu}} = \frac{x_c - a_s'}{x_c}}$$

$$\varepsilon_s' = \frac{x_c - a_s'}{x_c}\varepsilon_{cu} = (1 - \frac{a_s'}{x_c})\varepsilon_{cu}$$

实际受压区高度

$$\overset{x=\beta_1 x_c}{=\!=\!=} (1 - \frac{\beta_1 a_s'}{x})\varepsilon_{cu}$$

X大，应变大，应力大

若取：X＝2a$_s$’

P48表3—5

$$\varepsilon_s' = (1 - 0.5\beta_1)\varepsilon_{cu}$$

P46表3—3

$$\sigma_s' = E_S \varepsilon_S' \geq \text{fy}'$$

X=2as’ 压筋屈服

$\boxed{\text{结论：}}$

X ≥ 2a$_s$'　　压筋屈服，取 **fy'**

X < 2a$_s$'　　压筋不一定屈服

$$\sigma_s' = E_S \varepsilon_S' \quad \begin{cases} \geq f_y' & \text{取 } f_y' \\ < f_y' & \text{取 } \sigma_s' \end{cases}$$

小结：梁破坏时：

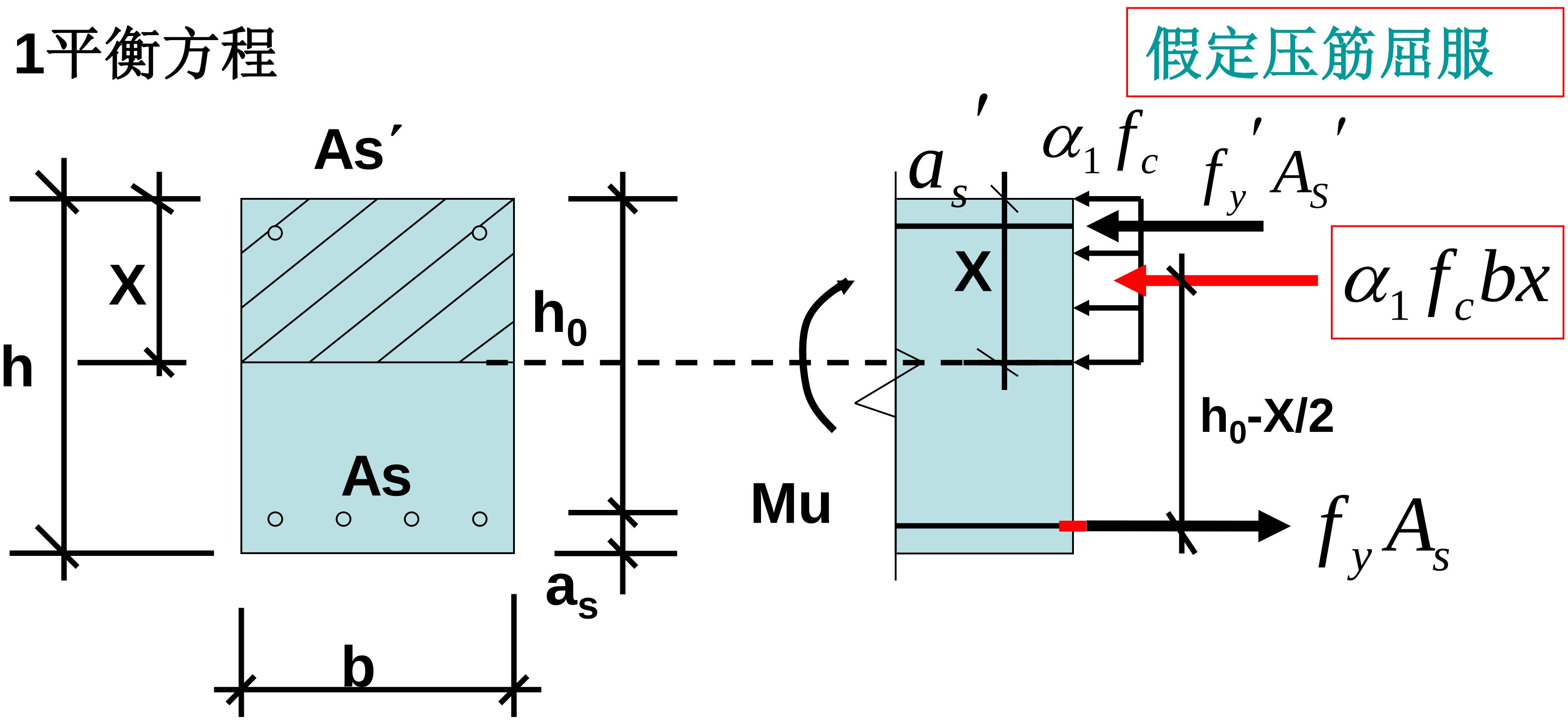
拉筋屈服

压筋不一定屈服，但**X ≥ 2as'** 压筋屈服

砼压碎，压应力为 $\alpha_1 f_c$

三 基本公式及适用条件

1平衡方程



$$\begin{cases} \alpha_1 f_c bx + f_y' A_S' = f_y A_S \\ M_u = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_S'(h_0 - a_s') \end{cases}$$

2适用条件

$$\begin{cases} x \le \xi_b h_0 & \text{拉筋屈服} \\ x \ge 2a_s' & \text{压筋屈服} \end{cases}$$

四　应用：

第一类是设计题——求钢筋

第二类是复核题——求Mu

1 设计题

情况1：As　As'

情况2：As

(1) As　As’

$$\begin{cases} \alpha_1 f_c bx + f_y{}' A_S{}' = f_y A_S & ① \\ M = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \dfrac{x}{2}) + f_y{}' A_S{}'(h_0 - a_s{}') & ② \end{cases}$$

弯矩

设计值

至少按最小配筋率配筋

不满足

① As P59式3—38 （ $\geq \rho_{\min} bh$ ）

② $x=\xi_b h_0$ As' P59 式3—37 （ ≥ 架立筋面积 ）

(As+As')min

实用：II III 令：$\xi=\xi_b$

或令 $x=\xi_b h_0$

(2) As

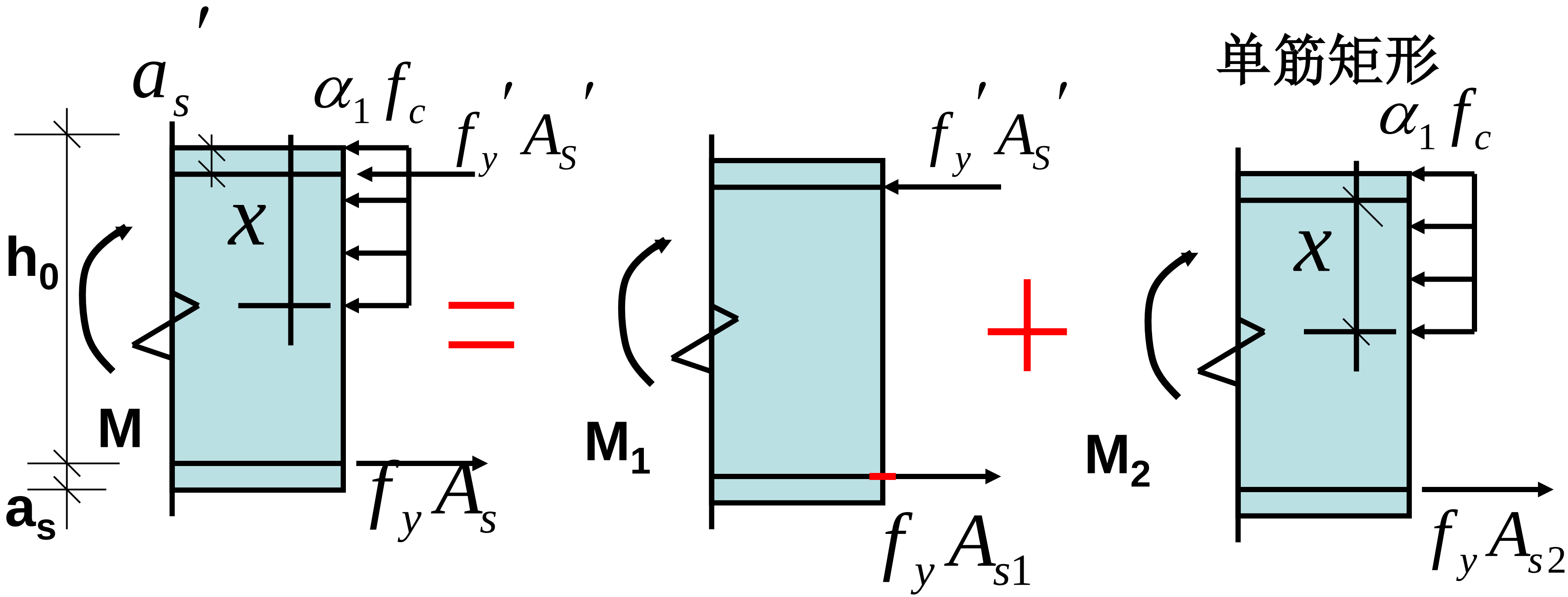
$$\begin{cases} \alpha_1 f_c bx + f_y' A_S' = f_y A_S & ① \\ M = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \dfrac{x}{2}) + f_y' A_S' (h_0 - a_s') & ② \end{cases}$$

弯矩

设计值

$$\begin{matrix} ① & & As \\ & & \uparrow \\ ② & \xrightarrow{\text{一元二次方程}} & X \end{matrix}$$

$\boxed{\text{常采用分步解法}}$



$$M_1 = f_y' A_s' (h_0 - a_s')$$

$$M_2 = M - M_1$$

As $\leftarrow$ $\boxed{A_{S1} = \dfrac{f_y' A_S'}{f_y}}$ $+$ $\alpha_s \quad \xi \quad \gamma_s \quad \boxed{A_{S2}}$

$$\geq \rho_{\min} bh$$

$$2a_s' \leq x(\xi h_0) \leq \xi_b h_0$$

$$\geq \rho_{\min} bh$$

不满足

As至少按

最小配筋率配筋

压筋不一定屈服

压筋配置不够

仍然是砼先压碎

$$2a_s' \leq x \leq \xi_b h_0$$

不满足

近似解

不满足

i 按As’未知计算

即按情况1

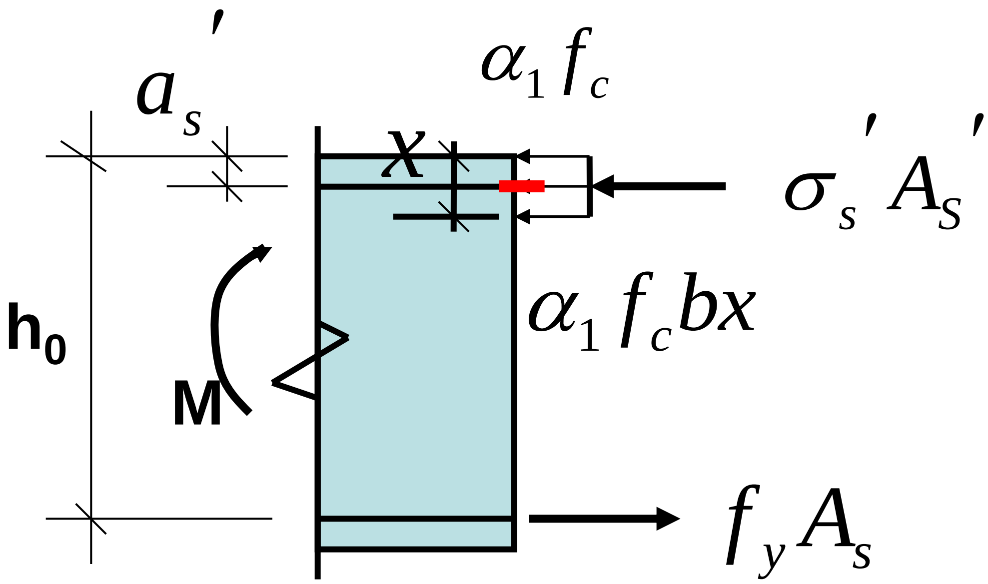
求As、As’

ii 加大As’重新计算

$x < 2a_s'$ 近似解

$$\min\begin{cases} X=2a_s' \xrightarrow{\sum M_{A_S'}=0} \underline{A_S} = \dfrac{M}{f_y(h_0 - a_s')} & \text{P60式3—44} \\ \text{单筋矩形} \xrightarrow{\text{令}As'=0} \alpha_s \quad \xi \quad \gamma_s \quad \underline{A_S} \end{cases}$$

推导P60式3—44　X=2a_s'时的As



$$\sum M_{A_s'} = 0 \qquad M = f_y A_S (h_0 - a_s')$$

$$A_S = \frac{M}{f_y (h_0 - a_s')}$$

2 复核题 (Mu)

$$\begin{cases} \alpha_1 f_c bx + f_y' A_S' = f_y A_S & ① \\ M_u = \alpha_1 f_c bx(h_0 - \frac{x}{2}) + f_y' A_S' (h_0 - a_s') & ② \end{cases}$$

正截面

受弯

承载力

近似解

不满足

① $\longrightarrow$ **X** （$2a_s' \le x \le \xi_b h_0$）

② **Mu** （**M** $\le$ **Mu**）

不满足

按 $x = \xi_b h_0$

计算**Mumax**

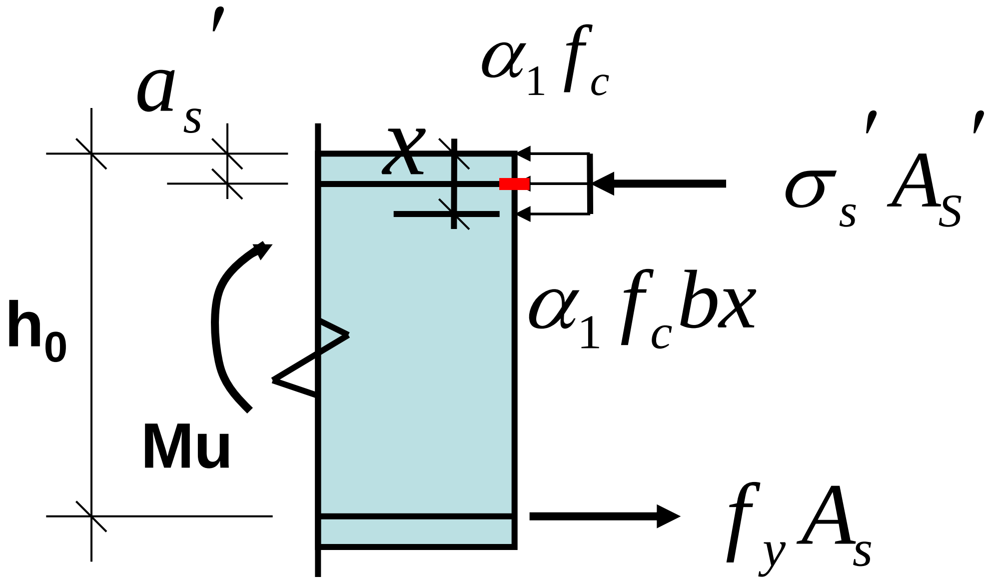
不满足

不安全

$x < 2a_s'$ 近似解

$$\max \begin{cases} \sum M_{A_S'} = 0 \\ \textbf{X=2a}_{\textbf{s}}\textbf{'} \longrightarrow \underline{M_u} = f_y A_S (h_0 - a_s') \\ \text{单筋矩形} \xrightarrow{\text{令}\textbf{As'=0}} \rho \quad \xi \quad \underline{M_u} \end{cases}$$

推导$X=2a_s'$时的Mu



$$\sum M_{A_S'} = 0 \qquad M_u = f_y A_S (h_0 - a_s')$$

小结：

设计题

（1）求As和As’　补充　$x=\xi_b h_0$

（2）求As　　分步解法

近似解：

两种As取小值

按情况(1)

或加大As’

验算：$2a_s' \le x \le \xi_b h_0$

近似解：

两种Mu取大值

按　$x=\xi_b h_0$

计算Mumax

复核题：先求X，再求Mu

双筋矩形截面的受弯承载力计算就讲这些

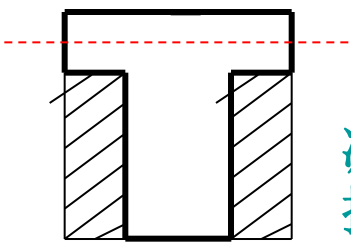
下一节课

将学习T形截面的受弯承载力计算

第六节 T形截面受弯构件的正截面受弯承载力计算

一 概述

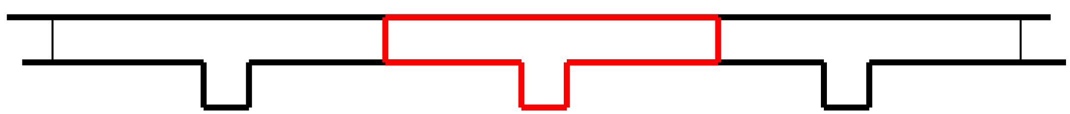
1 受弯构件在破坏时，大部分受拉区砼早已退出工作



减轻自重
挖去

T形

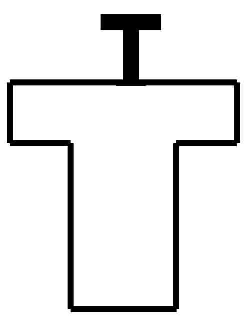
2



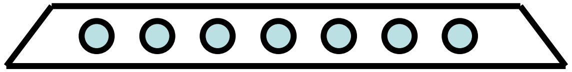
肋梁楼盖

T形

3



吊车梁

4  空心板 → 工 → T形

常见截面类型：矩形、T形

二 试验和理论研究分析

1研究发现：

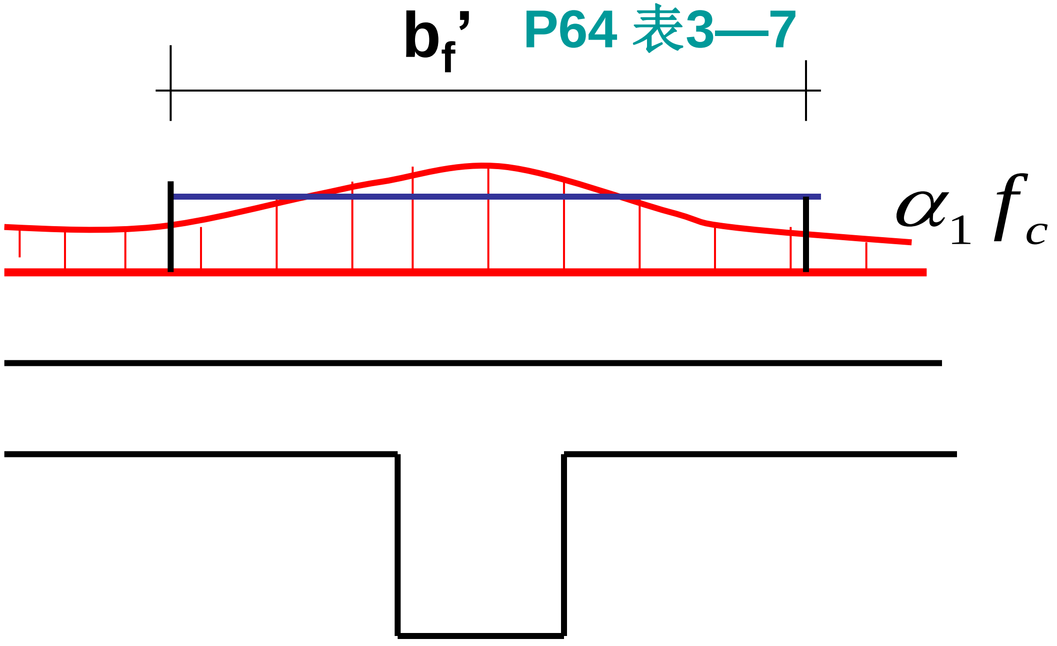
（1）受力后，翼缘上的应力分布是不均匀的，距离肋部越远，应力越小

（2）构件达到破坏时，由于塑性的发展，实际压应力分布比弹性分析更均匀些

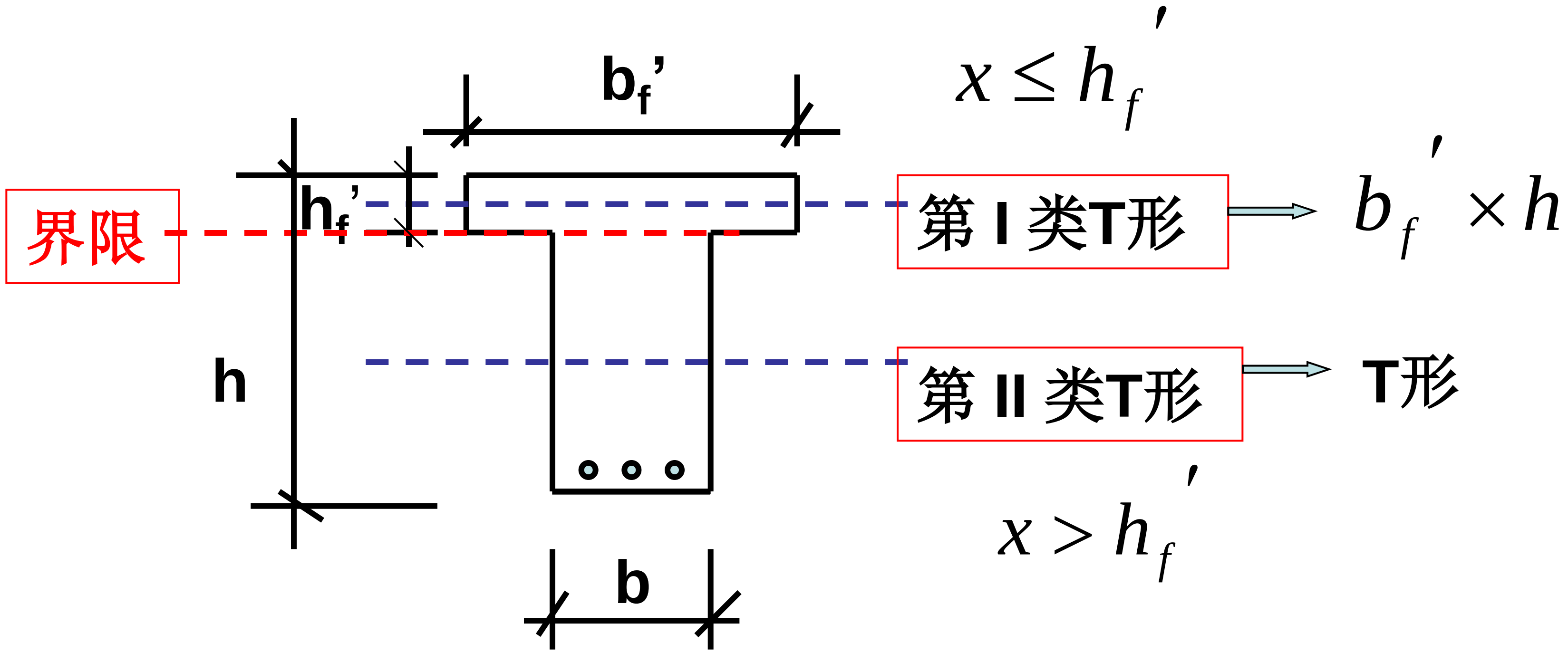
2计算假定：

在翼缘宽度 b_f' 范围内，假定压应力分布均匀，

应力为 $\alpha_1 f_c$



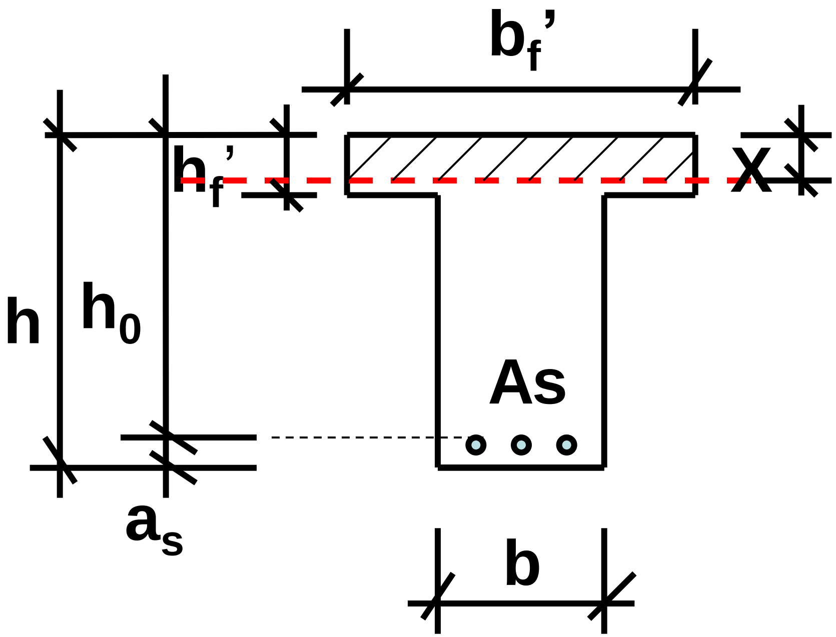
3 T形分类



三 基本公式及适用条件

1 第 I 类T形

$$b_f' \times h$$



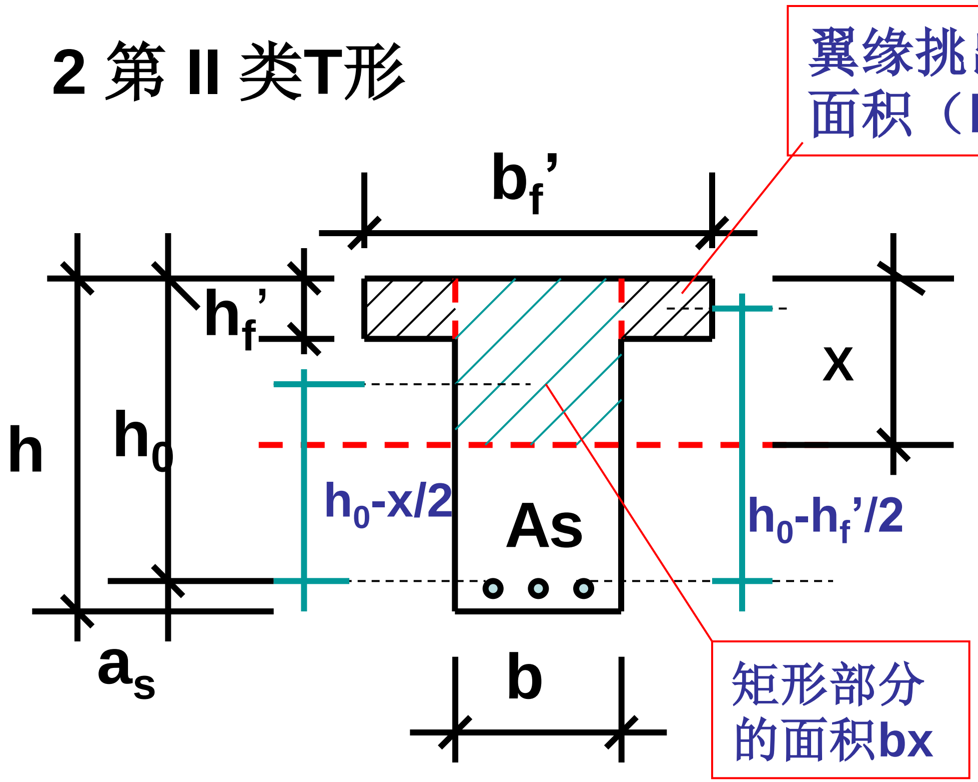
$$\begin{cases} \alpha_1 f_c \underline{b_f'} x = f_y A_S \\ M_u = \alpha_1 f_c \underline{b_f'} x (h_0 - \frac{x}{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le \xi_b h_0 \\ \rho \ge \rho_{\min} \frac{h}{h_0} \end{cases}$$

可略

$$\rho \downarrow \frac{A_S}{bh_0}$$

2 第 II 类T形



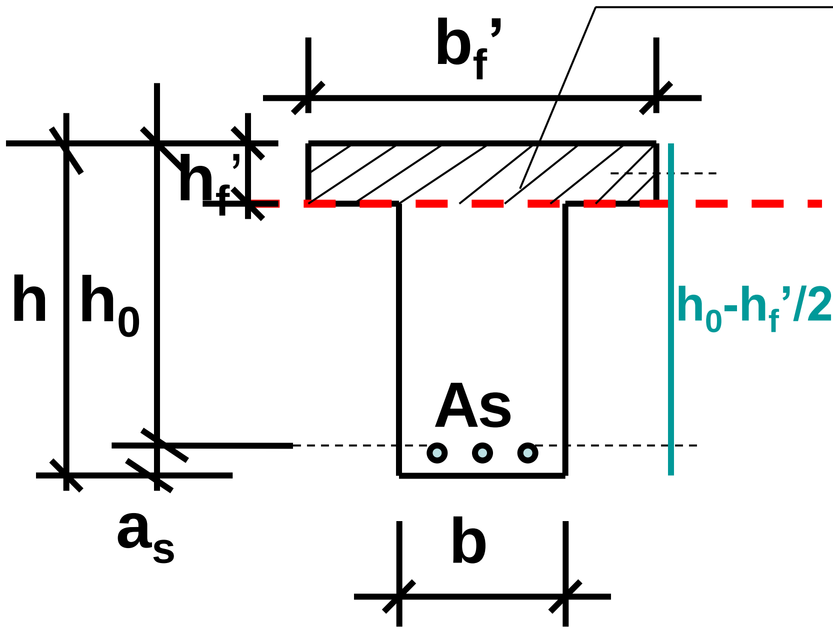
$$\begin{cases} x \le \xi_b h_0 \\ \rho \ge \rho_{\min} \dfrac{h}{h_0} \end{cases}$$

可略

$$\rho = \frac{A_S}{bh_0}$$

$$\begin{cases} \underline{\alpha_1 f_c (b_f{}' - b) h_f{}'} + \alpha_1 f_c b x = f_y A_S & ① \\ M_u = \underline{\alpha_1 f_c (b_f{}' - b) h_f{}' (h_0 - \dfrac{h_f{}'}{2})} + \alpha_1 f_c b x (h_0 - \dfrac{x}{2}) & ② \end{cases}$$

3 第I类T形与第II类T形的判别



设计题

$$\begin{cases} M \le \alpha_1 f_c b_f' h_f' (h_0 - \dfrac{h_f'}{2}) & \text{I 类T形} \\ M > \alpha_1 f_c b_f' h_f' (h_0 - \dfrac{h_f'}{2}) & \text{II 类T形} \end{cases}$$

复核题

$$\begin{cases} f_y A_S \le \alpha_1 f_c b_f' h_f' & \text{I 类T形} \\ f_y A_S > \alpha_1 f_c b_f' h_f' & \text{II 类T形} \end{cases}$$

四 应用

I类**T**形相当于 $b_f' h$ 单筋矩形，这里不再重复

下面主要针对**II**类**T**形的设计和复核

1 设计题

判断T形截面类型

$$
\begin{cases}
M \le \alpha_1 f_c b_f' h_f' (h_0 - \dfrac{h_f'}{2}) & \boxed{\text{I 类T形}} \\
M > \alpha_1 f_c b_f h_f' (h_0 - \dfrac{h_f'}{2}) & \boxed{\text{II 类T形}}
\end{cases}
$$

II 类T形设计

$$
\begin{cases}
\alpha_1 f_c (b_f' - b) h_f' + \alpha_1 f_c b x = f_y A_S & ① \\
M = \alpha_1 f_c (b_f' - b) h_f' \left(h_0 - \dfrac{h_f'}{2}\right) + \alpha_1 f_c b x \left(h_0 - \dfrac{x}{2}\right) & ②
\end{cases}
$$

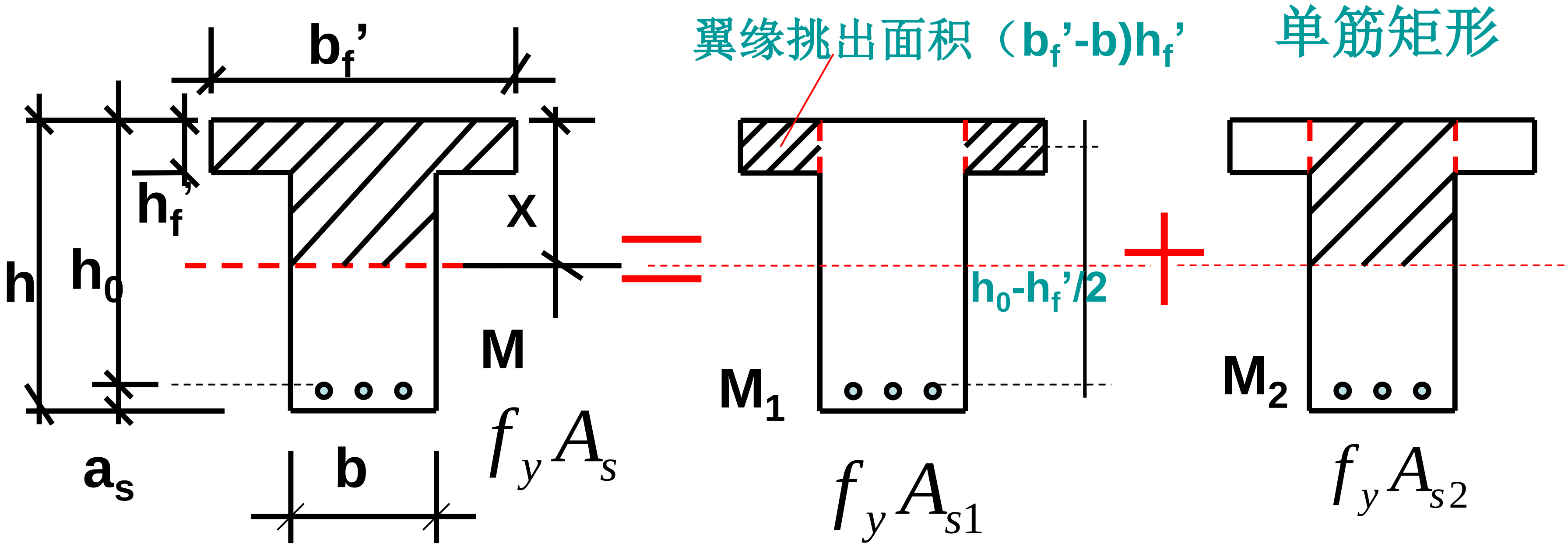
弯矩

设计值

① As

② $\xrightarrow{\text{一元二次方程}}$ X

常采用分步解法



$$M_1=\alpha_1 f_c(b_f'-b)h_f'(h_0-\frac{h_f'}{2})$$

$$M_2=M-M_1$$

As ⟸ $f_y\boxed{A_{S1}}=\alpha_1 f_c(b_f'-b)h_f'$ + α_s ξ γ_s $\boxed{A_{S2}}$

$\geq\rho_{\min}bh$

可略

$$\xi\leq\xi_b$$

不满足 ⟸

提高砼强度等级

增加截面尺寸

采用双筋T形

2 复核题

判断T形截面类型

$$\begin{cases} f_y A_S \le \alpha_1 f_c b_f{}' h_f{}' \\ f_y A_S > \alpha_1 f_c b_f{}' h_f{}' \end{cases}$$

I 类T形

II 类T形

II 类T形复核

$$\begin{cases} \alpha_1 f_c(b_f'-b)h_f'+\alpha_1 f_c bx = f_y A_S' & ① \\ M_u = \alpha_1 f_c(b_f'-b)h_f'(h_0-\frac{h_f'}{2})+\alpha_1 f_c bx(h_0-\frac{x}{2}) & ② \end{cases}$$

正截面受弯承载力

$$\boxed{M_u = M_{u\max}(x=\xi_b h_0)}$$

$\Uparrow$ 不满足

① $\longrightarrow$ X（$x \le \xi_b h_0$）

$\downarrow$

② Mu （ M ≤ Mu ）

$\Downarrow$ 不满足

$\boxed{\text{不安全}}$

本章重点内容：

概念：

正截面的三种破坏形态

适筋梁的三个受力阶段

正截面的四项基本假定

破坏阶段的截面应力图主要是实际截面的应力图，基本假定的应力图及等效矩形应力图

破坏阶段的截面应变图主要是界限破坏的应变图，适筋破坏的应变图及超筋破坏的应变图

公式适用条件的含义

几个重要参数的含义 ξ_b ρ_b $\rho_{\min}$ α_1 β_1

应用：

单筋矩形、双筋矩形、**T**形截面的设计与复核

希望同学们：

认真学习，熟练掌握

谢谢