

文章编号: 1000-4750(2011)11-0064-08

肋上开孔对预制预应力混凝土带肋薄板 施工阶段挠度计算方法的影响研究

*吴方伯¹, 黄海林¹, 陈 伟^{1,3}, 周绪红^{1,2}

(1. 湖南大学土木工程学院, 长沙 410082; 2. 兰州大学土木工程与力学学院, 兰州 730000; 3. 湖南高岭建设集团股份有限公司, 长沙 410153)

摘 要: 预制薄板(预制预应力混凝土带肋薄板)施工阶段的受力性能与肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸相关。为便于工业化生产及现场拼装, 对预制薄板进行了规格设计。以肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸为研究的影响因素, 理论给出考虑肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸的预制薄板弯曲挠度通用公式, 结合工程实际, 推导了预应力、均布荷载作用下两端简支预制薄板的等效刚度公式, 便于编制计算机程序进行计算。借助 MATLAB7.0, 对比分析了 5 种肋上孔洞分布形式预制薄板的跨中预应力反拱度、自重余拱以及施工阶段的挠度, 结果表明: 肋上孔洞分布对预制薄板的跨中挠度影响明显, 且随板件长度增大逐渐减小。对于采用 110mm×25mm 孔洞的预制薄板, 建议预应力反拱度取无孔模型与通孔模型计算挠度的平均值, 自重余拱、施工阶段的跨中挠度按通孔模型计算。

关键词: 叠合板; 带肋薄板; 肋上开孔; 预制预应力混凝土; 弯曲挠度

中图分类号: TU375.2 **文献标志码:** A

INFLUENCE OF PREFORMED HOLES ON FLEXURAL DEFLECTION CALCULATION METHODS OF PRECAST PRESTRESSED CONCRETE RIBBED PANELS FOR COMPOSITE SLABS

*WU Fang-bo¹, HUANG Hai-lin¹, CHEN Wei^{1,3}, ZHOU Xu-hong^{1,2}

(1. Civil Engineering School of Hunan University, Changsha 410082, China;

2. School of Civil Engineering and Mechanics of Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;

3. Hunan Gaoling Construction Group Stock Limited Company, Changsha 410153, China)

Abstract: Mechanical behaviors in construction phase of PPCRP (Precast prestressed concrete ribbed panels) relate to distributions of preformed holes in the rib. For the convenience of industrialized production and site operation, the specification design is discussed. The general formulas of flexural deflections are deduced, taking into account the distributions of preformed holes in the rib and equivalent rigidity formulas for PPCRP, which are easy to program with MATLAB. The contrast analysis among the inverted camber and remaining camber under dead weight and deflection in construction stage with 5 different distributions of preformed holes is conducted, and the result shows that preformed hole distributions have an obvious effect on the deflections, which decreases with the increase of length of PPCRP. It is suggested that inverted camber can take the average of the deflection calculated by a solid rib model and a through-holes rib model, and the remaining camber under dead weight and deflection in the construction stage can be calculated by the through-holes rib model.

Key words: composite slabs; ribbed panels; preformed holes; precast prestressed concrete; flexural deflection

收稿日期: 2010-03-03; 修改日期: 2011-04-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(50978090); 湖南省研究生科研创新项目(CX2010B143)

作者简介: *吴方伯(1954—), 男, 湖南长沙人, 教授, 硕士, 博导, 从事组合结构研究(E-mail: wfbprof@163.com);

黄海林(1984—), 男, 湖南邵东人, 博士生, 从事组合结构研究(E-mail: hhlvsgeenius@163.com);

陈 伟(1985—), 男, 江西宜春人, 博士生, 从事组合结构研究(E-mail: chenwei85chen@163.com);

周绪红(1956—), 男, 湖南南县人, 教授, 博士, 博导, 兰州大学校长, 从事钢结构研究(E-mail: zxh@chd.edu.cn).

混凝土叠合板是在底部采用预制板件，上部叠合现浇混凝土，二者共同形成整体的结构。传统预制预应力混凝土实心平板为不带肋预制板件，在运输及施工过程中易折断，预应力反拱度难以控制，施工过程中需设支撑、施工工艺复杂。我国现行国家标准《叠合板用预应力混凝土底板》GB/T16727-2007、国家建筑标准设计图集《预应力混凝土叠合板》06SG439 中叠合板预制部分均为平板，施工时需设置支撑，不宜双向配筋，自重大，降低了这种结构的经济效果，影响了其推广使用。为此，近年来国内学者在预制实心平板的基础上，针对预制板件的截面形式作了大量的创新研究，主要有：预制单矩形肋部分叠合混凝土底板^[1]、预制单 T 形肋混凝土底板^[2]、预制钢筋桁架混凝土底板^[3]等。而同时期国外的研究主要集中于新型材料在叠合板中的应用，如：玻璃纤维混凝土叠合板^[4]、活性粉末混凝土叠合板^[5]、复合砂浆钢丝网混凝土叠合板^[6]、钢纤维混凝土叠合板^[7]、轻骨料混凝土叠合板^[8]、橡胶集料混凝土叠合板^[9]等。

国内学者将预制混凝土实心平板改进为带肋的预制薄板，提高了薄板的刚度和承载力，增加了预制薄板与叠合层的粘结力，且可将底板变得更薄，减轻自重。但由于只能单向配筋，垂直于底板板长方向的抗裂性仍然不好，且荷载采用单向板传力模式，计算模型仍不合理。为此，文献[10]提出以预制预应力混凝土带肋薄板(以下简称预制薄板)为底板，在板肋预留孔中布设横向穿孔钢筋及在底板拼缝处布置折线形抗裂钢筋，再浇注混凝土叠合层形成单向预应力双向配筋混凝土叠合楼板。预制薄板肋上预留矩形孔洞且肋端设有缺口，如图 1 所示，截面刚度呈阶梯形变化，其短期刚度及弯曲挠度的计算成为该新型叠合板二次受力分析要解决的重要问题。

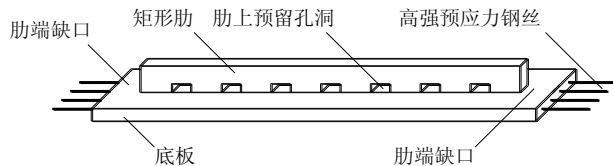


图 1 预制薄板

Fig.1 Precast prestressed concrete ribbed panel

预制薄板施工阶段的受力性能与肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸相关。为便于工业化生产及现场拼装，首先对预制薄板进行规格设计。以肋上孔洞

分布及肋端缺口尺寸为研究的影响因素，理论给出考虑肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸预制薄板的弯曲挠度通用公式，结合工程实际，推导了预应力、均布荷载作用下两端简支预制薄板的等效刚度公式，便于编制计算机程序进行计算。借助 MATLAB7.0，对比分析了 5 种肋上孔洞分布形式预制薄板的跨中预应力反拱度、自重余拱以及施工阶段的跨中挠度。

1 预制薄板规格设计

为便于工业化生产和施工现场楼板拼装，将预制薄板(图 1)作为产业化的产品，进行标准化、定型化，采用 1 种截面、2 种标志宽度、13 种标志跨度。截面形式如图 2 所示，两种标志宽度为 400mm 与 500mm，预制薄板几何参数如表 1 和表 2 所示。预制薄板混凝土设计强度为 C50，底板高强预应力螺旋肋钢丝受拉截面中心距板底 17.5mm，张拉控制应力 $\sigma_{con}=0.6f_{ptk}$ ，矩形肋内普通钢筋截面重心到上边缘距离为 20mm，钢筋配置情况及力学性能如表 3 所示。其中，预制薄板底板厚度为 30mm，肋端缺口长度为 40mm。

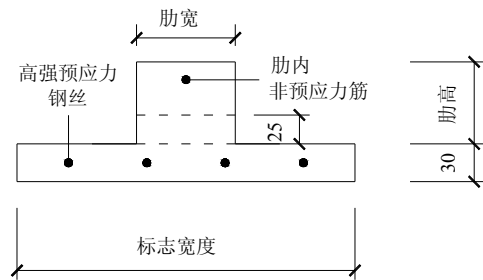


图 2 截面形式

Fig.2 Section forms

表 1 400mm 宽预制薄板几何参数 /mm

Table 1 Geometric parameters of 400 mm wide precast prestressed concrete ribbed panels

长度	2400	2700	3000	3300	3600	3900	4200	4500	4800	5100	5400	5700	6000
肋高	55	55	55	55	55	65	65	75	75	85	85	95	95
肋宽	80	80	80	80	100	100	110	110	120	120	120	120	130
总厚	110	110	110	110	110	120	120	130	130	140	140	150	150

表 2 500mm 宽预制薄板几何参数 /mm

Table 2 Geometric parameters of 500 mm wide precast prestressed concrete ribbed panels

长度	2400	2700	3000	3300	3600	3900	4200	4500	4800	5100	5400	5700	6000
肋高	55	55	55	55	55	65	65	75	75	85	85	95	95
肋宽	100	100	100	100	120	120	130	130	140	140	150	150	150
总厚	110	110	110	110	110	120	120	130	130	140	140	150	150

表3 钢筋配置情况及力学性能

Table 3 Mechanical properties of reinforcing steels

钢筋类别	标志跨度/mm	钢筋设计	设计强度/MPa	弹性模量/MPa
高强预应力 螺旋肋钢丝	2400~3600	4 ϕ^H 4.8	1470	2.05 $\times 10^5$
	3900~4200	5 ϕ^H 4.8		
	4500~4800	6 ϕ^H 4.8		
	5100~5400	8 ϕ^H 4.8		
非预应力 钢筋	2400~4800	1 ϕ^H 6	210	2.0 $\times 10^5$
	5100~6000	2 ϕ^H 6		

2 理论分析

预制薄板肋上预留孔洞且肋端设有缺口, 截面刚度呈阶梯形变化, 其短期刚度及弯曲挠度的计算成为该新型叠合板二次受力分析要解决的重要问题。采用图乘法推导了预应力作用下两端简支预制薄板跨中挠度及等效刚度计算公式; 利用单位阶梯函数, 结合预制薄板特点, 将变刚度化为阶梯刚度, 利用 Dirac delta 函数 δ 有关性质, 通过拉普拉斯正反变换, 导出任意均布荷载作用下阶梯形刚度预制薄板变形通用方程的微分形式和积分形式, 进一步求解得到考虑肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸的预制薄板弯曲挠度通用公式, 通过简化分析推导得到均布荷载作用下两端简支预制薄板等效刚度公式, 便于工程设计参考。

2.1 预制薄板的刚度函数

利用单位阶梯函数:

$$u_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x < \xi \\ 1, & x \geq \xi \end{cases}, \text{ 式中常数 } \xi \geq 0, \text{ 预制薄}$$

板的抗弯刚度 $D(x)=EI(x)$ 可表示为阶梯形式, 如图3所示。根据预制薄板肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸将长度 l 划分为 $2n+3$ 段 (n 为肋上预留孔数, $n \geq 10$), 其中第 r 段的端点号为 $(r, r+1)$, d_r 为第 r 点 ($r=1, 2, \dots, 2n+3$) 的 x 坐标, D_r 为第 r 段抗弯刚度, d_r 截面 ($r=2, 3, \dots, 2n+3$) 为预制薄板抗弯刚度函数 $D(x)$ 的跳跃间断点, 该点左右极限分别取:

$$\text{当 } x = d_r - \chi \text{ 且 } \chi > 0, \lim_{\chi \rightarrow 0} D(d_r - \chi) = D_{r-1};$$

$$\text{当 } x = d_r + \chi \text{ 且 } \chi > 0, \lim_{\chi \rightarrow 0} D(d_r + \chi) = D_r.$$

则预制薄板任意截面的刚度函数表示为:

$$D(x) = D_1 + \sum_{r=2}^{2n+3} (D_r - D_{r-1}) u_{d_r}(x) \quad (1)$$

令 $\beta_r = D_1 / D_r$, 则 $D(x)$ 的倒数构造为:

$$\frac{1}{D(x)} = \frac{1}{D_1} \left[1 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) u_{d_r}(x) \right] \quad (2)$$

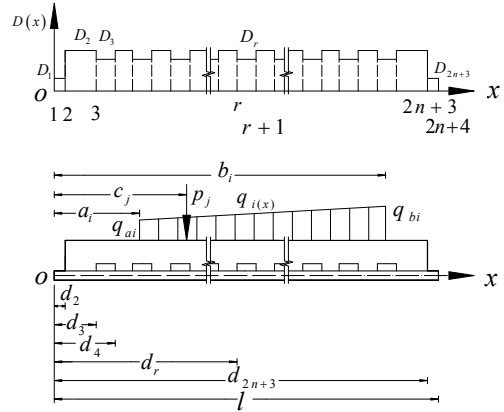


图3 预制薄板荷载、阶梯形刚度分布

Fig.3 Load and stepped rigidity distribution of precast prestressed concrete ribbed panels

2.2 预制薄板反拱度计算

由于肋上孔洞及肋端缺口的存在, 预制薄板截面几何中心沿长度方向呈阶梯形变化, 实际工程中若要精确计算预应力作用下两端简支预制薄板的反拱度则比较繁琐, 故一般按无孔模型或通孔模型进行简化计算, 但按此简化方法计算得到的预制薄板反拱度与真实值相比有一定的偏差。本文按照预制薄板的实际结构模型, 将刚度、预应力作用下的偏心弯矩划分为 $2n+3$ 段, 通过图乘法推导得到考虑肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸预应力作用下两端简支预制薄板的反拱度计算公式。预应力偏心距 e_p 分布、预应力作用下弯矩 M 图及跨中单位荷载作用下 \bar{M} 图如图4所示。

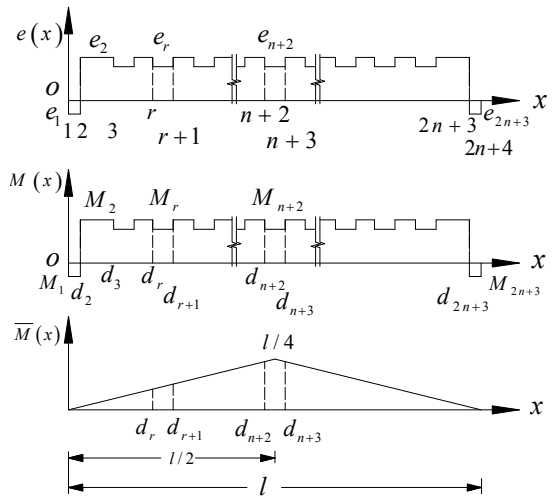


图4 图乘法求解示意图

Fig.4 Diagram multiplication method

预制薄板两端施加预应力 N_p , 第 r 段预应力偏心弯矩为:

$$M_r = N_p e_r \quad (3)$$

式中, e_r 为第 r 段预应力偏心距。

预制薄板跨中单位荷载作用下弯矩 $\bar{M}(x)$ (图4)为:

$$\bar{M}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq l/2 \\ \frac{l-x}{2}, & l/2 < x \leq l \end{cases} \quad (4)$$

采用图乘法求得预应力作用下两端简支预制薄板跨中反拱度 f_1 为:

$$f_1 = \int_0^l \frac{M(x)\bar{M}(x)}{D(x)} dx \quad (5)$$

将预制薄板分成 $2n+3$ 段进行分段积分, 可得:

$$f_1 = \sum_{r=1}^{2n+3} \int_{d_r}^{d_{r+1}} \frac{M(x)\bar{M}(x)}{D_r} dx \quad (6)$$

将式(3)、式(4)代入式(6)简化求得:

$$f_1 = \sum_{r=1}^{n+1} \frac{d_{r+1} - d_r}{D_r} N_p e_r \frac{d_r + d_{r+1}}{2} + \frac{d_{n+3} - d_{n+2}}{D_{n+2}} N_p e_{n+2} \frac{d_{n+2} + l/2}{4} \quad (7)$$

令 $\alpha_r = e_1 / e_r$, 并将 $1/D_r = \beta_r / D_1$ 代入式(7)得:

$$f_1 = \frac{N_p e_1 l^2}{8D_1} \left\{ \frac{8}{l^2} \left(\sum_{r=1}^{n+1} \frac{(d_{r+1} - d_r)(d_r + d_{r+1}) \beta_r}{2 \alpha_r} + \frac{(d_{n+3} - d_{n+2})(d_{n+2} + l/2) \beta_{n+2}}{4 \alpha_{n+2}} \right) \right\} \quad (8)$$

令:

$$\lambda_1 = \left\{ \frac{8}{l^2} \left(\sum_{r=1}^{n+1} \frac{(d_{r+1} - d_r)(d_r + d_{r+1}) \beta_r}{2 \alpha_r} + \frac{(d_{n+3} - d_{n+2})(d_{n+2} + l/2) \beta_{n+2}}{4 \alpha_{n+2}} \right) \right\}^{-1} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)有:

$$f_1 = \frac{N_p e_1 l^2}{8 \lambda_1 D_1} \quad (10)$$

定义 $D_{e1} = \lambda_1 D_1$, D_{e1} 、 λ_1 分别为预应力作用下两端简支预制薄板等效刚度、等效刚度系数, 则有:

$$f_1 = \frac{N_p e_1 l^2}{8 D_{e1}} \quad (11)$$

2.3 预制薄板均布荷载作用下挠度计算

1) 预制薄板内力的通用方程。

在图3所示任意线性分布荷载与集中荷载作用下, 利用单位阶梯函数与 Dirac delta 函数的有关性质, 预制薄板荷载密度函数 $f(x)$ 可表示为:

$$f(x) = \sum_i q_i(x)[u_{a_i}(x) - u_{b_i}(x)] + \sum_j p_j \delta(x - c_j) \quad (12)$$

线性分布荷载函数为:

$$q_i(x) = q_{a_i} + \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{b_i - a_i}(x - a_i) \quad (13)$$

式中: $q_i(x)$ 为第 i 个线性分布荷载; q_{a_i} 、 q_{b_i} 为第 i 个线性分布荷载区间 $[a_i, b_i]$ 两端给定值。

将式(13)代入式(12), 简化得到:

$$f(x) = \sum_i \left[q_{a_i} u_{a_i}(x) - q_{b_i} u_{b_i}(x) + \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{b_i - a_i} \times (x - a_i) u_{a_i}(x) - \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{b_i - a_i} (x - b_i) u_{b_i}(x) \right] + \sum_j p_j \delta(x - c_j) \quad (14)$$

预制薄板内力和外载的微分关系:

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -f(x) \quad (15)$$

将式(14)代入式(15), 并将左端支座截面 ($x=0$) 弯矩与剪力记入外载中, 得含单位阶梯函数及 δ 函数的常系数微分方程:

$$-\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = \sum_i \left[q_{a_i} u_{a_i}(x) - q_{b_i} u_{b_i}(x) + \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{b_i - a_i} (x - a_i) u_{a_i}(x) - \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{b_i - a_i} (x - b_i) u_{b_i}(x) \right] + \sum_j p_j \delta(x - c_j) \quad (16)$$

$$M(0) = 0, \quad \left. \frac{dM}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (17)$$

采用拉普拉斯正反变换进行求解, 得到预制薄板内力的通用方程:

$$-M(x) = \sum_i \frac{q_{a_i}}{2!} u_{a_i}(x)(x - a_i)^2 - \sum_i \frac{q_{b_i}}{2!} u_{b_i}(x)(x - b_i)^2 + \sum_i \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{3!(b_i - a_i)} u_{a_i}(x)(x - a_i)^3 - \sum_i \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{3!(b_i - a_i)} u_{b_i}(x)(x - b_i)^3 + \sum_j p_j u_{c_j}(x)(x - c_j) \quad (18)$$

2) 预制薄板变形的通用方程。

一般情况下, 预制薄板弹性小变形挠曲线可由下式求得:

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{D(x)} \quad (19)$$

将式(2)、式(18)代入式(19)得预制薄板变形的通用方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = & \frac{1}{D_1} \left[\sum_i \frac{q_{a_i}}{2!} u_{a_i}(x)(x-a_i)^2 - \sum_i \frac{q_{b_i}}{2!} u_{b_i}(x) \times \right. \\ & (x-b_i)^2 + \sum_i \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{3!(b_i - a_i)} u_{a_i}(x)(x-a_i)^3 - \\ & \left. \sum_i \frac{q_{b_i} - q_{a_i}}{3!(b_i - a_i)} u_{b_i}(x)(x-b_i)^3 + \right. \\ & \left. \sum_j p_j u_{c_j}(x)(x-c_j) \right] \times \left[1 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) u_{d_r}(x) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

预制薄板两端简支, 采用均布荷载进行加载, 有: $a_i = 0$, $b_i = l$, $q_{a_i} = q_{b_i} = q$, $p_1 = p_2 = -ql/2$ 。将其代入方程式(20), 采用拉普拉斯正反变换求解得到均布荷载作用下两端简支预制薄板弯曲挠度的通用公式:

$$y(x) = y_0 + \theta_0 x + y_q(x) + y_p(x) \quad (21)$$

式中: y_0 、 θ_0 为左端支座截面($x=0$)的挠度和转角; $y_q(x)$ 、 $y_p(x)$ 分别为均布荷载、集中荷载单独作用下不考虑初始值的变形, 具体表达式如下:

$$y_q(x) = \frac{q}{24D_1} \left\{ x^4 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) u_{d_r}(x) \times (x-d_r)^2 [(x+d_r)^2 + 2d_r^2] \right\} \quad (22)$$

$$y_p(x) = -\frac{ql}{12D_1} \left[x^3 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) u_{d_r}(x) \times (x+2d_r)(x-d_r)^2 \right] \quad (23)$$

当 $x=0$, 由式(22)、式(23)分别得:

$$y_q(0) = 0, \quad y_p(0) = 0 \quad (24)$$

将式(24)代入式(21), 由 $y(0)=0$ 推出:

$$y_0 = 0 \quad (25)$$

当 $x=l$, 由式(22)、式(23)分别得:

$$y_q(l) = \frac{q}{24D_1} \left\{ l^4 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) (l-d_r)^2 \times [(l+d_r)^2 + 2d_r^2] \right\} \quad (26)$$

$$y_p(l) = -\frac{ql}{12D_1} \left[l^3 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) \times (l+2d_r)(l-d_r)^2 \right] \quad (27)$$

将式(26)、式(27)代入式(21), 当 $x=l$ 时, 由 $y(l)=0$ 推出:

$$\theta_0 = \frac{q}{24D_1 l} \left[l^4 + \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) (l-d_r)^3 (l+3d_r) \right] \quad (28)$$

当 $x=l/2$, 由式(22)、式(23)分别得:

$$y_q\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5ql^4}{384D_1} \left\{ \frac{1}{5} + \frac{16}{5} \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) \times u_{d_r}\left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d_r}{l}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{d_r}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{d_r}{l}\right)^2 \right] \right\} \quad (29)$$

$$y_p\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{5ql^4}{384D_1} \left[\frac{4}{5} + \frac{32}{5} \sum_{r=2}^{2n+3} (\beta_r - \beta_{r-1}) \times u_{d_r}\left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{2d_r}{l}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d_r}{l}\right)^2 \right] \quad (30)$$

当 $x=l/2$, 将式(25)、式(28)、式(29)及式(30)代入式(21), 得预制薄板跨中挠度为:

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5ql^4}{384D_1} \left\{ 1 + \sum_{r=2}^{2n+3} \frac{8}{5} (\beta_r - \beta_{r-1}) \left[\left(1 - \frac{d_r}{l}\right)^3 \times \left(1 + \frac{3d_r}{l}\right) + 2u_{d_r}\left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d_r}{l}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{d_r}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{d_r}{l}\right)^2 \right] - 4u_{d_r}\left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{2d_r}{l}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d_r}{l}\right)^2 \right] \right\} \quad (31)$$

令:

$$\lambda_2 = \left\{ 1 + \sum_{r=2}^{2n+3} \frac{8}{5} (\beta_r - \beta_{r-1}) \left[\left(1 - \frac{d_r}{l}\right)^3 \left(1 + \frac{3d_r}{l}\right) + 2u_{d_r}\left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d_r}{l}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{d_r}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{d_r}{l}\right)^2 \right] - 4u_{d_r}\left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{2d_r}{l}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{d_r}{l}\right)^2 \right] \right\}^{-1} \quad (32)$$

将式(32)代入式(31)有:

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5ql^4}{384\lambda_2 D_1} \quad (33)$$

定义 $D_{e2} = \lambda_2 D_1$, D_{e2} 、 λ_2 分别为均布荷载作用下两端简支预制薄板等效刚度、等效刚度系数, 则有:

$$y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5ql^4}{384D_{e2}} \quad (34)$$

3 计算结果及分析

从预应力钢丝放张到预制薄板堆放,再到施工阶段安装和承受施工阶段的荷载,预制薄板变形基本处于弹性阶段,故在此不做预制薄板的非线性分析。为了解肋上开孔对预制薄板施工阶段变形性能的影响,对孔洞截面尺寸分别取 80mm×25mm、110mm×25mm、180mm×25mm、肋上无孔及肋上通孔 5 种情况,根据式(11)及式(34),借助 MATLAB7.0 编制计算机程序计算分析了 5 种不同肋上孔洞分布形式预制薄板跨中的预应力反拱度、自重余拱以及施工阶段的跨中挠度,400mm、500mm 宽预制薄板跨中变形计算结果分别如表 4、表 5 所示。其中,施工阶段的荷载取预制薄板自重和现浇层重量再加上 1kN/m² 的施工活载。

表 4 400mm 宽预制薄板跨中变形 /mm
Table 4 Deflection of 400 mm wide precast panels

板件长度	荷载阶段	无孔	80×25	110×25	180×25	通孔
2400	反拱度	-1.306	-1.197	-1.180	-1.150	-1.080
	自重余拱	-0.658	-0.552	-0.535	-0.510	-0.438
	施工挠度	1.087	1.307	1.342	1.400	1.547
2700	反拱度	-1.654	-1.518	-1.492	-1.457	-1.362
	自重余拱	-0.615	-0.482	-0.462	-0.431	-0.340
	施工挠度	2.179	2.492	2.549	2.629	2.848
3000	反拱度	-2.043	-1.874	-1.844	-1.800	-1.685
	自重余拱	-0.458	-0.297	-0.271	-0.235	-0.123
	施工挠度	3.798	4.238	4.314	4.425	4.730
3300	反拱度	-2.473	-2.267	-2.230	-2.179	-2.034
	自重余拱	-0.151	0.040	0.068	0.114	0.241
	施工挠度	6.079	6.682	6.787	6.937	7.361
3600	反拱度	-3.089	-2.870	-2.833	-2.779	-2.627
	自重余拱	-0.075	0.076	0.102	0.133	0.240
	施工挠度	7.316	7.960	8.067	8.226	8.677
3900	反拱度	-4.218	-4.045	-4.016	-3.973	-3.852
	自重余拱	-1.083	-1.038	-1.034	-1.018	-0.992
	施工挠度	6.707	7.084	7.147	7.241	7.506
4200	反拱度	-4.933	-4.752	-4.721	-4.676	-4.548
	自重余拱	-0.836	-0.839	-0.844	-0.846	-0.847
	施工挠度	8.857	9.270	9.340	9.442	9.734
4500	反拱度	-6.213	-6.097	-6.077	-6.048	-5.966
	自重余拱	-1.992	-2.093	-2.119	-2.133	-2.215
	施工挠度	8.066	8.286	8.324	8.378	8.534
4800	反拱度	-7.080	-6.972	-6.954	-6.927	-6.851
	自重余拱	-1.725	-1.918	-1.950	-1.990	-2.124
	施工挠度	10.386	10.606	10.643	10.697	10.852
5100	反拱度	-9.622	-9.598	-9.594	-9.588	-9.571
	自重余拱	-4.140	-4.428	-4.480	-4.558	-4.746
	施工挠度	8.287	8.366	8.380	8.400	8.456
5400	反拱度	-10.789	-10.762	-10.757	-10.750	-10.731
	自重余拱	-3.896	-4.252	-4.318	-4.423	-4.651
	施工挠度	11.720	11.817	11.833	11.858	11.926

(续表)

板件长度	荷载阶段	无孔	80×25	110×25	180×25	通孔
5700	反拱度	-13.585	-13.682	-13.698	-13.722	-13.791
	自重余拱	-6.566	-7.041	-7.133	-7.253	-7.584
	施工挠度	9.368	9.327	9.320	9.310	9.281
6000	反拱度	-14.971	-15.130	-15.157	-15.197	-15.309
	自重余拱	-6.446	-7.087	-7.194	-7.363	-7.792
	施工挠度	11.817	11.733	11.719	11.698	11.639

表 5 500mm 宽预制薄板跨中变形 /mm
Table 5 Deflection of 500 mm wide precast panels

板件长度	荷载阶段	无孔	80×25	110×25	180×25	通孔
2400	反拱度	-1.050	-0.963	-0.949	-0.925	-0.869
	自重余拱	-0.401	-0.318	-0.304	-0.285	-0.227
	施工挠度	1.345	1.542	1.575	1.627	1.759
2700	反拱度	-1.330	-1.221	-1.200	-1.171	-1.096
	自重余拱	-0.290	-0.185	-0.170	-0.144	-0.074
	施工挠度	2.505	2.791	2.843	2.917	3.116
3000	反拱度	-1.643	-1.507	-1.483	-1.448	-1.355
	自重余拱	-0.057	0.071	0.091	0.118	0.208
	施工挠度	4.202	4.609	4.679	4.780	5.063
3300	反拱度	-1.988	-1.823	-1.793	-1.752	-1.636
	自重余拱	0.336	0.486	0.507	0.542	0.640
	施工挠度	6.570	7.131	7.229	7.368	7.763
3600	反拱度	-2.465	-2.284	-2.255	-2.210	-2.085
	自重余拱	0.597	0.717	0.736	0.760	0.845
	施工挠度	8.239	8.867	8.970	9.126	9.565
3900	反拱度	-3.380	-3.237	-3.213	-3.178	-3.077
	自重余拱	-0.198	-0.178	-0.178	-0.169	-0.159
	施工挠度	7.865	8.225	8.285	8.375	8.629
4200	反拱度	-3.952	-3.799	-3.772	-3.734	-3.626
	自重余拱	0.221	0.199	0.192	0.185	0.170
	施工挠度	10.381	10.789	10.859	10.960	11.248
4500	反拱度	-4.998	-4.895	-4.877	-4.852	-4.779
	自重余拱	-0.705	-0.813	-0.839	-0.856	-0.942
	施工挠度	9.848	10.067	10.105	10.159	10.314
4800	反拱度	-5.699	-5.598	-5.581	-5.556	-5.485
	自重余拱	-0.246	-0.435	-0.466	-0.505	-0.637
	施工挠度	12.605	12.834	12.873	12.929	13.091
5100	反拱度	-7.783	-7.745	-7.739	-7.729	-7.702
	自重余拱	-2.209	-2.475	-2.523	-2.595	-2.768
	施工挠度	10.997	11.096	11.112	11.138	11.208
5400	反拱度	-8.711	-8.693	-8.690	-8.685	-8.673
	自重余拱	-1.797	-2.163	-2.232	-2.339	-2.575
	施工挠度	13.866	13.953	13.968	13.990	14.051
5700	反拱度	-10.992	-11.076	-11.091	-11.111	-11.171
	自重余拱	-3.945	-4.409	-4.499	-4.616	-4.939
	施工挠度	12.053	12.026	12.020	12.014	11.995
6000	反拱度	-12.180	-12.274	-12.290	-12.313	-12.379
	自重余拱	-3.526	-4.091	-4.186	-4.334	-4.710
	施工挠度	16.112	16.088	16.084	16.078	16.062

1) 预应力反拱度分析: 预制薄板反拱度过大或不均匀将导致两大问题: 一是铺板后预制薄板板底不平; 二是后浇混凝土的标高难以控制, 预制薄板

板肋跨中比端部高,不能被后浇混凝土有效包住,影响整体性。针对以上两大问题,主要采取3种解决方案:一是控制预应力施加大小;二是通过在肋上设孔洞;三是在矩形肋内增设构造钢筋。本文进行了两种板宽、13种板长共130个模型的跨中挠度计算分析,当板件长度小于3600mm时,跨中预应力反拱度小于3.089mm,当板件长度为6000mm时,跨中预应力反拱度取得最大值15.309mm。当板件长度小于5400mm时,预应力反拱度随肋上孔洞截面尺寸增大逐渐减小,肋上开孔能减小预应力反拱度,小于3600mm时肋上孔洞截面尺寸对预应力反拱度影响明显;大于5400mm时,预应力反拱度随肋上孔洞截面尺寸增大逐渐增大,肋上开孔不利于减小预应力反拱度,但影响较小。表6、表7给出了80mm×25mm、110mm×25mm、180mm×25mm这3种孔洞形式分别按无孔模型与通孔模型计算跨中预应力反拱度的计算误差,计算误差随板件长度的增大逐渐减小,当板件长度小于3600mm时,计算误差较大,大于4200mm时,计算误差小于5%。

表6 400mm宽预制薄板跨中变形计算误差 / (%)

Table 6 Deflection calculating errors of 400 mm wide precast panels

板件长度	荷载阶段	80mm×25mm		110mm×25mm		180mm×25mm	
		无孔	通孔	无孔	通孔	无孔	通孔
		模型	模型	模型	模型	模型	模型
2400	反拱度	10.7	-9.8	10.7	-8.5	13.6	-6.1
	施工挠度	-19.0	18.4	-19.0	4.2	-22.4	10.5
2700	反拱度	10.9	-10.3	10.9	-8.7	13.5	-6.5
	施工挠度	-14.5	14.3	-14.5	4.2	-17.1	8.3
3000	反拱度	10.8	-10.1	10.8	-8.6	13.5	-6.4
	施工挠度	-12.0	11.6	-12.0	4.2	-14.2	6.9
3300	反拱度	10.9	-10.3	10.9	-8.8	13.5	-6.7
	施工挠度	-10.4	10.2	-10.4	4.2	-12.4	6.1
3600	反拱度	9.0	-8.5	9.0	-7.3	11.2	-5.5
	施工挠度	-9.3	9.0	-9.3	3.7	-11.1	5.5
3900	反拱度	5.0	-4.8	5.0	-4.1	6.2	-3.0
	施工挠度	-6.2	6.0	-6.2	1.7	-7.4	3.7
4200	反拱度	4.5	-4.3	4.5	-3.7	5.5	-2.7
	施工挠度	-5.2	5.0	-5.2	1.6	-6.2	3.1
4500	反拱度	2.2	-2.1	2.2	-1.8	2.7	-1.4
	施工挠度	-3.1	3.0	-3.1	0.7	-3.7	1.9
4800	反拱度	1.8	-1.7	1.8	-1.5	2.2	-1.1
	施工挠度	-2.4	2.3	-2.4	0.6	-2.9	1.4
5100	反拱度	0.3	-0.3	0.3	-0.2	0.4	-0.2
	施工挠度	-1.1	1.1	-1.1	0.3	-1.3	0.7
5400	反拱度	0.3	-0.3	0.3	-0.2	0.4	-0.2
	施工挠度	-1.0	0.9	-1.0	0.3	-1.2	0.6
5700	反拱度	-0.8	0.8	-0.8	0.7	-1.0	0.5
	施工挠度	0.5	-0.5	0.5	0.2	0.6	-0.3
6000	反拱度	-1.2	1.2	-1.2	1.0	-1.5	0.7
	施工挠度	0.8	-0.8	0.8	0.3	1.0	-0.5

表7 500mm宽预制薄板跨中变形计算误差 / (%)
Table 7 Deflection calculating errors of 500 mm wide precast panels

板件长度	荷载阶段	80mm×25mm		110mm×25mm		180mm×25mm	
		无孔	通孔	无孔	通孔	无孔	通孔
		模型	模型	模型	模型	模型	模型
2400	反拱度	10.6	-9.8	10.6	-8.4	13.5	-6.1
	施工挠度	-14.6	14.1	-14.6	4.1	-17.3	8.1
2700	反拱度	10.8	-10.2	10.8	-8.7	13.6	-6.4
	施工挠度	-11.9	11.6	-11.9	4.2	-14.1	6.8
3000	反拱度	10.8	-10.1	10.8	-8.6	13.5	-6.4
	施工挠度	-10.2	9.9	-10.2	4.2	-12.1	5.9
3300	反拱度	10.9	-10.3	10.9	-8.8	13.5	-6.6
	施工挠度	-9.1	8.9	-9.1	4.2	-10.8	5.4
3600	反拱度	9.3	-8.7	9.3	-7.5	11.5	-5.7
	施工挠度	-8.1	7.9	-8.1	3.8	-9.7	4.8
3900	反拱度	5.2	-4.9	5.2	-4.2	6.4	-3.2
	施工挠度	-5.1	4.9	-5.1	1.8	-6.1	3.0
4200	反拱度	4.8	-4.6	4.8	-3.9	5.8	-2.9
	施工挠度	-4.4	4.3	-4.4	1.7	-5.3	2.6
4500	反拱度	2.5	-2.4	2.5	-2.0	3.0	-1.5
	施工挠度	-2.5	2.5	-2.5	0.7	-3.1	1.5
4800	反拱度	2.1	-2.0	2.1	-1.7	2.6	-1.3
	施工挠度	-2.1	2.0	-2.1	0.7	-2.5	1.3
5100	反拱度	0.6	-0.6	0.6	-0.5	0.7	-0.3
	施工挠度	-1.0	1.0	-1.0	0.3	-1.3	0.6
5400	反拱度	0.2	-0.2	0.2	-0.2	0.3	-0.1
	施工挠度	-0.7	0.7	-0.7	0.3	-0.9	0.4
5700	反拱度	-0.9	0.9	-0.9	0.7	-1.1	0.5
	施工挠度	0.3	-0.3	0.3	0.2	0.3	-0.2
6000	反拱度	-0.9	0.9	-0.9	0.7	-1.1	0.5
	施工挠度	0.2	-0.2	0.2	0.2	0.2	-0.1

2) 自重余拱分析: 根据表4、表5, 自重余拱随肋上孔洞截面尺寸增大而减小。当板件长度小于3600mm, 自重余拱不超过0.845mm。可见通过控制张拉预应力、肋上增设孔洞与构造钢筋能有效地解决反拱值过大和不均匀的问题, 使预应力反拱度跟自重作用下产生的挠度值大体相当。本文建议预制薄板预应力筋张拉控制系数不超过0.6。

3) 施工阶段的跨中挠度分析: 对于采用肋上开孔及设有肋端缺口预制薄板的单向预应力双向配筋混凝土叠合楼板^[10], 现行国内外规范的刚度计算理论与设计方法不能直接采用, 故目前实际工程设计中主要采取简化计算的方法, 即不考虑肋上孔洞及肋端缺口的影响, 直接取无孔模型或通孔模型进行跨中挠度计算, 表6、表7给出了80mm×25mm、110mm×25mm、180mm×25mm这3种孔洞形式分别按无孔模型与通孔模型计算施工阶段的跨中挠度计算误差, 计算误差随板件长度的增大逐渐减小, 板件跨度小于3600mm时, 计算误差较大, 当大于4500mm时, 计算误差小于5%。

4) 根据表 4~表 7, 对于实际工程中普遍采用 110mm×25mm 孔洞的预制薄板, 跨中预应力反拱度取无孔模型与通孔模型跨中计算挠度的平均值, 误差随板件长度增大逐渐减小且不超过 1.1%。按通孔模型计算的自重余拱, 误差随板件长度增大逐渐增大, 当长度小于 3300mm 时误差小于 1%, 超过 3600mm 时误差小于 5.7%。按通孔模型计算的施工阶段跨中挠度, 误差随板件长度增大逐渐减小, 当长度小于 4200mm 时误差小于 4.2%, 超过 4500mm 时误差小于 0.7%。

4 结论

(1) 本文提出的式(11)、式(34)可计算任意肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸预应力、均布荷载作用下两端简支预制薄板的跨中挠度; 考虑肋上孔洞分布及肋端缺口尺寸预应力、均布荷载作用下两端简支预制薄板的等效刚度系数可分别按式(9)、式(32)进行计算。

(2) 肋上开孔对预制薄板跨中预应力反拱度、自重余拱及施工阶段的跨中挠度影响明显, 且随板件长度增大逐渐减小。当板件长度小于 5700mm 时, 预应力反拱度随肋上孔洞截面尺寸增大而减小, 超过 5700mm 时随肋上孔洞截面尺寸增大而增大。自重余拱、施工阶段的跨中挠度随肋上孔洞截面尺寸的增大而增大。

(3) 对于采用 110mm×25mm 孔洞的预制薄板, 实际工程设计中建议跨中预应力反拱度取无孔模型与通孔模型跨中计算挠度的平均值; 自重余拱、施工阶段的跨中挠度, 建议按通孔模型计算。

参考文献:

- [1] 刘汉朝, 蒋青青. 倒“T”形叠合简支板的试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2004, 35(1): 147—150.
Liu Hanchao, Jiang Qingqing. Experiment of inverted ‘T’ simply supported composite slab [J]. J. Cent. South Univ (Natural Science), 2004, 35(1): 147—150. (in Chinese)
- [2] 陈科. 大跨度 PK 预应力混凝土叠合板的试验研究与理论分析[D]. 长沙: 湖南大学, 2009.
Chen Ke. Experimental study and theoretical analysis of large-span PK prestressed concrete composite slab [D]. Changsha: Hunan University, 2009. (in Chinese)
- [3] 刘轶. 自承式钢筋桁架混凝土叠合板性能研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
Liu Yi. Performance research of steel bar truss and concrete composite slab [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006. (in Chinese)
- [4] Biddah A. Structural reinforcement of bridge decks using pultruded GFRP grating [J]. Composite Structures, 2006, 74(1): 80—88.
- [5] Hassan A, Kawakami M. Steel-free composite slabs made of reactive powder materials and fiber-reinforced concrete [J]. ACI Structural Journal, 2005, 102(5): 709—718.
- [6] Bayasi Z, Kaiser H, Gonzales M. Composite slabs with corrugated SIMCON deck as alternative for corrugated metal sheets [J]. Journal of Structural Engineering, 2001, 127(10): 1198—1205.
- [7] Roberts-Wollmann C L, Guirola M, Samuel Easterlina W. Strength and performance of fiber-reinforced concrete composite slabs [J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(3): 520—528.
- [8] Kaneko Y, Okamoto H, Kakizawa T. Flexural characteristics of super-lightweight reinforced concrete slab [J]. Zairyo/Journal of the Society of Materials Science, Japan, 1999, 48(10): 1187—1192.
- [9] Williamson N. Concrete floors [M]. Amsterdam, London: Butterworth-Heinemann, 2003: 3—38.
- [10] 周绪红, 张微伟, 吴方伯, 李定乾. 预应力混凝土四边简支双向叠合板的设计方法[J]. 建筑科学与工程学报. 2006, 23(4): 54—57.
Zhou Xuhong, Zhang Weiwei, Wu Fangbo, Li Dingqian. Design method of prestressed concrete simply supported on four sides of two-way composite slab [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4): 54—57. (in Chinese)