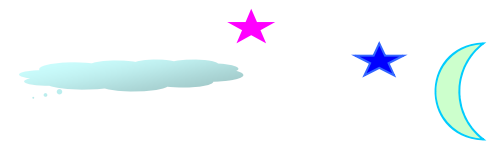


## 4. 流体通过颗粒层的流动

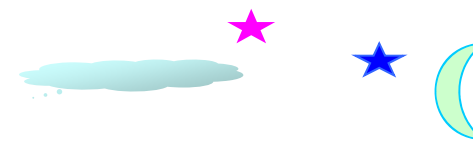


### 4.1 概述

混合物 { 均相物系：物系内部不存在相界面  
非均相物系：存在两种以上的相态



## 4.2 颗粒床层的特性



### 4.2.1 单颗粒的特性

表示颗粒特性的几何参数：大小、形状、表面积（或比表面积）。

#### 1. 球形颗粒

$$V = \frac{\pi}{6} d_p^3$$

$$S = \pi d_p^2$$

$$a_{\text{球}} = \frac{S}{V} = \frac{6}{d_p}$$

**比表面积**：单位体积颗粒所具有的表面积，其单位为  $m^2/m^3$

## 4.2.1 单颗粒的特性

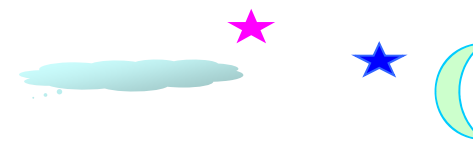
### 2. 非球形颗粒

非球形颗粒可用**当量直径**和**形状系数**来表示其特性

#### ① 体积当量直径 $d_{eV}$

令实际颗粒的体积  $V$  等于当量球形颗粒的体积  $\frac{\pi}{6} d_{eV}^3$

$$d_{eV} = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$$



## 2. 非球形颗粒

### ② 表面积当量直径 $d_{es}$

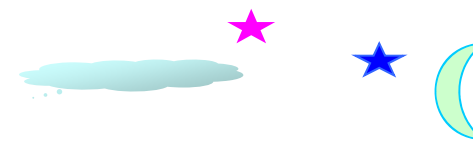
令实际颗粒的表面积等于当量球形颗粒的表面积  $\pi d_{es}^2$

$$d_{es} = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

### ③ 比表面积当量直径 $d_{ea}$

令实际颗粒的比表面积  $a$  等于当量球形颗粒的比表面积  $\frac{6}{d_{ea}}$

$$d_{ea} = \frac{6}{a} = \frac{6}{S/V}$$



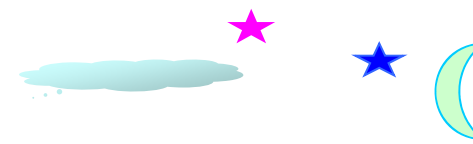
## 2. 非球形颗粒

### ④ 形状系数

$$d_{ea} = \frac{d_{eV}^3}{d_{eS}^2} = \left( \frac{d_{eV}}{d_{eS}} \right)^2 d_{eV}$$

记  $\left( \frac{d_{eV}}{d_{eS}} \right)^2 = \phi$  形状系数（球形度）  
表征颗粒的形状与球形的差异程度

$$\phi = \frac{d_{eV}^2}{d_{eS}^2} = \frac{\pi d_{eV}^2}{\pi d_{eS}^2} = \frac{S_{\text{球}}}{S}$$



∵ 球的表面积最小, ∴  $\phi \leq 1$

由  $d_{ea} = \left( \frac{d_{eV}}{d_{eS}} \right)^2 d_{eV}$  还可得出:

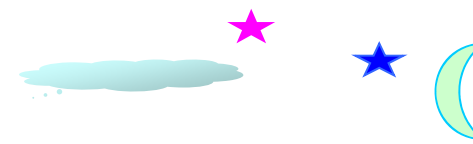
$$d_{ea} = \phi d_{eV}$$

$$d_{eS} = \frac{d_{eV}}{\sqrt{\phi}}$$

### ⑤ 不规则颗粒特性的表征

通常选  $d_{eV}$  和  $\phi$  来表征其特性, 即:

$$V = \frac{\pi}{6} d_e^3 \quad S = \frac{\pi d_e^2}{\phi} \quad a = \frac{6}{\phi d_e}$$



## 4.2.2 颗粒群的特性

1. 粒度分布

2. 平均粒径

$$\frac{1}{d_m} = \sum \frac{x_i}{d_{p,i}}$$

$d_m$  —— 平均比表面积直径, m

$d_{p,i}$  —— 筛分直径, m

$x_i$  ——  $d_{p,i}$  粒径段内颗粒的质量分率。

非球形颗粒:

$$\frac{1}{d_m} = \sum \frac{x_i}{\phi d_{eV,i}}$$

## 4.2.3 床层特性

### 1. 床层空隙率

单位体积颗粒床层中空隙的体积为床层的空隙率  $\varepsilon$ ，即：

$$\varepsilon = \frac{\text{床层体积} - \text{颗粒所占的体积}}{\text{床层体积}}$$

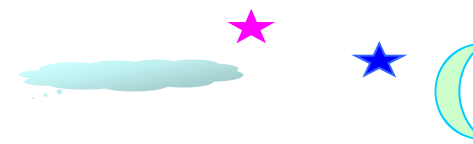
$\varepsilon$  反映了床层中颗粒堆集的紧密程度，其大小与颗粒的形状、粒度分布、装填方法、床层直径、所处的位置等有关。

球形：0.26~0.48

乱堆：0.47~0.7

壁效应





## $\varepsilon$ 的测量方法:

• 充水法:  $\varepsilon = \frac{V_{\text{水}}}{V}$  不适于多孔性颗粒

• 称量法:  $\varepsilon = \frac{V - \frac{G}{\rho_p}}{V}$   $\rho_p$  —— 颗粒密度  
 $G$  —— 体积为  $V$  的颗粒的质量

床层密度与颗粒密度的关系:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho'}{\rho_P}$$



## 2. 床层的比表面积 $a_B$

即单位体积床层中颗粒的表面积。若忽略因颗粒相互接触而减小的裸露面积，则：

$$a_B = a(1 - \varepsilon)$$

影响  $a_B$  的主要因素：颗粒尺寸，一般，颗粒尺寸越小， $a_B$  越大。

## 3. 床层的各向同性

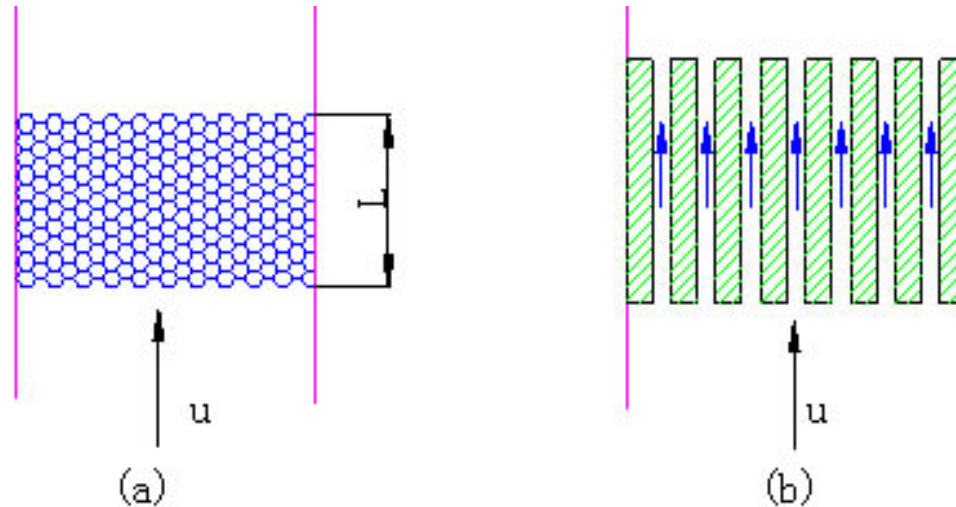
指从各个方位看，颗粒的堆积情况都是相同的。

$$\frac{\text{自由截面积}}{\text{床层截面积}} = \varepsilon$$

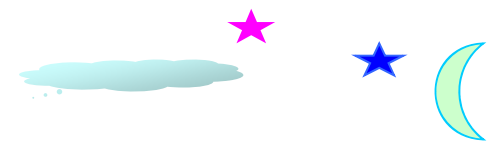
自由截面积：床层截面上可供流体通过的空隙面积

## 4.3 流体通过固定床的压降

### 4.3.1 固定床的床层简化模型



- 颗粒床层由许多平行细管组成，孔道长度 $L_e$ 与床层高度 $L$ 成正比
- 孔道内表面积之和等于全部颗粒的表面积，孔道内全部流动空间等于床层空隙的容积。



根据上述假定，可求得这些虚拟细管的当量直径  $d_e$ 。

$$d_e = \frac{4 \times \text{通道的截面积}}{\text{润湿周边}} = \frac{4 \times \text{床层的流动空间}}{\text{细管的全部内表面}}$$

水力半径

以  $1\text{m}^3$  床层体积为基准：

$$d_e = \frac{4\varepsilon}{a_B} = \frac{4\varepsilon}{a(1-\varepsilon)}$$

### 4.3.2 流体压降的数学模型

$$h_f = \frac{\Delta P'}{\rho} = \lambda \frac{L_e}{d_e} \frac{u_1^2}{2}$$

$u_1$ ---管内流速，取颗粒空隙间的流速

空床流速  $u = \varepsilon u_1 \quad \therefore u_1 = \frac{u}{\varepsilon}$

$$\therefore \frac{\Delta P'}{L} = \left( \lambda \frac{L_e}{8L} \right) \frac{(1-\varepsilon)a}{\varepsilon^3} \rho u^2$$

$$\frac{\Delta P'}{L} = \lambda' \frac{(1-\varepsilon)a}{\varepsilon^3} \rho u^2$$

单位床层高度的压降， Pa

模型参数

### 4.3.3 模型的检验和模型参数的估计

#### 1. 康采尼 (Kozeny) 方程

在流速较低,  $R_e' < 2$  时 (层流),  $\lambda' = \frac{K'}{R_e'}$  实验测得  $K' = 5.0$

其中: 
$$R_e' = \frac{d_e u_1 \rho}{\mu} = \frac{u \rho}{a(1-\varepsilon)\mu}$$

把  $\lambda' = \frac{K'}{R_e'}$  代入模型方程, 得:

$$\frac{\Delta P'}{L} = K' \frac{(1-\varepsilon)^2 a^2}{\varepsilon^3} \mu u$$

半经验半理论关联式

## 2. 欧根 (Ergun) 方程

欧根在较宽的床层雷诺数范围内研究了  $\lambda'$  与  $Re'$  的关系, 得:

$$\lambda' = \frac{4.17}{Re'} + 0.29$$

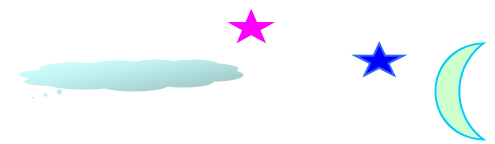
代入模型方程得:

$$\frac{\Delta P'}{L} = 4.17 \frac{(1-\varepsilon)^2 a^2}{\varepsilon^3} \mu u + 0.29 \frac{(1-\varepsilon)a}{\varepsilon^3} \rho u^2$$

$$\frac{\Delta P'}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 d_p^2} \mu u + 1.75 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 d_p} \rho u^2$$

误差:  $\pm 25\%$ , 不适于细长物体及环状填料

影响床层压降的因素:  $u, \mu, \rho$  及  $\varepsilon, a$ , 其中  $\varepsilon$  影响最大。



### 4.3.4 因次分析法和数学模型法的比较

物性因素  $\mu, \rho$

设备因素  $L, d, \varepsilon \rightarrow$  湍流直管阻力  $\rightarrow h_f(\Delta P)$

操作因素  $u$

影响因素

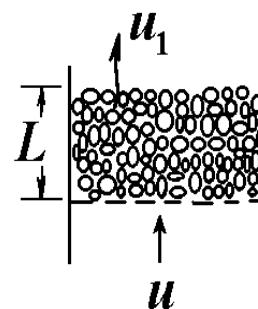
可测量的结果

减少变量: 因次分析 
$$\frac{h_f}{u^2} = \varphi\left(\frac{d u \rho}{\mu}, \frac{l}{d}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$$

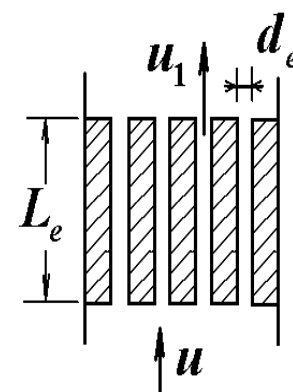
$\rightarrow$  减少实验次数  $10^6 \rightarrow 10^3$

实验: 寻找函数形式, 决定参数

$\frac{\Delta P}{L} = ?$



实际过程



简化的物理模型

$$\frac{\Delta P}{L} = K \frac{a^2 (1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu u$$

实验: 检验模型, 确定参数  $K$



## 4.4 过滤

过滤的目的：♦ 从悬浮液中分离出固体颗粒

♦ 获得纯净的液体

重力、离心力、压力差

过滤原理：在外力的作用下，悬浮液中的液体通过多孔介质的孔道而固体颗粒被截留下来，从而实现固、液分离。

过滤术语：过滤操作所处理的悬浮液称为**滤浆**，所用的多孔物质称为**过滤介质**（当过滤介质是织物时，也称为滤布），通过介质孔道的液体称为**滤液**，被截留的物质称为**滤饼或滤渣**。

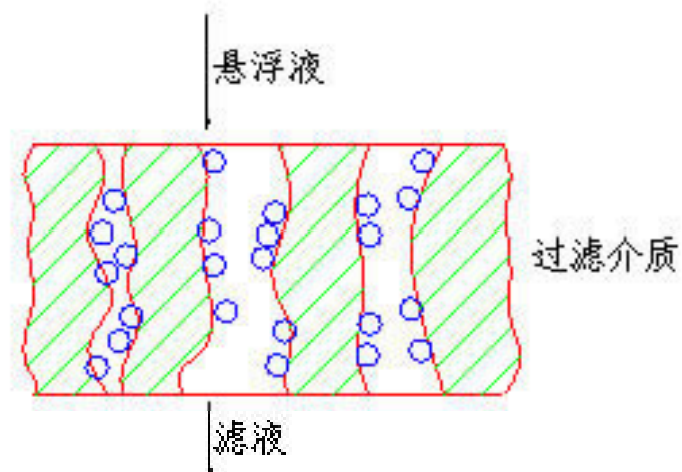
## 4.4.1 过滤操作的基本概念

### 1. 两种过滤方式

深层过滤和滤饼过滤。

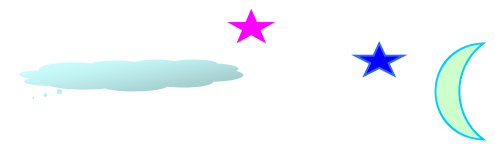
#### ① 深层过滤

特点是固体颗粒的沉积发生在较厚的粒状过滤介质内部，过滤介质表面上无颗粒层形成。



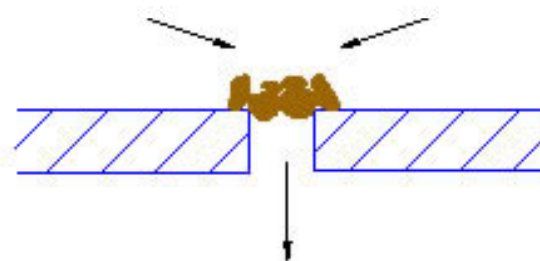
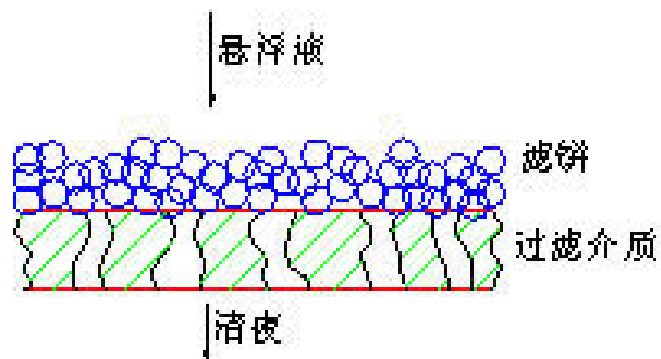
适用于悬浮液中颗粒尺寸甚小而且含量甚微的场合。

如自来水厂用很厚的石英砂层作为过滤介质来进行水的净化

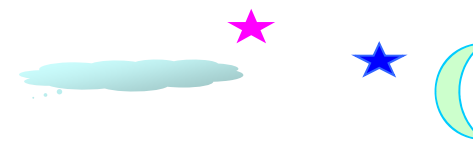


## ② 滤饼过滤

固体颗粒呈饼层状沉积于过滤介质的上游一侧，形成滤饼层。



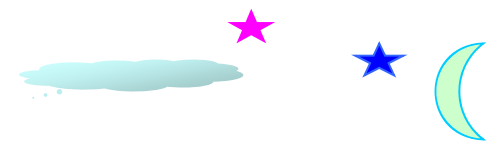
滤饼过滤适用于处理颗粒含量较高的悬浮液，是化工生产中的主要过滤方式。



## 2. 过滤介质

- ① 织物介质 由天然或合成纤维、金属丝等编制的滤布、滤网
- ② 多孔性固体介质 陶瓷、金属、玻璃、多孔性塑料管
- ③ 堆积介质 石英砂、木炭、石棉粉等

基本要求:具有适宜的孔径、过滤阻力小,  
具有足够的机械强度和耐腐蚀性。



### 3. 滤饼的压缩性

滤饼 { 可压缩滤饼 —— 过滤过程中  $\epsilon \downarrow \rightarrow$  过滤阻力  $\uparrow$   
不可压缩滤饼 —— 过滤过程中  $\epsilon$  不变

### 4. 滤饼的洗涤

目的：净化滤饼，

回收滤饼中存留的滤液

如果滤液为水溶液，一般就用水洗涤

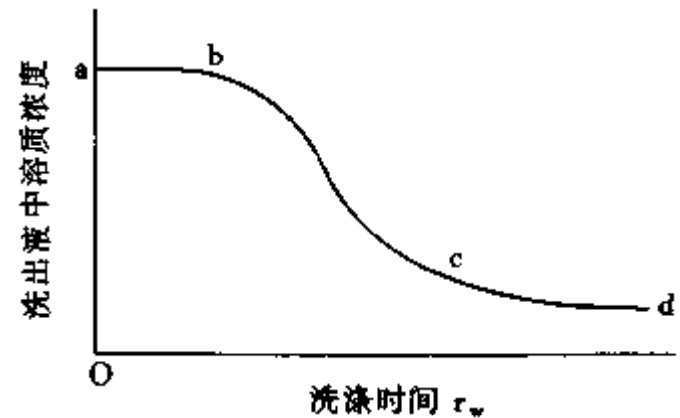
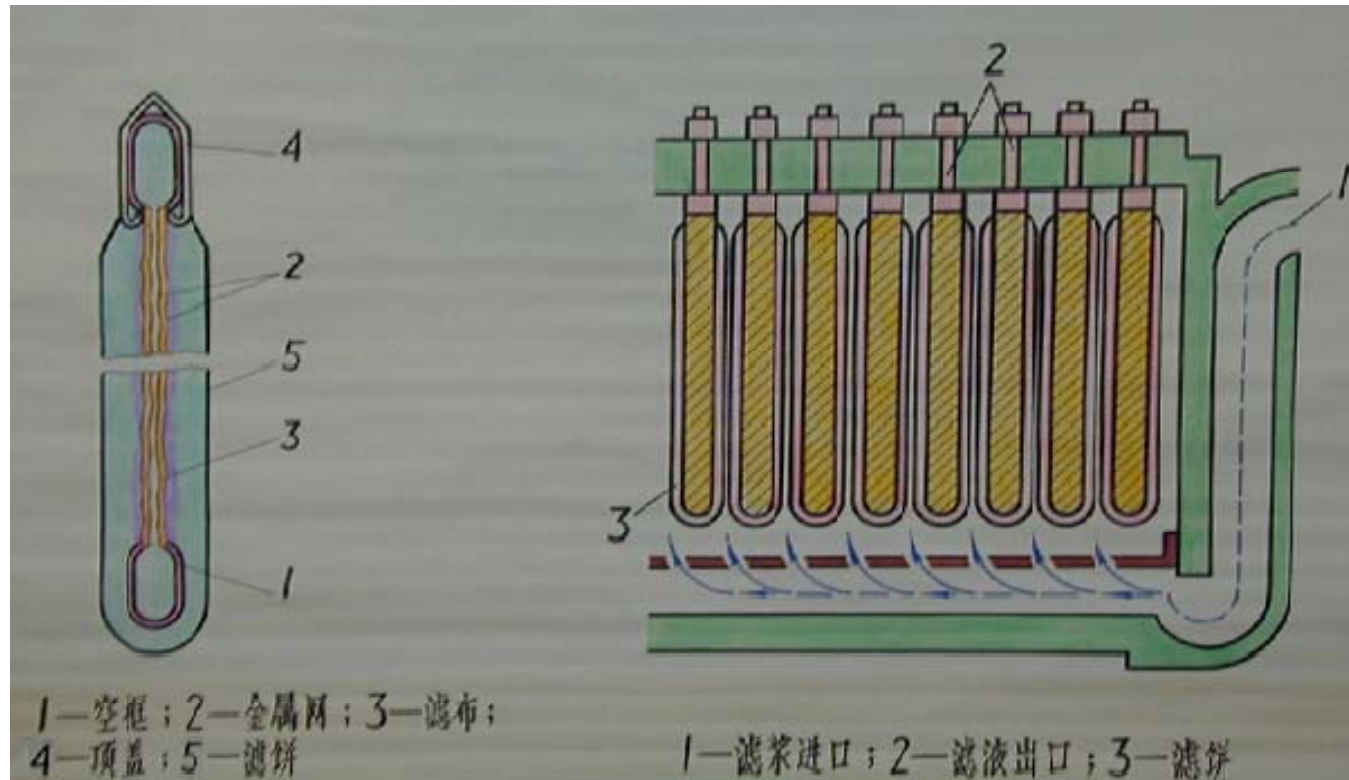


图 4-9 洗涤曲线

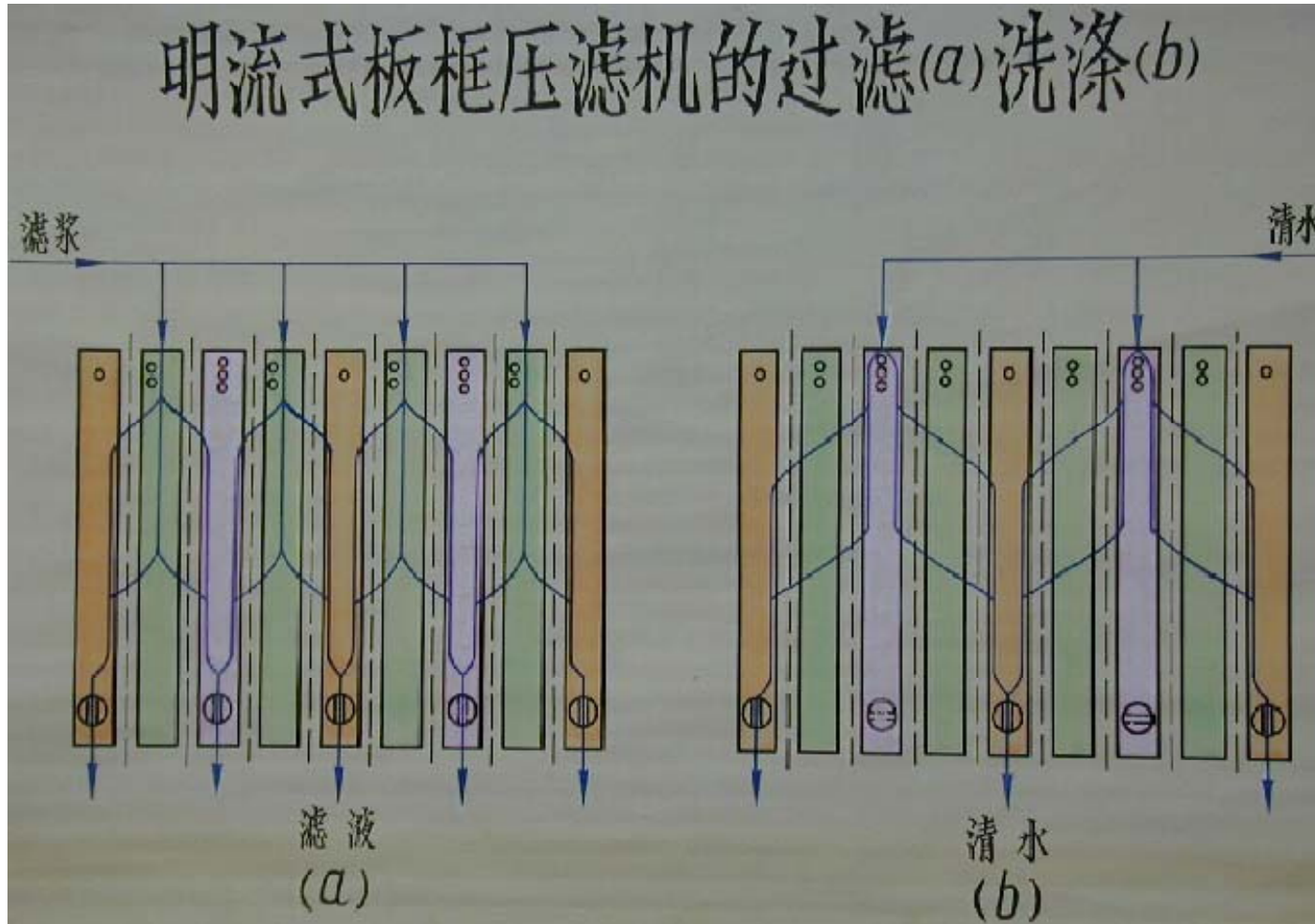
## 4.4.2 过滤设备

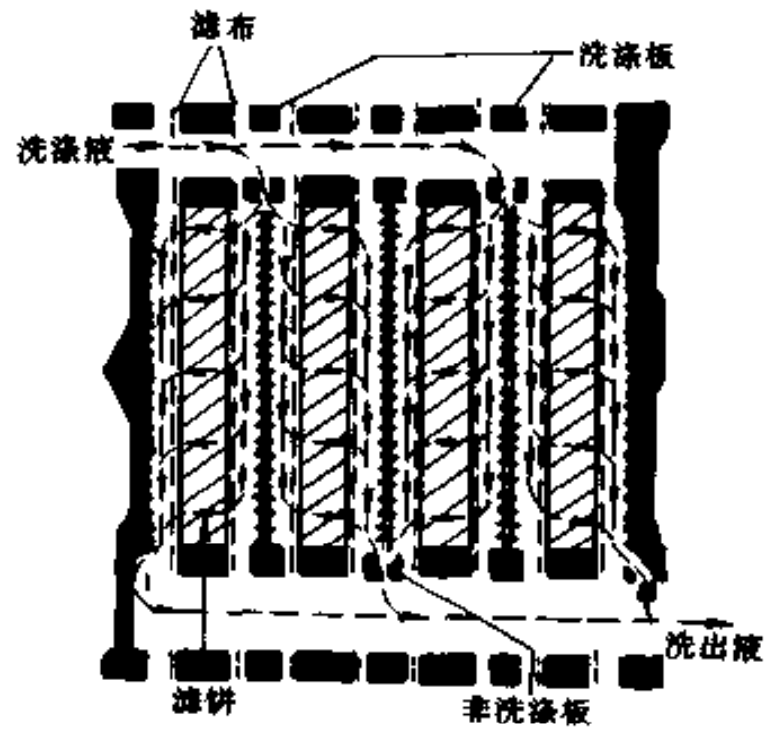
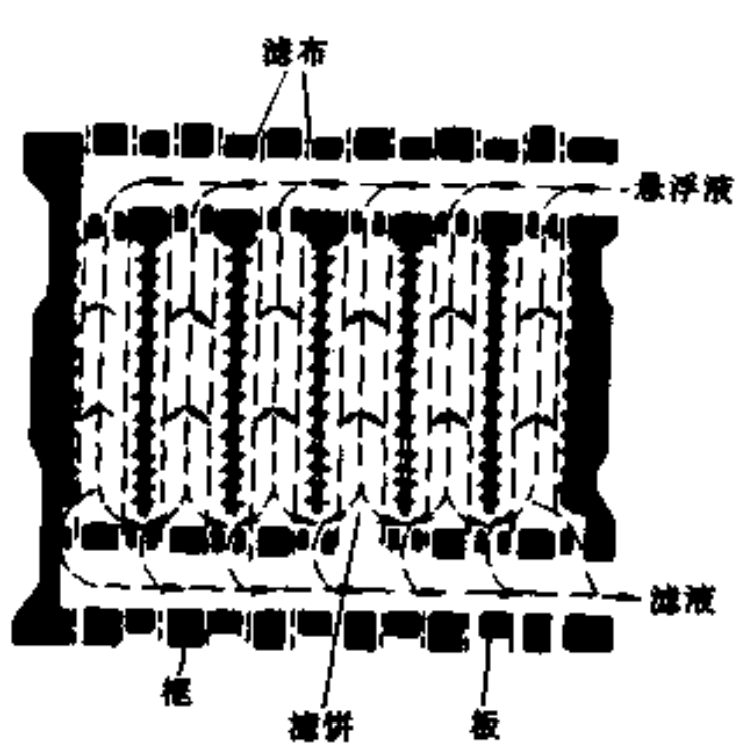
- (1) 压滤和吸滤 如叶滤机、板框压滤机，回转真空过滤机等；
- (2) 离心过滤 有各种间歇卸渣和连续卸渣离心机。

### 1. 叶滤机（间歇操作）



## 2. 板框压滤机



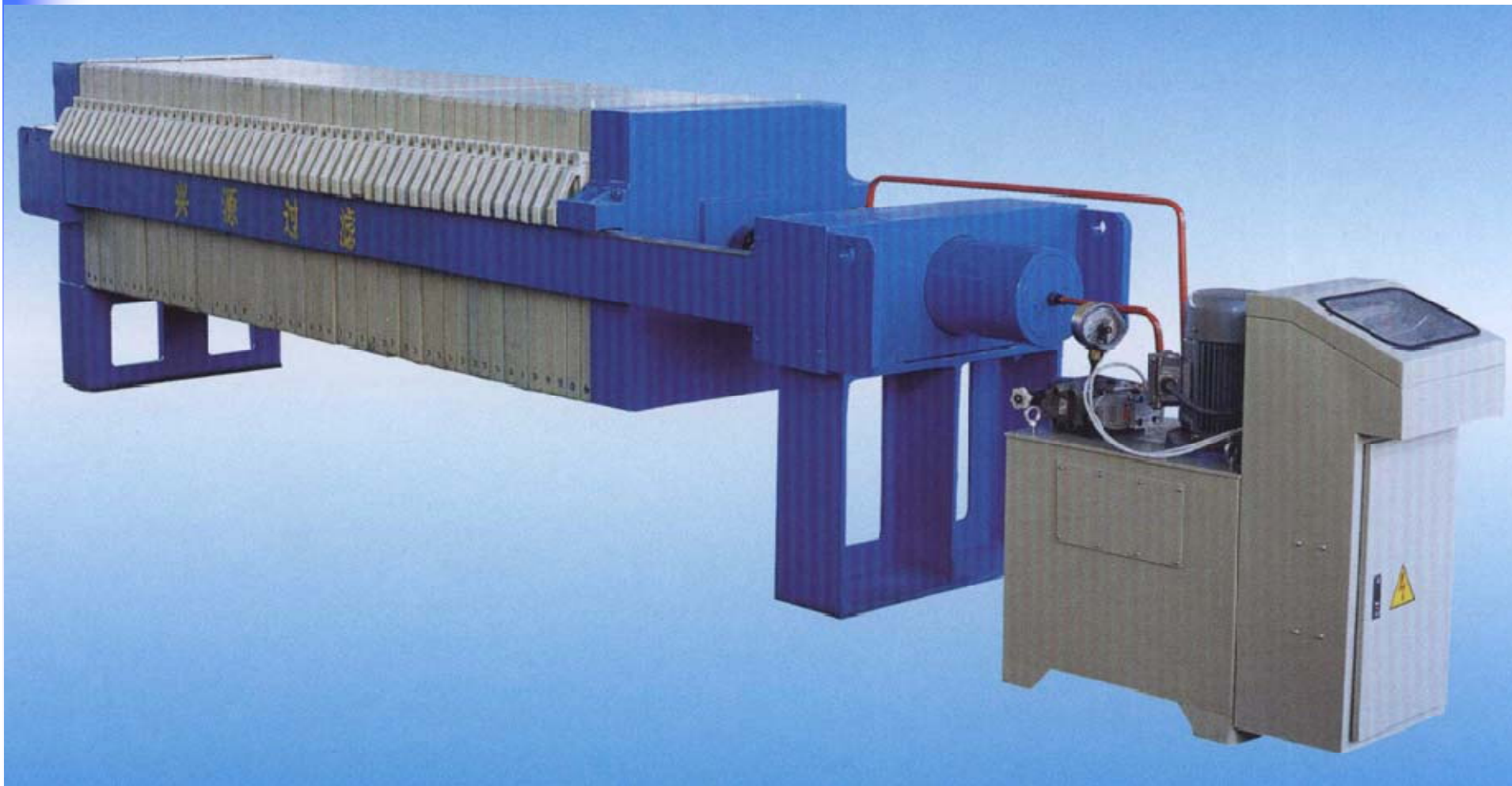
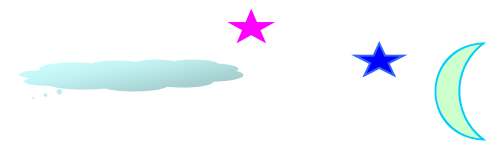


化工原理——流体通过颗粒层的流动





化工原理——流体通过颗粒层的流动



化工原理——流体通过颗粒层的流动

### 3. 回转真空过滤机

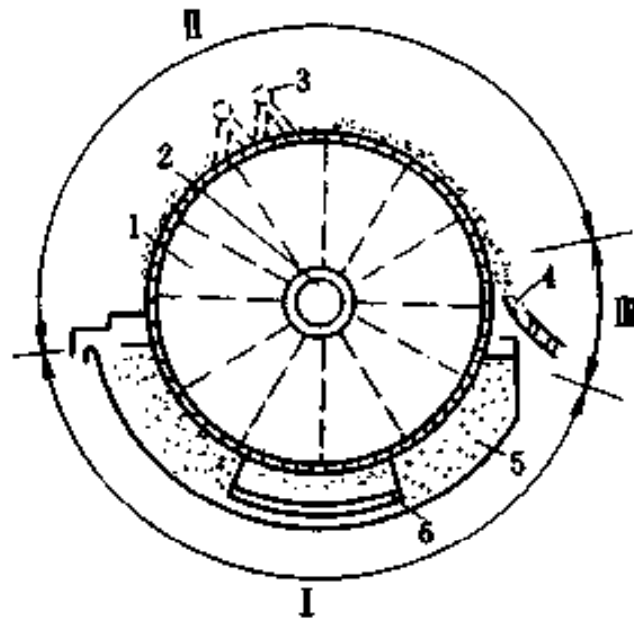


图 4-15 回转真空过滤机操作简图  
 1—转鼓；2—分配头；3—洗涤水喷嘴；  
 4—刮刀；5—悬浮液槽；6—搅拌器  
 I—过滤区；II—洗涤脱水区；  
 III—卸渣区

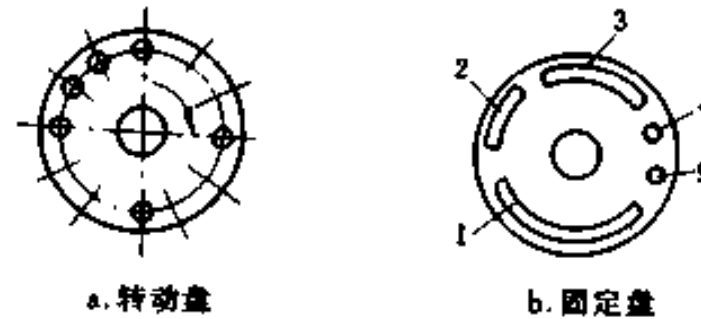


图 4-16 回转真空过滤机的分配头  
 1, 2—与滤液贮罐相通的槽；  
 3—与洗液贮罐相通的槽；  
 4, 5—通压缩空气的孔

## 4.5 过滤过程计算

过程的特点：拟定态过程      目的： $V(q) \sim \tau$

过滤速率：单位时间、单位过滤面积所得的滤液量，即

$$u = \frac{dV}{Ad\tau} = \frac{dq}{d\tau} \quad (\text{m/s})$$

### 4.5.1 过滤过程的数学描述

#### 1. 物料衡算

$\omega$  (kg固体/kg悬浮液)       $\phi$  (m<sup>3</sup>固体/m<sup>3</sup>悬浮液)

$$\phi = \frac{\omega / \rho_p}{\omega / \rho_p + (1 - \omega) / \rho}$$



流入的量 = 流出的量 + 累积量

总量衡算:  $V_{\text{悬}} = V + LA$

固体量衡算:  $V_{\text{悬}}\phi = LA(1 - \varepsilon)$

由上两式可得:  $L = \frac{\phi}{1 - \varepsilon - \phi} q$

一般,  $\phi \ll \varepsilon, \therefore L = \frac{\phi}{1 - \varepsilon} q$

## 2. 过滤速率

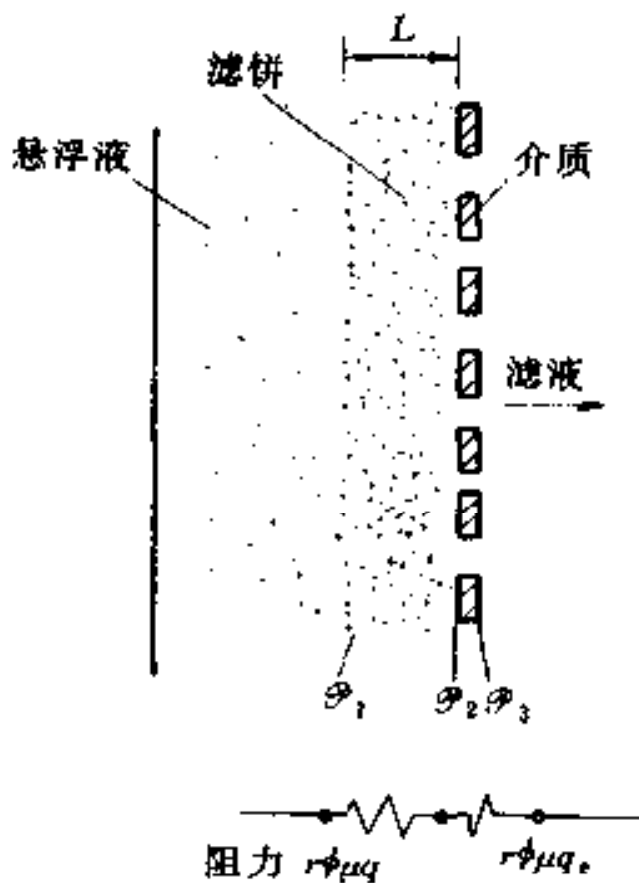
$$\frac{\Delta P'}{L} = K' \frac{(1-\varepsilon)^2 a^2}{\varepsilon^3} \mu u$$

$$u = \frac{dq}{d\tau} = \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2 a^2} \times \frac{1}{K' \mu} \times \frac{\Delta P'}{L}$$

把  $L = \frac{\phi}{1-\varepsilon} q$  代入, 并令  $r = \frac{K' a^2 (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}$

则有:  $\frac{dq}{d\tau} = \frac{\Delta P'}{r \phi \mu q}$

### 3. 过滤速率基本方程式



$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{\Delta P_1'}{r\phi\mu q}$$

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{\Delta P_2'}{r\phi\mu q_e}$$

加和, 得:

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{\Delta P'}{r\phi\mu(q + q_e)} \quad (4-39)$$

影响过滤速率的因素:

悬浮液的性质 (\$\phi\$、\$\mu\$)

滤饼特性 (\$\epsilon\$、\$a\$)

参数归并法：为避免单个参数测量的困难，将数学描述中几个同类型参数归并成一个新参数，以明确表述主要变量与结果之间的关系。从而用真实实验确定该新参数并检验模型，从而获取工程设计数据。

$$\text{令} \quad K = \frac{2\Delta P'}{r\phi\mu} \quad (4-40)$$

可得：

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{K}{2(q+q_e)}$$
$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{KA^2}{2(V+V_e)}$$

过滤速率基本方程式  
(微分式)

式中： $K$  和  $q_e$  称为过滤常数

当量滤液量  $V_e$  不是真正的滤液量，其值与过滤介质的性质、滤饼及滤浆的性质有关。



### 3. 过滤速率基本方程式



$$K = \frac{2\Delta P'}{r\phi\mu} \quad (4-40)$$

**K**: 对于指定的悬浮液,  $\Delta P$ 不变时才是常数

**r**: 滤饼的比阻, 表示滤饼结构的影响, 反映过滤操作的难易程度

$$r = r_0 \Delta P^s \quad (4-43)$$

**s**: 压缩指数,  $r_0$ :  $\Delta P$ 为1Pa时的滤饼比阻。

不可压缩滤饼:  $s = 0$

可压缩:  $s = 0.2 \sim 0.8$

$$K = \frac{2\Delta P^{1-s}}{r_0\phi\mu}$$

## 4.5.2 间歇过滤的滤液量与过滤时间的关系

### 1. 恒速过滤方程

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{K}{2(q+q_e)} = \text{常数}$$

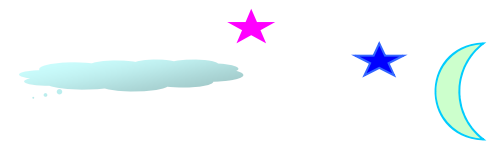
$$\frac{q}{\tau} = \frac{K}{2(q+q_e)}$$

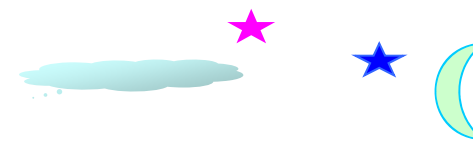
$$q^2 + qq_e = \frac{K}{2}\tau$$

$$V^2 + VV_e = \frac{K}{2}A^2\tau$$

若  $V_e = 0$ ，则？

$K$  虽为变量，但应为  $\tau$  时刻的过滤常数值。


$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{K}{2(q+q_e)}$$
$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{KA^2}{2(V+V_e)}$$



## 2. 恒压过滤方程

$$\int_{q=0}^{q=q} (q + q_e) dq = \frac{K}{2} \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} d\tau$$

$$q^2 + 2qq_e = K\tau$$

$$V^2 + 2VV_e = KA^2\tau$$

若  $V_e = 0$ , 则?

若  $V = V_e$  ?

$$q_e^2 = K\tau_e$$
$$(q + q_e)^2 = K(\tau + \tau_e)$$

$$V_e^2 = KA^2\tau_e$$
$$(V + V_e)^2 = KA^2(\tau + \tau_e)$$

求  $V_e, \tau_e$



### 3. 先恒速后恒压

$$\int_{q=q_1}^{q=q} (q + q_e) dq = \frac{K}{2} \int_{\tau=\tau_1}^{\tau=\tau} d\tau$$

$$(q^2 - q_1^2) + 2q_e(q - q_1) = K(\tau - \tau_1)$$

$$(V^2 - V_1^2) + 2V_e(V - V_1) = KA^2(\tau - \tau_1)$$

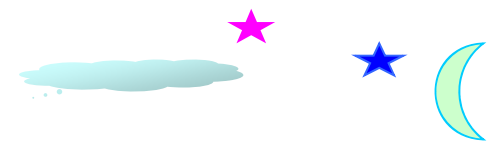
过滤方式	计入介质阻力	不计介质阻力
恒速过滤	$q^2 + qq_e = \frac{K}{2}\tau$ $V^2 + VV_e = \frac{K}{2}A^2\tau$	$q^2 = K\tau/2$ $V^2 = KA^2\tau/2$
恒压过滤	$q^2 + 2qq_e = K\tau$ $V^2 + 2VV_e = KA^2\tau$	$q^2 = K\tau$ $V^2 = KA^2\tau$
先恒速后恒压	$(q^2 - q_1^2) + 2q_e(q - q_1) = K(\tau - \tau_1)$ $q_1^2 + q_1q_e = K\tau_1/2$ $(V^2 - V_1^2) + 2V_e(V - V_1) = KA^2(\tau - \tau_1)$ $V_1^2 + V_1V_e = KA^2\tau_1/2$	$q^2 - q_1^2 = K(\tau - \tau_1)$ $q_1^2 = K\tau_1/2$ $V^2 - V_1^2 = KA^2(\tau - \tau_1)$ $V_1^2 = KA^2\tau_1/2$

恒压: 
$$q_e^2 = K\tau_e$$

$$V_e^2 = KA^2\tau_e$$

$$(q + q_e)^2 = K(\tau + \tau_e)$$

$$(V + V_e)^2 = KA^2(\tau + \tau_e)$$



#### 4. 过滤常数的测定

恒压条件，同一悬浮液：

$$\frac{\tau}{q} = \frac{1}{K}q + \frac{2}{K}q_e$$

恒压之前已得滤液：

$$\frac{\tau - \tau_1}{q - q_1} = \frac{1}{K}(q - q_1) + \frac{2}{K}(q_e + q_1)$$

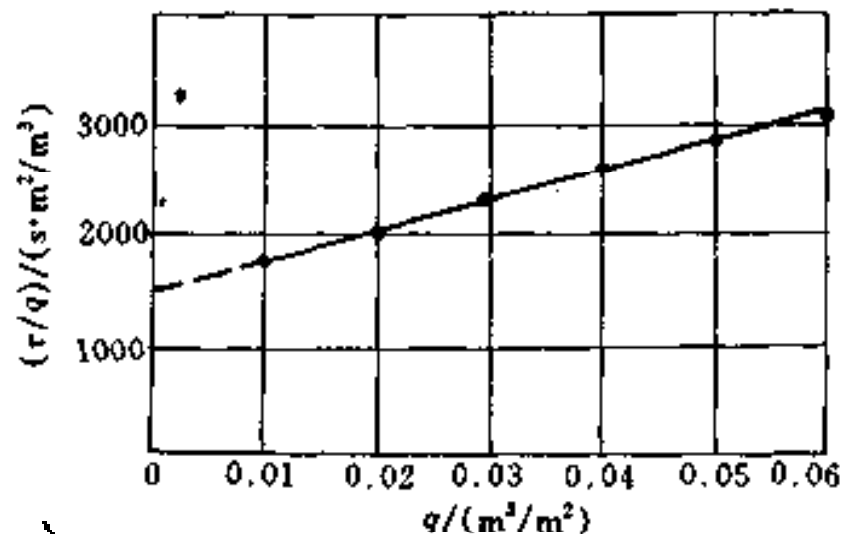


图 4-21  $(\tau/q) \sim q$  的关系

过滤常数  $\begin{cases} q_e, \tau_e & \text{反映过滤介质特性的常数} \\ K & \text{反映悬浮液性质、滤饼性质和操作压强的常数} \end{cases}$

注： $V_e$  和过滤面积有关，不是常数

### 4.5.3 洗涤速率与洗涤时间

单位洗涤面积，单位时间内所消耗的洗液量。

在洗涤过程中滤饼不增厚，洗涤速率为常数。

#### 1. 叶滤机的洗涤速率

置换洗涤法

$$\left(\frac{dq}{d\tau}\right)_W = \frac{\Delta P'_W}{r\phi\mu_W(q+q_e)}$$

$$\tau_W = \frac{q_W}{(dq/d\tau)_W}$$

洗涤速率与过滤终了过滤速率的比较:

前提:  $\mu_w \approx \mu \quad \Delta P_w = \Delta P$

$$A_w = A_E \quad (L + L_e)_w = (L + L_e)_E$$

$$\therefore \left( \frac{dV}{d\tau} \right)_w = \left( \frac{dV}{d\tau} \right)_E \quad \left( \frac{dq}{d\tau} \right)_w = \left( \frac{dq}{d\tau} \right)_E$$

$$\left( \frac{dV}{d\tau} \right)_w = \frac{KA^2}{2(V + V_e)}$$

$$\tau_w = \frac{V_w}{\left( \frac{dV}{d\tau} \right)_w} = \frac{2(V + V_e)V_w}{KA^2}$$



## 2. 板框压滤机的洗涤速率

横穿洗涤法

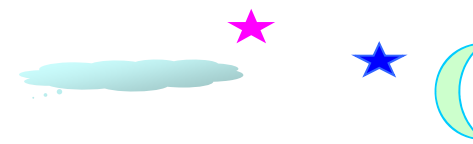
$$A_W = \frac{1}{2} A_E \quad (L + L_e)_W = 2(L + L_e)_E$$

$$\therefore \left( \frac{dV}{d\tau} \right)_W = \frac{1}{4} \left( \frac{dV}{d\tau} \right)_E \quad \left( \frac{dq}{d\tau} \right)_W = \frac{1}{2} \left( \frac{dq}{d\tau} \right)_E$$

$$\tau_w = \frac{8 (V + V_e) V_w}{KA^2}$$

若无上述比较前提，则需校正：

$$\tau'_w = \tau_w \left( \frac{\Delta P}{\Delta P_w} \right) \left( \frac{\mu_w}{\mu} \right)$$



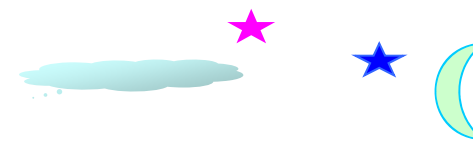
## 4.5.4 过滤生产能力

单位时间内得到的滤液量

(1) 间歇过滤机生产能力

操作周期:  $\sum \tau = \tau + \tau_W + \tau_D$

$$Q = \frac{V}{\sum \tau} = \frac{V}{\tau + \tau_W + \tau_D}$$



## (2) 连续过滤机生产能力 (转筒真空过滤机)

以一个操作周期为基准, 即转鼓旋转一周所需时间:

设转速  $n$  r/s 则: 
$$T = \frac{1}{n}$$

设浸入面积占全部转鼓面积的分率为  $\varphi$ , 则每周期的过滤时间:

$$\tau = \frac{\varphi}{n}$$


$$q^2 + 2qq_e = K\tau \longrightarrow q = \sqrt{q_e^2 + K\tau} - q_e$$

$$\begin{aligned} \therefore Q &= nqA \\ &= n\left(\sqrt{V_e^2 + KA^2\tau} - V_e\right) \end{aligned}$$

若介质阻力忽略不计，则

$$Q = n\sqrt{KA^2\tau} = A\sqrt{K\varphi n}$$

思考：欲提高其生产能力，可采取的措施？？

## 4.6 加快过滤速率的途径

过滤技术的改进 { 寻找适当的过滤方法和设备  
加快过滤速率以提高生产能力

三种途径:

### 1. 改变滤饼结构 ( $\varepsilon$ 、 $s$ )

预涂或掺滤助滤剂

要求: 刚性、多孔性、尺度大体均匀、化学稳定性好

### 2. 改变悬浮液中的颗粒聚集状态

### 3. 动态过滤