

# 基于空时离散傅里叶变换投影的 宽带旋转不变技术估计信号参数算法

卞红雨<sup>1,2\*</sup>, 王珺琳<sup>1,2</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工程大学 水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(\* 通信作者电子邮箱 bianhongyu@hrbeu.edu.cn)

**摘要:**利用采样频率和频域数据的关系,对空时离散傅里叶变换(DFT)投影方法进行改进,并且讨论分析了采样频率对其解相干性能的影响,然后将窄带旋转不变技术估计信号参数(ESPRIT)类算法应用到宽带相干源方位估计中,提出一种基于空时DFT投影的宽带ESPRIT算法。仿真结果表明,适当地增加采样频率可以改善空时DFT投影方法的方位估计性能,并且比起快速傅里叶变换(FFT)插值法,空时DFT投影方法具有更加优越的方位估计性能。

**关键词:**方位估计;宽带相干源;空时离散傅里叶变换投影;采样频率;旋转不变技术估计信号参数算法

**中图分类号:** TN911.7 **文献标志码:** A

## Wideband estimating signal parameters via rotational invariance technique algorithm based on spatial-temporal discrete Fourier transformation projection

BIAN Hongyu<sup>1,2\*</sup>, WANG Junlin<sup>1,2</sup>

(1. Science and Technology on Underwater Acoustic Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China;

2. College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** The spatial-temporal Discrete Fourier Transformation (DFT) projection method was modified by using the relation between the sampling frequency and frequency domain data, and the impact of the sampling frequency on the performance of solving coherent sources was analyzed. A narrowband ESPRIT (Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)-like algorithm was applied to estimate Direction of Arrival (DOA) of wideband coherent signals, and a wideband ESPRIT algorithm based on spatial-temporal DFT projection was proposed. The simulation results indicate that increasing the sampling frequency appropriately can improve the performance of DOA estimation, and spatial-temporal DFT projection method has better DOA estimation performance than Fast Fourier Transformation (FFT) interpolation method.

**Key words:** Direction of Arrival (DOA) estimation; wideband coherent signal; spatial-temporal Discrete Fourier Transformation (DFT) projection; sampling frequency; Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT) algorithm

## 0 引言

宽带相干源的处理方法主要包括两大类:一类是需要方位预估的相干信号子空间方法<sup>[1-3]</sup>,其性能受预估角的准确性影响;另一类是无需方位预估的聚焦方法,常见的如阵列流形内插法<sup>[4]</sup>、无噪协方差矩阵变换聚焦方法<sup>[5]</sup>和自动聚焦方法<sup>[6]</sup>等,这些方法需要计算宽带接收数据在每个频点下的聚焦矩阵;还有一些方法对实际阵列数据进行内插得到虚拟阵列数据,从而使各子带张成的信号子空间相同,达到聚焦的目的,通常无需计算聚焦矩阵<sup>[7-8]</sup>,但它们采用信号的最低频率作为聚焦频率,使得阵列相对孔径减少。文献[9-10]提出了一种空时离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transformation, DFT)投影方法,该方法利用频谱搬移原理,将信号的最高频率作为聚焦频率,有效改善了阵列相对孔径;文献[11]对其进行了改进,并提出一种功率聚焦方法。不过这些空时DFT投影方法都是在采样频率为2倍信号最高频率的基础上进行理论分析的,实际应用中,适当地提高采样频率

可以有效改善方位估计的性能。

本文对空时DFT投影方法进行改进使其采样频率可调,讨论了采样频率对其方位估计性能的影响,并利用旋转不变技术估计信号参数(Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Technique, ESPRIT)类算法<sup>[12]</sup>实现宽带信号源方位估计,具有计算量小、方位估计性能优越的特点。最后给出了计算机仿真结果,表明空时DFT投影方法比快速傅里叶变换(Fast Fourier Transformation, FFT)插值法具有更加优越的方位估计性能。

## 1 宽带信号模型

设有 $M$ 个阵元组成的均匀线列阵,接收 $P$ 个位于远场的宽带平稳随机信号,当存在加性噪声时,第 $m$ 个阵元接收到的信号可以表示为:

$$\mathbf{x}_m(t) = \sum_{p=1}^P s_p [t - (m-1)d \sin(\theta_p)/c] + \mathbf{n}_m(t) \quad (1)$$

其中: $m = 1, 2, \dots, M$ ;  $p = 1, 2, \dots, P$ ;  $s_p(t)$  表示第 $p$ 个信号源;  $\mathbf{n}_m(t)$  表示第 $m$ 个阵元上的加性噪声;  $\theta_p$  表示第 $p$ 个信号

收稿日期:2013-05-06;修回日期:2013-06-13。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51179038);声纳技术国家级重点实验室开放基金资助项目(KF201105);中央高校基本科研业务费专项(HEUCF130508)。

作者简介:卞红雨(1969-),女,黑龙江哈尔滨人,教授,博士生导师,主要研究方向:水声目标探测与定位;王珺琳(1986-),女,黑龙江林口人,博士研究生,主要研究方向:阵列信号处理。

的方位角; $d$ 为阵元间距等于 $\lambda/2$ ; $\lambda$ 是接收信号最高频率 $f_h$ 所对应的波长; $c$ 为传播速度。

## 2 基本原理

空时 DFT 投影方法<sup>[9-10]</sup>的基本原理是利用接收阵列数据的空间频率 $f_{sp}$ 和时间频率 $f_{te}$ 的线性关系,即 $f_{sp} = f_{te} \sin \theta/c$ , $\theta$ 代表波达方向角度范围。认为 $\theta = [-90^\circ, 90^\circ]$ 区间内的接收信号都可以用图 1 所示三角阴影内的线段表示。

图 2 中,三角区域内的每一点以放射方向投影到代表投影频率的垂直线上,从而实现投影运算。由于 DFT 的幅值是信号能量谱的度量,因此投影运算相当于把每个频率的能量移到投影频率 $f_p$ 上,所以,投影运算的实质就是频谱搬移的过程。

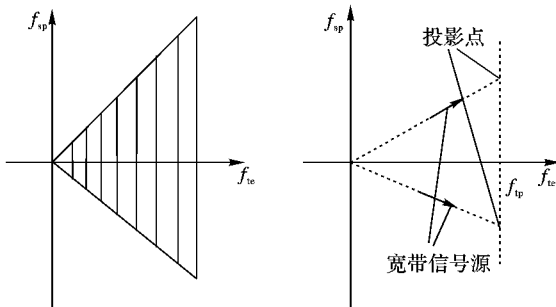


图 1 宽带信号空时频率关系示意图 图 2 投影示意图

## 3 改进的空时 DFT 投影方法

对于频域数据,频点 $f_j$ 下第 $m$ 个阵元的接收数据为:

$$X_m(f_j) = \sum_{p=1}^P \exp\left(-j2\pi f_j \frac{d \sin(\theta_p)}{c} (m-1)\right) S_p(f_j) + N_m(f_j) \quad (2)$$

其中: $X_m(f_j)$ 、 $S_p(f_j)$ 、 $N_m(f_j)$ 分别为 $x_m(t)$ 、 $s_p(t)$ 、 $n_m(t)$ 的频域形式。它可以看作是频率为 $f_j \sin(\theta_p)/c$ ,采样频率为 $1/d$ 的 $P$ 个单频信号的叠加<sup>[11]</sup>,根据采样定理可知,有 $1/d \geq 2f_j \sin(\theta_p)/c$ ,即满足 $d \leq c/2f_h$ , $j = 1, 2, \dots, J$ , $J$ 为所需处理的频点数目, $f_h$ 表示宽带信号的最高频率。

对频域数据的每一列进行 FFT,可以得到单频叠加信号的频谱。以信号的最高频率作为投影频率,每个频点下列向量的频谱数据经过投影后搬移到了投影频率所在的位置。因此投影后的频谱经过傅里叶逆变换,得到的数据就是信号子空间对齐的窄带数据。具体步骤如下:

1) 计算接收数据的空时二维频谱。假设阵列接收数据被分为 $K$ 个快拍,利用二维 DFT 表示其空时频域数据 $X_k$ :

$$X_k(u, v) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^{M_t} x_k(m, n) e^{-j\frac{2\pi}{M_s} mu} e^{-j\frac{2\pi}{M_t} nv} \quad (3)$$

其中: $u = 0, 1, \dots, M'_s - 1$ ;  $v = 0, 1, \dots, M'_t - 1$ 。  $M'_t \geq M_t$ ,  $M'_s \geq M_s$ ,  $M_t$ 为处理数据长度。设第 $k$ 个快拍下阵列接收数据的离散化表示形式为 $x_k(m, n)$ 。其中: $m = 1, 2, \dots, M_s$ ;  $n = 1, 2, \dots, M_t$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ 。可以通过加大 $M'_t$ 和 $M'_s$ 的值来增加投影运算的正确性。

2) 为了将 $X_k(u, v)$ 列向量对应的零频移到频谱中央,需要将 $X_k(u, v)$ 的后 $M'_s/2$ 行以原来的顺序移到前面,作为前 $M'_s/2$ 行,得到新的空时频谱 $X'_k(u, v)$ 。

3) 计算投影后的空时二维频谱。

$$X'_k(\omega, v) = X'_k(u, v) \quad (4)$$

假设采样频率 $f_s \geq 2f_h$ ,则 $f_h$ 在离散后的频谱中对应的位置为: $f_H = \text{round}(f_h \cdot M'_t/f_s + 1)$ ,其中 $\text{round}(\cdot)$ 表示取整运算。则有:

$$u = \text{round}\left(\frac{v}{f_H}(\omega - M'_s/2) + M'_s/2\right) + 1 \quad (5)$$

其中: $v = 1, 2, \dots, f_H$ ;  $\omega = 0, 1, \dots, M'_s - 1$ 。

需要强调的是,对于空时 DFT 投影方法而言,采样频率过高时,会影响空域聚焦的效果,从而影响方位估计性能。如图 3、图 4 所示,信号中心频率为 800 Hz,带宽为 400 Hz 的两个高斯信号,在采样频率分别为 $5f_h$ 和 $10f_h$ 时的空域聚焦效果,可以看出,当采样频率过高时,信号能量会泄漏到其他频率上,导致空域聚焦效果变差。因此,实际应用中,选择适当的采样频率,不仅可以降低高采样频率对硬件的要求,还可以保证方位估计的准确性。

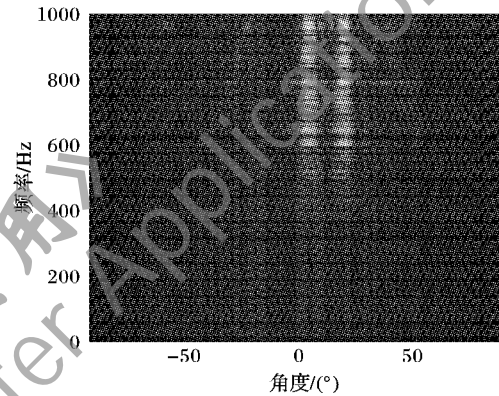


图 3  $f_s = 5f_h$  时空域聚焦效果

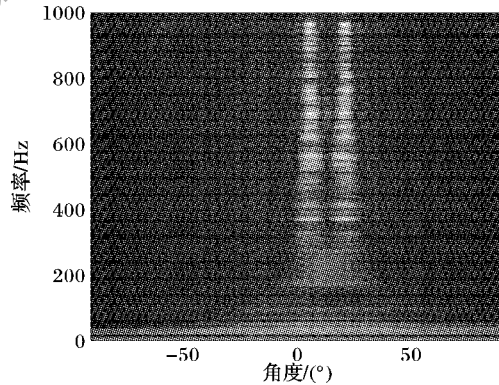


图 4  $f_s = 10f_h$  时空域聚焦效果

4) 设投影后 $X'_k(\omega, v)$ 的第 $v$ 个列向量为 $Y_v$ ,其长度为 $M'_s$ ,将其数据的后 $M'_s/2$ 个元素以原来的顺序搬移到前面,得到新的数据: $Y'_v = [Y_v(M'_s/2 + 1), \dots, Y_v(M'_s), Y_v(1), \dots, Y_v(M'_s/2)]$ ;

5) 对 $Y'_v$ 进行逆 FFT,取前 $M$ 个数据作为聚焦后的窄带数据 $y_{k,v}$ 。

6) 计算 $K$ 个快拍下的协方差矩阵并进行平均,得到最终的协方差矩阵 $R$ :

$$R = \frac{1}{K \cdot f_H} \sum_{k=1}^K \sum_{v=1}^{f_H} y_{k,v}^H y_{k,v} \quad (6)$$

其中 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。

## 4 宽带 ESPRIT 算法

这里将一种 ESPRIT 类<sup>[12]</sup>高分辨方法用于宽带信号方位估计。令频域数据的阵列流形:

$$A(f, \theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{\text{end}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_F \\ \vdots \\ \mathbf{A}_B \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{a}_1$ 和 $\mathbf{a}_{\text{end}}$ 分别为 $A(f, \theta)$ (略写为 $\mathbf{A}$ )的第一行和最后一行。同理,设聚焦后的协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 经过特征值分解后有: $[\mathbf{U}, \mathbf{\Delta}] = \text{eig}(\mathbf{R})$ ,令

$$\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_P\} = \mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{\text{end}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_F \\ \vdots \\ \mathbf{U}_B \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_P$ 为 $\mathbf{U}$ 的前 $P$ 个列向量; $\mathbf{u}_1$ 和 $\mathbf{u}_{\text{end}}$ 分别为 $\mathbf{U}_s$ 的第一行和最后一行。可以很容易得到:

$$\mathbf{A}_B = \mathbf{A}_F \mathbf{\Phi} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{\Phi} = \text{diag}\{\exp(-j\pi \sin(\theta_1)), \exp(-j\pi \sin(\theta_2)), \dots, \exp(-j\pi \sin(\theta_P))\}$ 。因为 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{U}_s$ 的列张成同样的信号子空间,因此可以证明存在非奇异矩阵 $\mathbf{T}$ 满足 $\mathbf{U}_B = \mathbf{A}_B \mathbf{T}, \mathbf{U}_F = \mathbf{A}_F \mathbf{T}$ ,所以有:

$$\mathbf{U}_F \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi} \mathbf{T} = \mathbf{U}_F \mathbf{\Psi} = \mathbf{U}_B \quad (10)$$

因此, $\mathbf{\Psi} = \mathbf{U}_F^\dagger \mathbf{U}_B$ ,其中 $(\cdot)^\dagger$ 表示伪逆。因为 $\mathbf{\Psi}$ 是 $\mathbf{\Phi}$ 的相似变化,因此它们有相同的特征值 $\exp(-j\pi \sin(\theta_p))$ , $p = 1, 2, \dots, P$ ,只要求出 $\mathbf{\Psi}$ ,通过特征值分解就可以求出目标的方位角 $\theta_p$ 。

## 5 仿真分析

**仿真条件** 考虑有32个阵元组成的均匀线列阵,阵元间距为信号最高频率对应波长的一半。噪声为不相关的空间白噪声,两个相干入射信号的中心频率为 $f_0 = 800$  Hz,相对带宽为50%,第二个信号为第一个信号延迟0.05 s,入射角度分别为 $5^\circ, 8^\circ$ 。

**实验1** 信噪比为10 dB,独立进行100次蒙特卡洛实验,利用空时DFT投影得到的 $5^\circ$ 和 $8^\circ$ 方位角均方根误差随采样频率变化的曲线如图5~6所示。

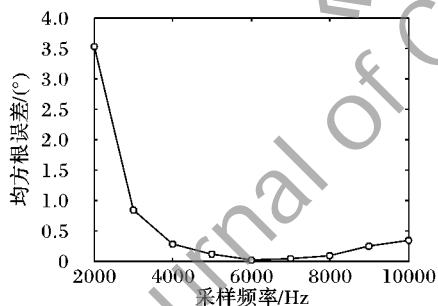


图5 空时DFT投影法 $5^\circ$ 方位角均方根误差随采样频率变化曲线

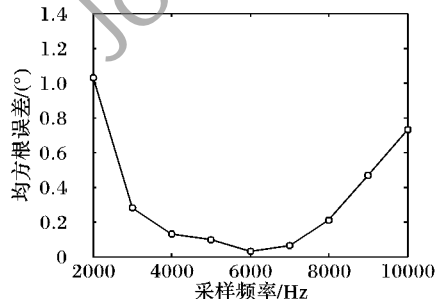


图6 空时DFT投影法 $8^\circ$ 方位角均方根误差随采样频率变化曲线

从图5~6可以看出,采样频率增加时,均方根误差明显减小,但采样频率增加到一定量时,方位估计的性能反而变差,这是由于过高的采样频率导致信号能量泄漏所致。

**实验2** 图7和图8分别给出了采样频率 $f_s = 5f_h$ ,独立进行100次蒙特卡洛实验,利用FFT插值法和空时DFT投影

法得到的方位角的均方根误差随信噪比变换的曲线。

显然,在不同信噪比条件下,空时DFT投影法得到的方位角的均方根误差明显小于FFT插值法,换言之,空时DFT投影法的方位估计性能更加优越。

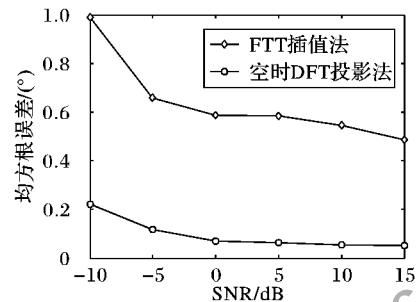


图7 两种算法 $5^\circ$ 方位角均方根误差随信噪比变化曲线

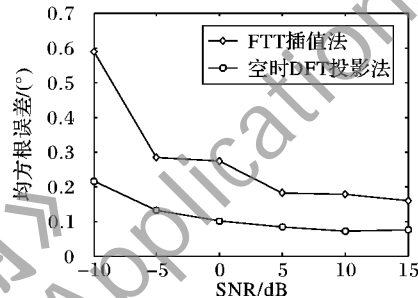


图8 两种算法 $8^\circ$ 方位角均方根误差随信噪比变化曲线

## 6 结语

本文将空时DFT投影方法扩展到采样频率可调的情况,并且讨论分析了采样频率对其方位估计性能的影响,结合窄带ESPRIT类算法,实现计算量小、实时性好的宽带相干源方位估计方法。通过计算机仿真,说明了适当增加采样频率可以改善方位估计性能,采样频率过高会影响方位估计性能,并对比了FFT插值法以及空时DFT投影法的解相干性能,结果表明空时DFT投影法具有比FFT插值法更加优越的方位估计性能。

### 参考文献:

- [1] WANG H, KAVEN M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(4): 823-831.
- [2] HUNG H, KAVEN M. Focusing matrices for coherent signal-subspace processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36(8): 1272-1281.
- [3] VALAEE S, KABAL P. Wideband array processing using a two-sided correlation transformation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(1): 160-172.
- [4] MIRIAM A D, AMIR N. Robust wavefield interpolation for adaptive wideband beamforming [J]. Signal Processing, 2008, 88(6): 1579-1594.
- [5] 赵春晖,李刚,张朝柱.基于无噪协方差矩阵变换的宽带测向算法[J].兵工学报,2008,29(3):291-295.
- [6] PAL P, VAIDYANATHAN P P. A novel autofocusing approach for estimating directions-of-arrival of wideband signals[C]// Proceedings of the 2009 Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2009: 1663-1667.

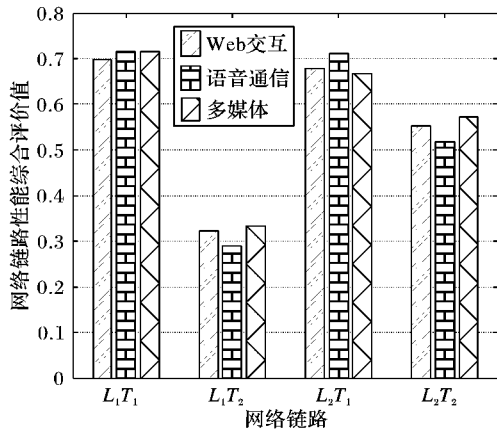


图2 网络链路业务性能变化

表3 各链路的性能评价指标值

链路	$T_1$	$T_2$
$L_1$	0.7076	0.3333
$L_2$	0.6667	0.5491
整个网络	0.6871	0.4412

从表3中只能看出:整个被测网络在在 $T_1$ 时刻的整体性能比 $T_2$ 时刻的要好;并且文献[1]中算法并没有考虑到各QoS评价指标之间的相对重要性,指标权重计算较单一。

根据文献[8]计算得出各测试集的综合评价价值 $Z_{L_1T_1} = 0.7182$ ,  $Z_{L_1T_2} = 0.3444$ ,  $Z_{L_2T_1} = 0.6556$ ,  $Z_{L_2T_2} = 0.5462$ 。从而, $Z_{L_1T_1} > Z_{L_2T_1} > Z_{L_2T_2} > Z_{L_1T_2}$ ,同样只能看出整个被测网络在 $T_1$ 时刻的整体性能比 $T_2$ 时刻的要好,并且 $L_2$ 链路的整体性能较 $L_1$ 稳定。

而文献[6-7]中的方法,更是只能根据最大隶属度原则才大致地、定性地评估网络的整体性能,不能定量地评估网络性能情况。

本文的实验结果,从图2可看出,链路 $L_1$ 和 $L_2$ 在 $T_1$ 时刻的性能比 $T_2$ 时刻都要好,且链路 $L_1$ 在 $T_1$ 和 $T_2$ 两个时刻的波动较大,网络较为不稳定,这符合实际情况,也与上述文献中算法测量结果相同。并且从本文实验的结果中,不仅可以看出定量地评估网络链路的整体性能,还可以对单个网络业务的性能波动进行评估。 $L_1$ 链路 $T_2$ 相对 $T_1$ 时刻来说,Web交互(Web)、语音通信(voice)和流媒体(stream)业务三方面的性能都有明显的下降,但voice性能下降最明显,因为 $T_1$ 时刻到 $T_2$ 时刻,丢包率明显增大,而voice对丢包率极其敏感。而 $L_2$ 链路的 $T_1$ 时刻相对 $L_1$ 的 $T_1$ 时刻来说,带宽和时延上都有明显的优势,但总体网络性能优势并不明显,且Web和stream的性能还略低于 $L_1$ ,可看出Web和stream业务对丢包率是有一定要求的。从实验结果可看出,性能综合评价价值很好地反映了路径的性能情况,指标值越高,网络性能越好;反之越差。

本文提出的方法,可在同样多的测量数据、相同的QoS指标权重集的基础上,对不同的网络业务的性能状况进行单独的评估,更详细、更全面地评估网络链路,为日后实现区分服务的高可用性网络提供了一定的基础。

## 5 结语

为了保障用户或实际需求中特定的业务性能需要,本文给出了针对网络应用业务的网络链路性能评估模型,并利用该模型对校园网中两条链路的两个时刻分别进行了性能评估,结果不仅可反映网络链路的整体运行情况,还能体现不同网络应用的业务性能情况。但在实际应用中,如何确保量化后的评估值的准确性,从而减少误差、优化计算结果,以便更准确地反映网络应用业务的性能情况,还需进一步的研究。

### 参考文献:

- [1] 张冬艳, 胡铭曾, 张宏莉. 基于测量的网络性能评价方法研究[J]. 通信学报, 2006, 27(10): 74-79.
- [2] 张靖. 模糊综合评判的校园网性能评价研究[J]. 电子科技大学学报, 2009, 38(6): 998-1000.
- [3] 李俊, 谭跃进, 张杰. 一种基于模糊AHP的军事信息网络效能分析算法[J]. 系统工程, 2008, 26(9): 99-103.
- [4] 夏靖波, 罗赞. IP网络运行质量模糊综合评估方法研究[J]. 电子科技大学学报, 2011, 40(2): 267-272.
- [5] 周红琼, 周宇, 叶庆卫, 等. 基于IP应用的网络质量评价研究[J]. 计算机科学, 2012, 39(S1): 125-128.
- [6] LIU J, HUANG L S, LI C C, et al. Study on IP network performance evolution model [J]. Journal of Information and Computational Science, 2013, 10(3): 711-718.
- [7] 赵立军. 网络服务质量的测量技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2009.
- [8] 梁泉, 王元卓. 基于按需服务的用户QoS偏好信息的处理策略[J]. 信息与控制, 2009, 38(6): 698-702.
- [9] 周婵, 李昕, 李同涛, 等. 基于FAHP的网络性能综合评价的研究[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(10): 2852-2855.
- [10] BEURAN R, IVANOVICI M, DOBINSON B, et al. Network quality of service measurement system for application requirements evolution [C]// SPECTS'03: Proceedings of the 2003 International Symposium on Performance Evaluation of Computer and Telecommunication Systems. Montreal: [s. n.], 2003: 380-387.
- [11] 林钧昌, 徐泽水. 模糊AHP中一种新的标度法[J]. 运筹与管理, 1998, 7(2): 37-40.
- [12] 杜栋. 基于0.1~0.9标度的AHP再研究[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(5): 36-38.
- [13] 孙阳, 孙文生. 基于业务类型的异构无线网络选择算法[J]. 中国电子科学研究院学报, 2009, 4(4): 337-341.

(上接第3034页)

- [7] KROLIK J, SWINGLER D. Focused wideband array processing by spatial resampling [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990, 38(2): 356-360.
- [8] 朱维杰, 孙进才. 基于快速富氏变换插值的宽带信号方位估计[J]. 声学学报, 2002, 27(6): 513-517.
- [9] ALLAM M, MOGHADDAMJOO A. Two-dimensional DFT projection for wideband direction-of-arrival estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(7): 1728-1732.
- [10] ALLAM M, MOGHADDAMJOO A. Spatial-temporal DFT projection for wideband array processing [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1994, 1(2): 35-37.
- [11] 龚斌, 王壮, 程翥. 基于功率聚焦的宽带阵列信号检测算法[J]. 雷达学报, 2012, 1(3): 253-261.
- [12] HAN F M, ZHANG X D. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOA estimation [J]. Antennas and Wireless Propagation Letters, 2005, 4(6): 443-446.