



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 第3章 图像变换

- 傅里叶变换
- 其他可分离图像变换
- 小波变换

第3章 图像变换

遥感学院



## 3.1 傅立叶变换

- 傅里叶变换的概念：傅立叶变换是指非周期函数的正弦和或余弦和乘以加权函数的积分表示。
- 在数字图像处理中，一般是在基于卷积定理的基础上，首先对二维的数字图像进行傅立叶变换，然后选择一个适当的滤波器对变换后的图像进行处理，最后再进行傅立叶逆变换。



## 3.1 傅立叶变换

- 傅立叶变换的流程：
  - (1) 正向傅立叶变换；
  - (2) 定义滤波器；
  - (3) 逆向傅立叶变换。



- 傅里叶变换方法
- 对于一般的连续函数 **$x(t)$** 有

$$x_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} X_{(f)} e^{i2\pi ft} df \quad 3.1$$

$$X_{(f)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x_{(t)} e^{-i2\pi ft} dt \quad 3.2$$

式中， **$X(f)$** 为 **$x(t)$** 的连续频谱，简称频谱。式**3.1**中由信号 **$x(t)$** 求出相应的频谱 **$X(f)$** ，这个过程称为傅立叶正变换，公式**3.2**为傅立叶逆变换。

## 第3章 图像变换



- 图像的傅立叶变换

卷积定理是频率域分析的基础，假设代表原始图像，代表处理后的图像则：

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$$

式中， $h(x,y)$ 是响应函数。



- 二维离散傅立叶变换

对于**N**列**M**行的图像的离散傅立叶变换可以表示为：

$$F(u, v) = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/N + vy/M)} \quad (x = 1, 2, \dots, N-1; y = 1, 2, \dots, M-1)$$

- 对照一维信号傅立叶变换的意义，可以看出，**F(u,v)**代表加权因子，是上述各种正弦及余弦图形对**f(x,y)**的相对贡献。



- 傅里叶变换基本性质
- 对称性、加法定理、位移定理、相似性定理、卷积定理、共轭性、**Rayleigh**定理
  
- 二维傅立叶变换特殊性质
- 可分离性、旋转



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

- 图像傅里叶变换的应用
- 进行傅立叶处理的目的是为了削弱干扰信号，保持或者增强有效信号。





南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 3.2 其他可分离图像变换

- 沃尔什变换和哈达玛变换
- 离散余弦变换



- 沃尔什变换和哈达玛变换

对于 $N * N$  ( $N = 2^n$ ,  $n$ 为正整数) 大小的图像, 沃尔什变化和哈达玛变换如下:

沃尔什变换:

- 正变换为:

$$W(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \prod_{i=0}^{n-1} (-1)^{[b_i(x)b_{n-1-i}(u) + b_i(y)b_{n-1-i}(v)]} \quad (u, v = 0, 1, \dots, N-1)$$

- 逆变换同正变换公式类似; 式中,  $b_k(z)$  等于  $z$  用二进制表示时的第  $k$  位值。



## ● 哈达玛变换

$$H(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) (-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} [b_i(x)b_j(u) + b_i(y)b_i(v)]} \quad (u, v = 0, 1, \dots, N-1)$$

- 逆变换公式与正变换类似。
- 与傅立叶变换一样，二维沃尔什变换和二维哈达玛变换都可通过分解为两次一维变换来实现。



- 离散余弦变换
- 设 $f(x,y)$ 为二维空间的离散图像函数，大小为 $N*N$ ，其偶数点拓展为：

$$f_s(x, y) = \begin{cases} f(x, y) \dots\dots\dots x \geq 0, y \geq 0 \\ f(-x-1, y) \dots\dots\dots x < 0, y \geq 0 \\ f(x, -y-1) \dots\dots\dots x \geq 0, y < 0 \\ f(-x-1, -y-1) \dots\dots\dots x < 0, y < 0 \end{cases}$$

- 此时， $2N*2N$ 新图像的对称中心是  $(-1/2, -1/2)$



## ● 离散余弦变换

- 由于原图像是实对称函数，并且变换系数是偶函数， $u, v$ 可仅取正值所以得到二维离散余弦变换为：

$$\begin{cases} F(0,0) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) (u = v = 0) \\ F(u, v) = \frac{2}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cos\left[\frac{\pi u(2x+1)}{2N}\right] \cos\left[\frac{\pi v(2y+1)}{2N}\right] (u, v = 1, 2, \dots, N-1) \end{cases}$$

- 反变换与正变换有着同样的表达式，并且正反变换都可以使用快速傅立叶算法进行计算，从而可以实现余弦变换的快速计算。



## 3.3 小波变换原理与方法

小波变换与傅立叶变换有着很大的相似处，它是在继承局部化思想的基础上发展起来的一种新的数学方法，它同样存在着一维、二维的连续小波变换。



- 一维小波变换:
- 一维信号 $f(t)$ 的小波变换定义为:

$$W_f(a, b) = \left\langle f(t), \varphi_{a,b}(t) \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi_{a,b}(t) dt$$

- 式中:  $\varphi(t)$ 为小波函数 (母函数) ;
- $\varphi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  为小波,  $\mathbf{a}(>0)$ 是小波的尺度

因子,  $\mathbf{b}$ 是小波的平移因子;  $\{\varphi_{a,b}(t)\}_{a,b \in \mathbb{R}}$  为小波基;

- $\langle \dots, \dots \rangle$ 表示内积。当 $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ 连续变化时, 称该式为连续小波变换。

## 第3章 图像变换



- 离散小波变换：

实际应用中，往往采用离散化处理的**a**和**b**，称为离散小波变换。此时，离散小波为：

$$\varphi_{j,n}(t) = a_0^{-j/2} \varphi(a_0^{-j} t - nb_0)$$

- 相应的离散小波变换也同之前的一维的类似。





南京信息工程大学

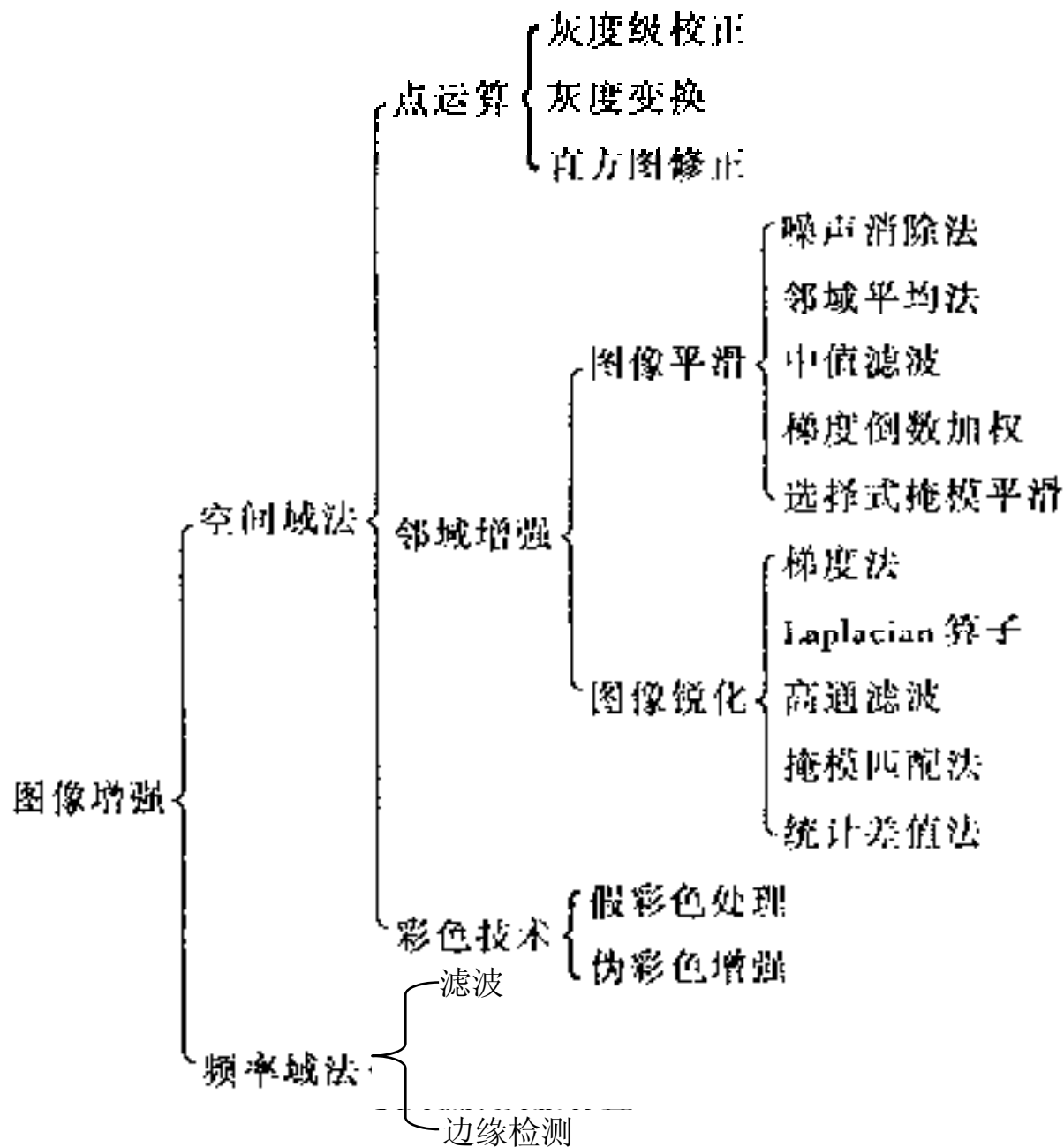
NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 第4章 图像增强

- 图像的点运算
- 空间域滤波
- 频率域增强方法
- 图像彩色增强
- 图像代数运算

第4章 图像增强

遥感学院



图像增强方法概况



## 4.1 图像的点运算

- 以像素为单位进行图像的增强

- 灰度级校正
- 灰度变换
  - 线性变换
  - 分段变换
  - 非线性变换
- 直方图修正
  - 均衡化
  - 规定化



图像成像均匀

灰度校正

图像提供单位

增加图像的对比度

灰度变换

突出图像的细节

直方图修正

用户

## 第4章 图像增强



## 4.1.1 灰度变换

- 像素的灰度值与地物具有相关关系
- 通过变换灰度值来突出或抑制指定的地物特征



# 1 基本的变换公式

设图像数据X  
最大值为Xmax  
最小值为Xmin

$$Y = Y_{\min} + (Y_{\max} - Y_{\min}) * (X - X_{\min}) / (X_{\max} - X_{\min})$$

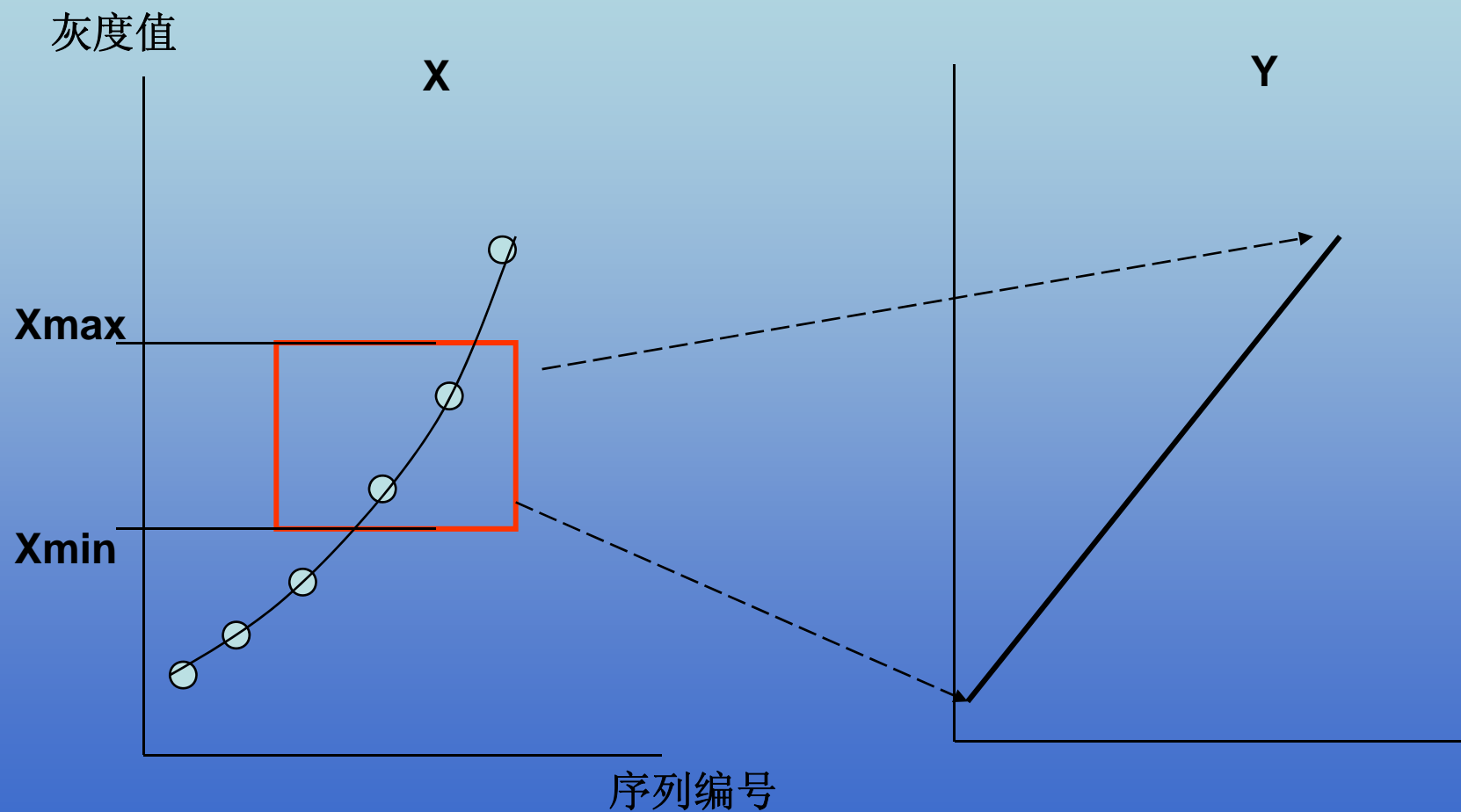
0,1

变换后图像数据Y  
最大值为Ymax  
最小值为Ymin



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

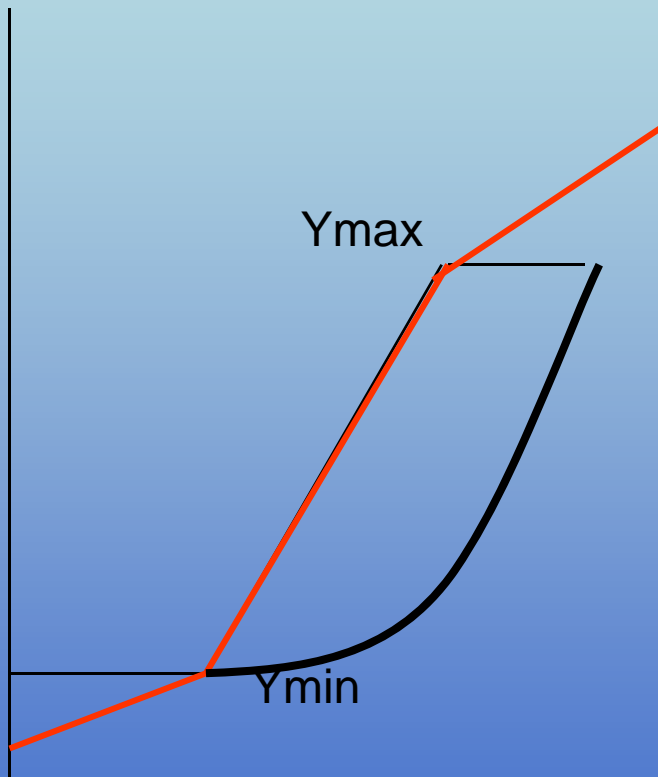


## 第4章 图像增强

遥感学院



$$Y = Y_{\min} + (Y_{\max} - Y_{\min}) * (X - X_{\min}) / (X_{\max} - X_{\min})$$



线性变换:

变换关系为直线

分段变换

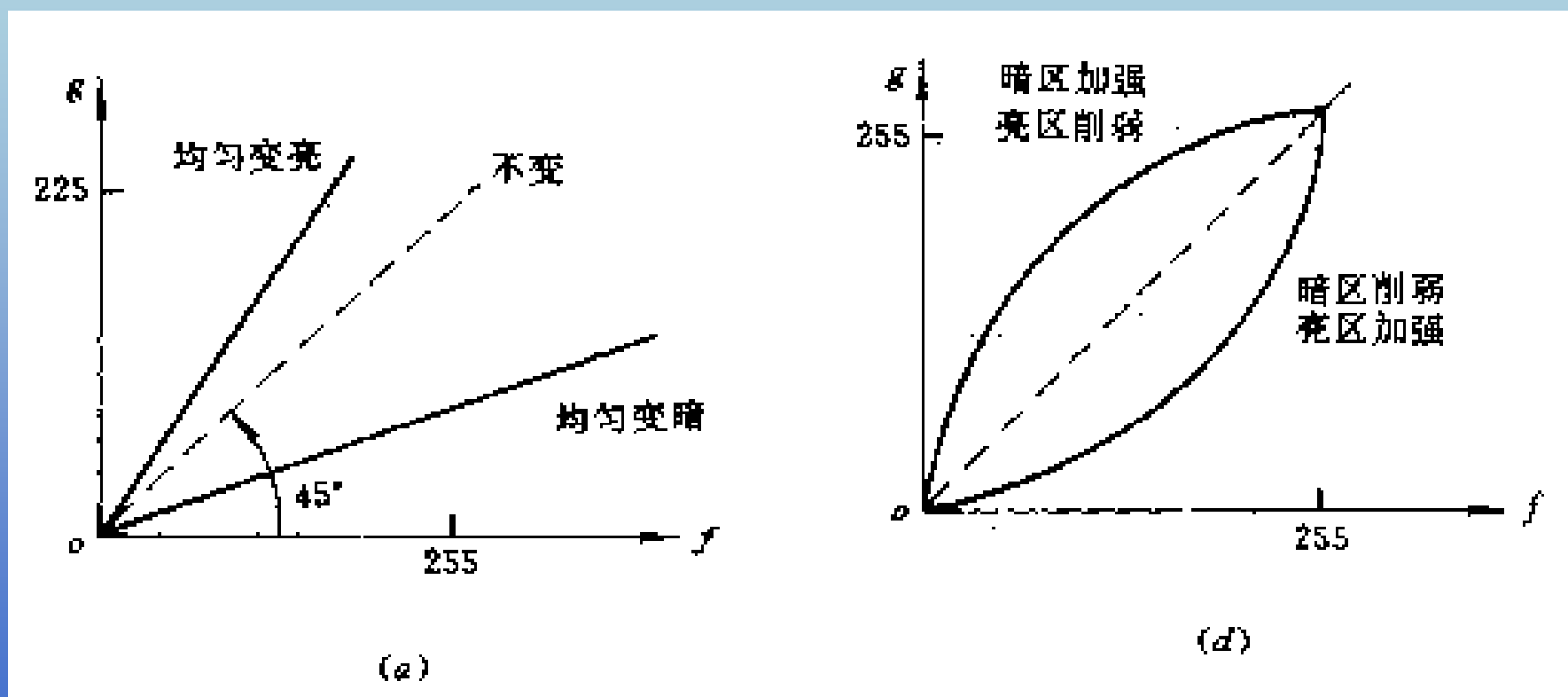
分为三段或多段，其中每一段均为线性变换

非线性变换

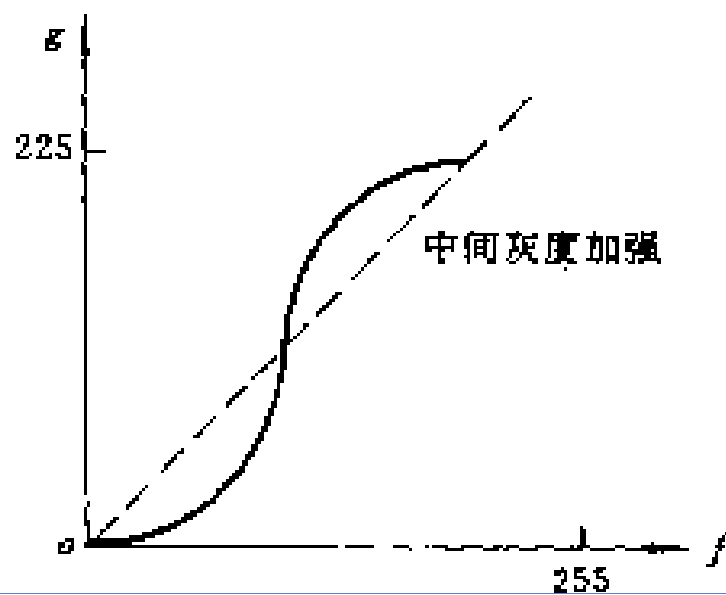
$$Y' = f(Y)$$

对数，指数等

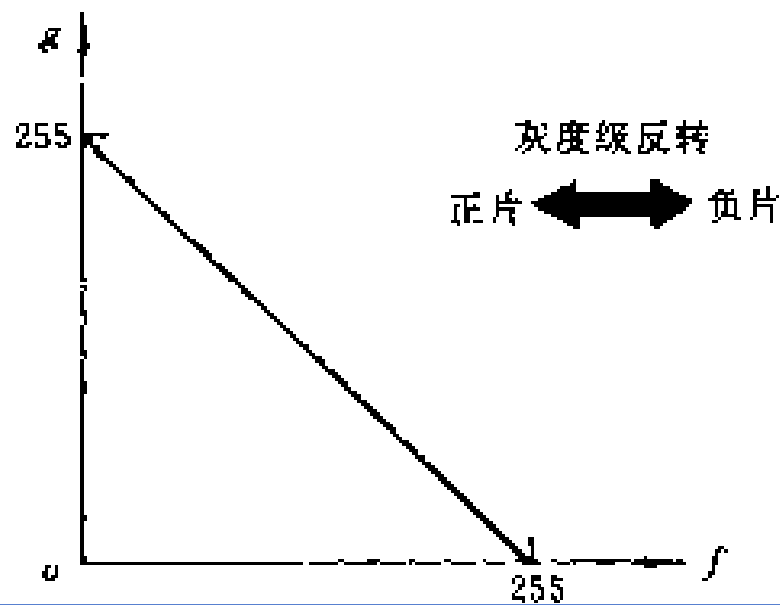




## 第4章 图像增强

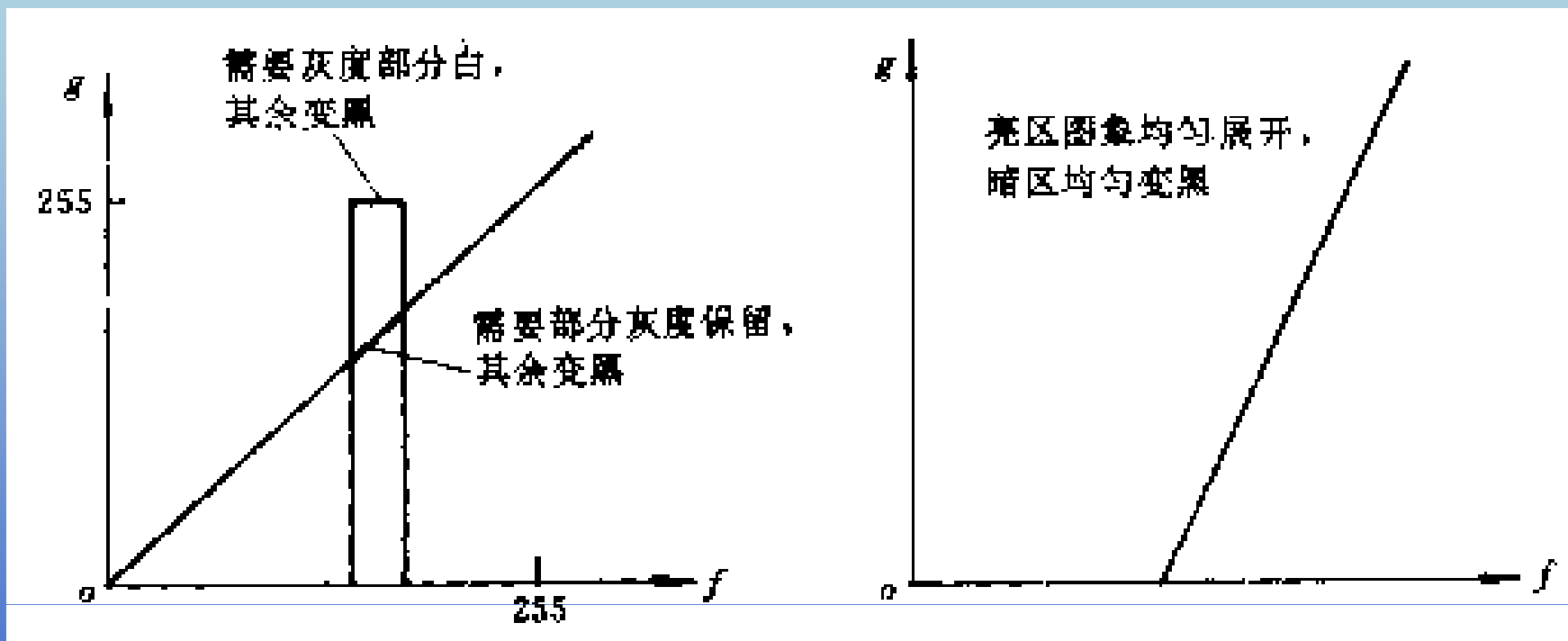


(b)



(c)

## 第4章 图像增强



## 第4章 图像增强



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 2 特点

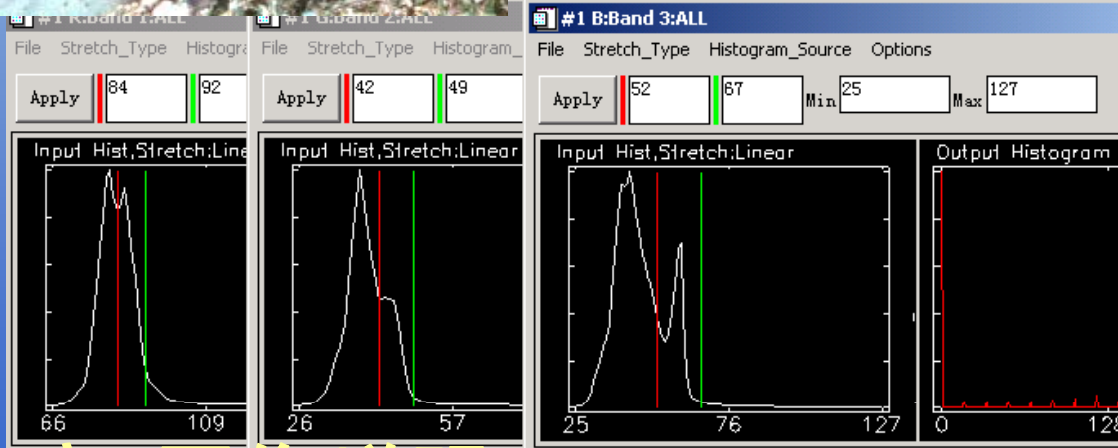
- 对指定的灰度范围进行变换
- 使用灵活，简单
- 要求对研究对象的灰度分布情况有一定的知识



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

# • 交互拉伸



## 第4章 图像增强

遥感学院



## 4.1.2 直方图修正

- 直方图是像元灰度分布的频数图
- 直方图修正改变了图像中不同灰度的分布比例，增强图像的对比度
- 频数  $\rightarrow$  概率



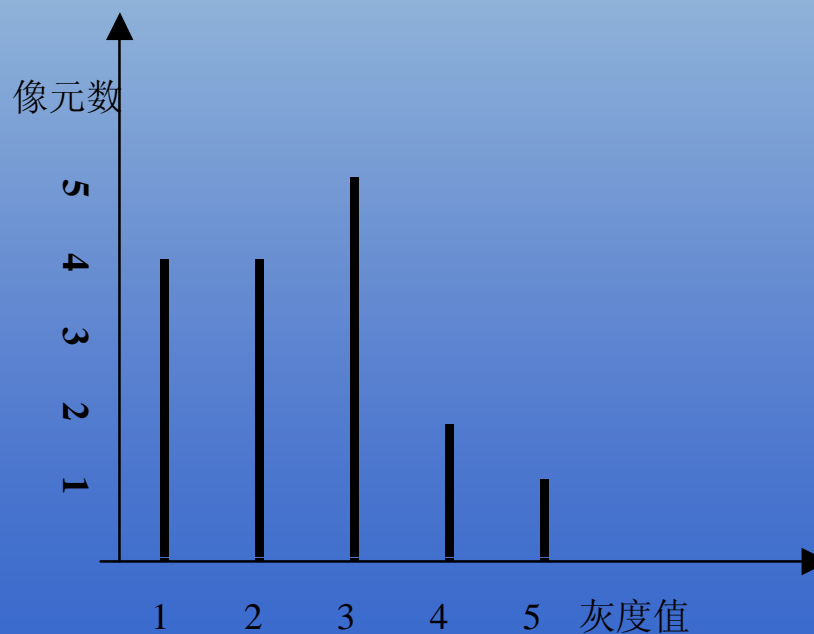


- 直方图的概念

灰度值的出现频率图形，横坐标是灰度值，纵坐标是像元的个数或者像元的百分比。

反映灰度的总体结构，灰度级的等级分布，不反映空间的分布。

1	1	2	3
3	1	4	5
2	1	3	2
3	2	3	4

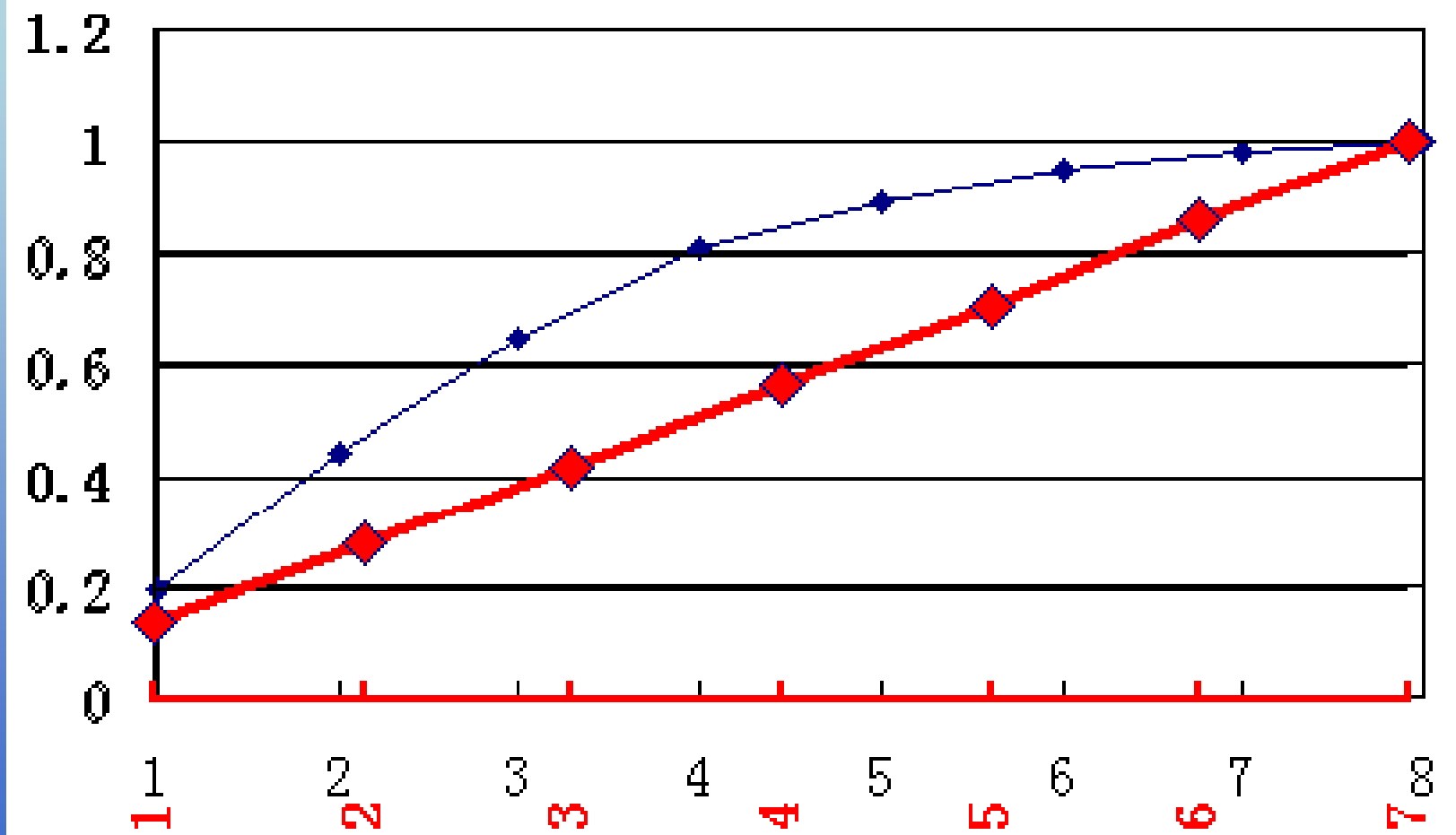




# 1 直方图均衡化

- 将已知灰度概率分布的图像变换为具有均匀灰度概率图像的过程
- 累计概率密度为直线





## 第4章 图像增强



## 1.2 均衡化实例

各灰度级对应的概率分布

灰度级	$n_i$	$n_i/n$	累计
$r_0 = 0$	198		
$r_1 = 1/7$	27		
$r_2 = 2/7$			
$r_3 = 3/7$			
$r_4 = 4/7$			
$r_5 = 5/7$			
$r_6 = 6/7$	31		
$r_7 = 1$	20		

均衡化后  
累计概率

均衡化概率

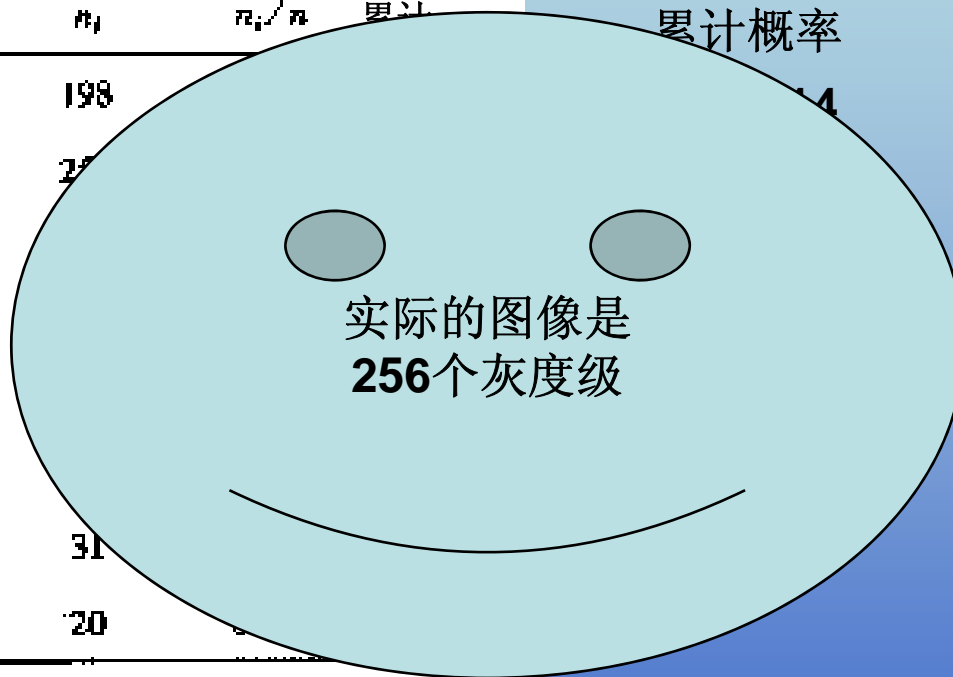
1/7:0.19

3/7: 0.25

5/7: 0.21

6/7: 0.24

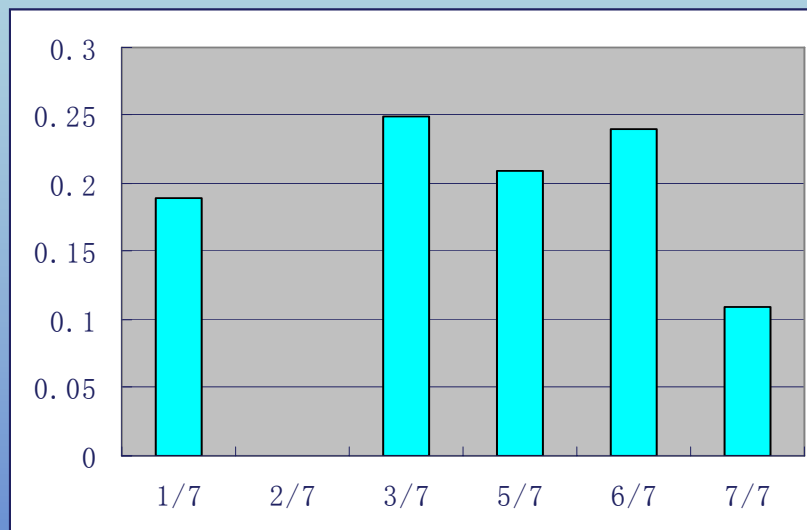
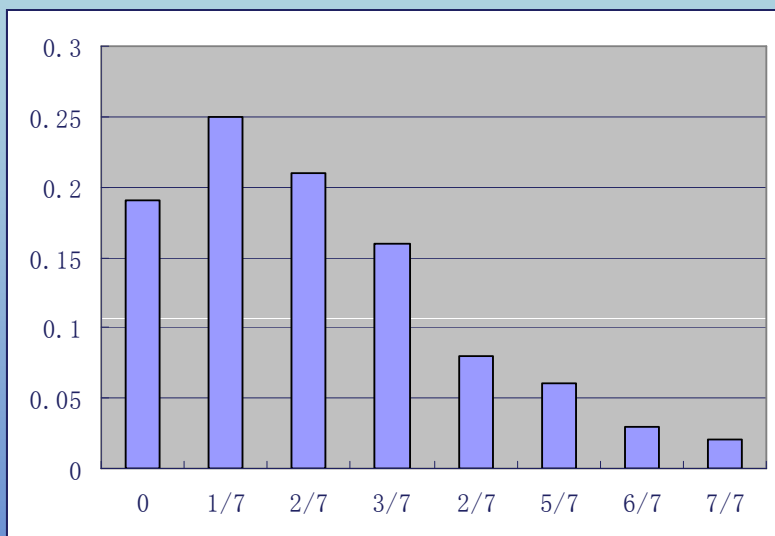
7/7:0.11



数据8个灰度级，以1/7为单位量化  
→合并原有的灰度级



## • 均衡化前后直方图的对比



通过减少图像的灰度级来增加图像的对比度

变换后的直方图接近均匀分布。即图像中每一灰度级的像元数目大致相同。使得面积最大的地物细节得以增强，而面积小的地物与其灰度接近的地物进行合并，形成综合地物。减少灰度等级换取对比度的增大。

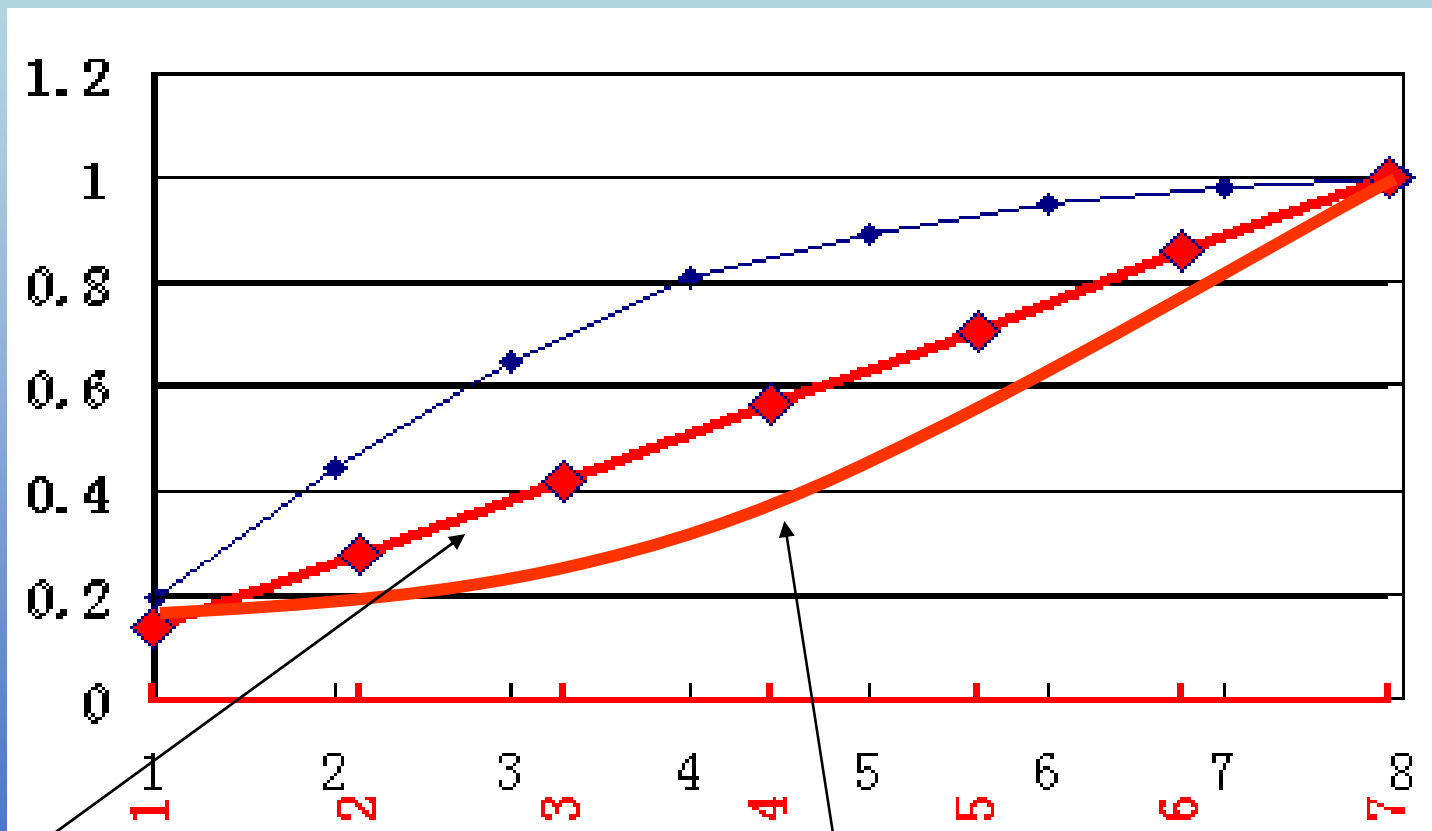


## 2 规定化

- 把直方图已知的图像变换为具有期望直方图图像的过程
- 均衡化是规定化的特例



# 方法



均衡化

规定化

## 第4章 图像增强



## ●直方图规定化步骤

- ① 对原始图像作直方图均衡化处理；
- ② 按照希望得到的图像的灰度概率密度函数  $p_z(z)$ ，求得变换函数  $G(z)$ ；
- ③ 用步骤①得到的灰度级  $s$  作逆变换  $z = G^{-1}(s)$ 。

经过以上处理得到的图像的灰度级将具有规定的概率密度函数  $p_z(z)$ 。



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 4.2 空间域滤波

- 图像平滑
- 图像锐化



## 4.2.1 空间域图像的平滑

- 消除噪声
  - 改善图像的质量，抽取对象的特征
- 噪声消除
  - 邻域平均
  - 中值滤波
  - 梯度倒数加权





# 一 噪声消除

- 噪声

- 图像上的异常亮点，或亮度值过大的区域

- 噪声种类

- 外部噪声、内部噪声

- 平稳噪声、非平稳噪声

- 其他：高斯噪声、瑞利噪声、白噪声、椒盐噪声等



- 噪声的分布是孤立的
- 噪声是异常值
- 地物是连续的

- 如果像素值显著地大于相邻像素的值，则可能为噪声

To I,j, F

If  $f(i,j) - \text{around}(f(i',j')) > \text{spv}$

$(i,j) \leftarrow \text{noise}$

End

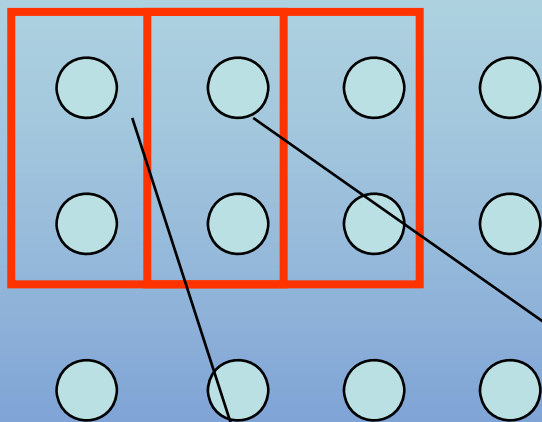
\* 优点：简单易行，对单点噪声有较好的效果。

\* 注意：在操作中对阈值的选择要慎重，太大，噪声消除不干净；太小，易使图像模糊。



## 二 邻域平均

- 使用邻域平均值作为当前的像素值
- 优点
  - 抑制了噪声
- 缺点
  - 对数据进行了平滑，导致图像模糊



假设邻域为1

$$X_{12}' = (X_{12} + X_{13} + x_{31} + x_{32}) / 4$$

$$X_{11}' = (X_{11} + X_{12} + x_{21} + x_{22}) / 4$$

常用的邻域是4和8

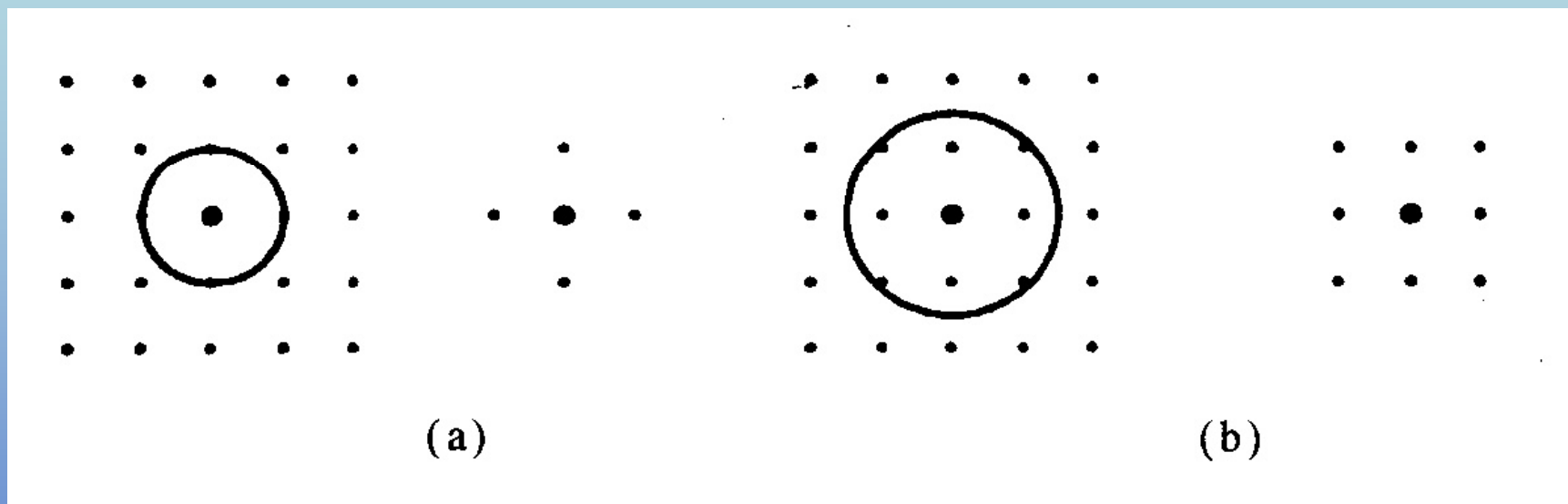
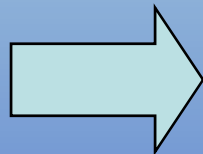
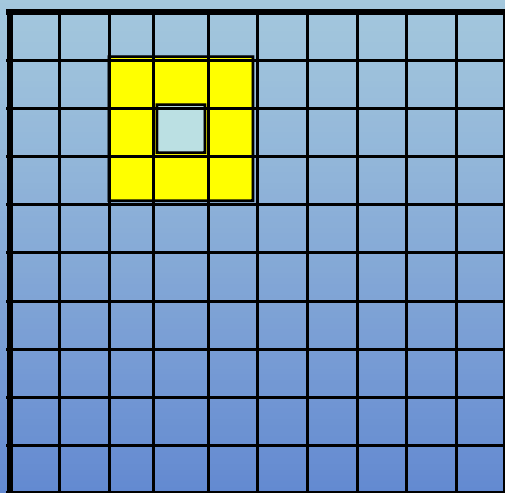


图 9-8 (j, k) 点的两种邻域



例如，对图像采用 $3 \times 3$ 的邻域平均法，对于像素 $(m,n)$ ，其邻域像素如下：



$(m-1,n-1)$	$(m-1,n)$	$(m-1,n+1)$
$(m,n-1)$	$(m,n)$	$(m,n+1)$
$(m+1,n-1)$	$(m+1,n)$	$(m+1,n+1)$

则有：

$$g(m,n) = \frac{1}{9} \sum_{i \in Z} \sum_{j \in Z} f(m+i, n+j)$$



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## ●优点:

- 1、设图像中的噪声是随机不相关的加性噪声，窗口内各点噪声是独立同分布的，经过上述平滑后，信号与噪声的方差比可望提高 $M$ 倍。
- 2、算法简单。

## ●缺点:

主要是在降低噪声的同时使图像产生模糊，特别在边缘和细节处。而且邻域越大，在去噪能力增强的同时模糊程度越严重。



南  
NANU



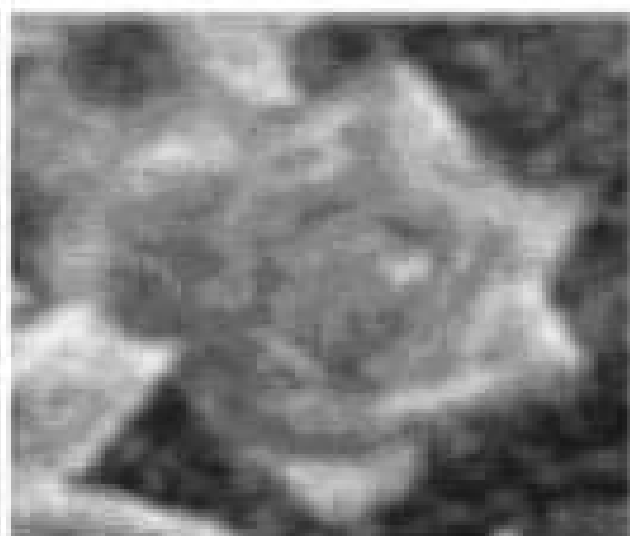
(a)



(b)



(c)



(d)

(a) 原图像

(b) 对(a)加椒盐噪声的图像

(c)  $3 \times 3$ 邻域平滑

(d)  $5 \times 5$ 邻域平滑





## 三 中值滤波

**中值滤波**是对一个滑动窗口内的诸像素灰度值排序，用中值代替窗口中心像素的原来灰度值。

例：采用 $1 \times 3$ 窗口进行中值滤波

原图像为： 2 2 6 2 1 2 4 4 4 2 4

处理后为： 2 2 2 2 2 2 4 4 4 4 4



- 使用窗口像素序列的中值作为窗口中心像素的值
- 过滤噪声的同时，保持边缘的信息
- 可以有效地消除孤立的点和线段
- 噪声的像素数小于有用像素的一半时有效

1	1	2	3
1	3	4	5
1	4	5	9



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

在抑制随机噪声的同时能有效保护边缘少受模糊，可以有效的消除孤立的点和线段。

对 median 滤波法来说，正确选择窗口尺寸的大小是很重要的环节。

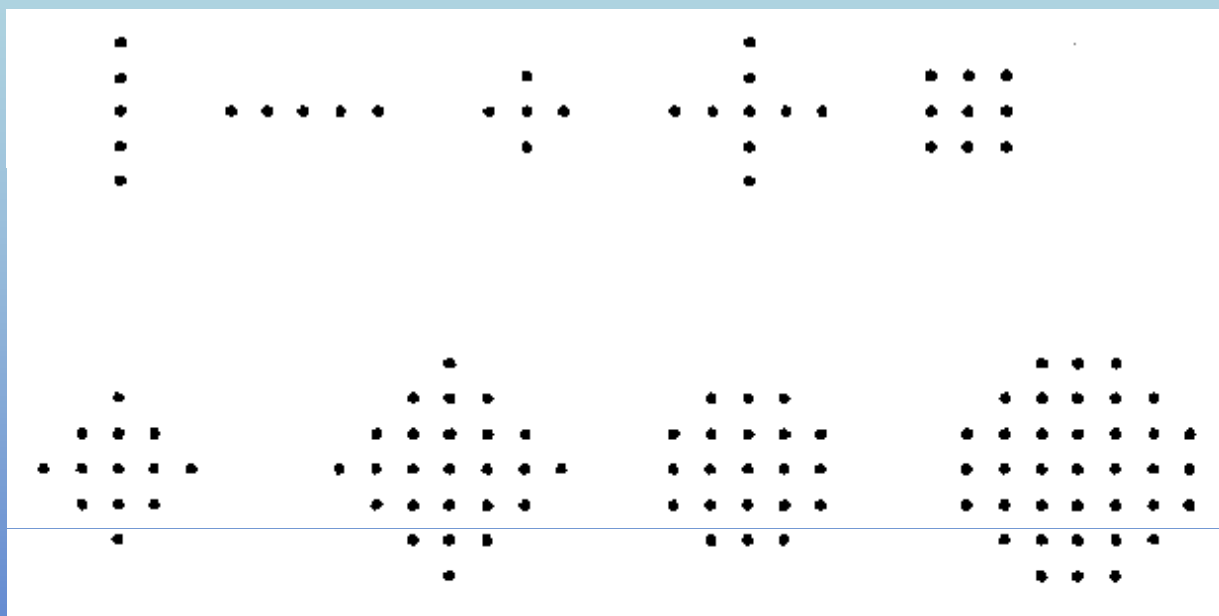
确定最佳的窗口尺寸，需通过从小窗口到大窗口的 median 滤波试验，再从中选取最佳。

## 第4章 图像增强

遥感学院



## 常用的窗口形状



- 不同形状的窗口产生不同的滤波效果
- 二维中值滤波器比一维滤波器更能抑制噪声。
- 方形或圆形窗口适宜于外轮廓线较长的物体图像，而十字形窗口对有尖顶角状的图像效果好。



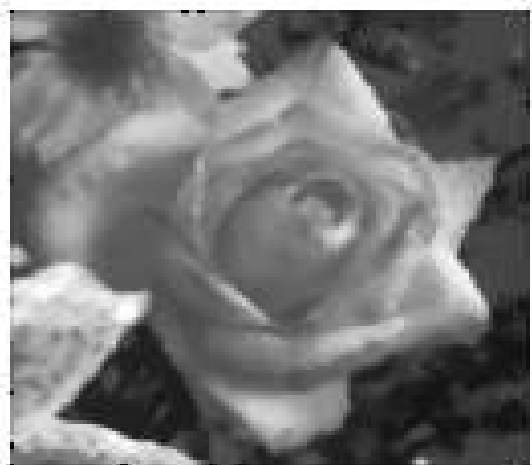
- 使用中值滤波器滤除噪声的方法：
  - (1) 先使用小尺度窗口，后逐渐加大窗口尺寸，直到中值滤波器的坏处多于好处为止；
  - (2) 一维滤波器和二维滤波器交替使用；
  - (3) 叠代操作，对输入图像重复进行同样的中值滤波，直到输出不再有变化为止。



(a)



(b)



(c)



(d)

图(a)为原图像；图(b)为加椒盐噪声的图像；图(c)和图(d)分别为 $3 \times 3$ 、 $5 \times 5$ 模板进行中值滤波的结果。

中值滤波法能有效削弱椒盐噪声，且比邻域平均法更有效。



## 四 梯度倒数加权

- 原理：
- 相邻区域的像素差异大于区域内部像素的差异
- 在同一区域中，中间的变化小于边缘的变化
- 以梯度的倒数为权重，区域内部邻点的权重大于区域外的邻点
- 平滑的贡献主要来自于区域的内部，图像的边缘和细节不会有明显的丢失



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## • 1 步骤

- 构造权重矩阵
- 计算权重，并归一化
- 计算中心像素的值





## • 2 权重及其计算

$$W = \begin{bmatrix} W(j-1, k-1) & W(j-1, k) & W(j-1, k+1) \\ W(j, k-1) & W(j, k) & W(j, k+1) \\ W(j+1, k-1) & W(j+1, k) & W(j+1, k+1) \end{bmatrix}$$

$W(j, k) = \frac{1}{2}$ , 其余 8 个加权系数之和为  $\frac{1}{2}$ 。

$$W(j+m, k+n) = \frac{g(j, k; m, n)}{2 \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 F(j, k; m, n)}$$
$$= \frac{1}{|F(j+m, k+n) - F(j, k)|}$$

**F(j,k):** 像素值

$m, n$  分别为  $-1, 0, 1$ ;  $m, n$  不能同时为零。

在此基础上,用窗口像素分别与相应位置上的权重因子相乘,积之和就是  $F(j, k)$  的平滑输出  $G(j, k)$ 。



### • 3 实例

3	5	7
3	9	4
4	3	6

$$\frac{1}{|F(j+m, k+n) - F(j, k)|}$$

1/6	1/4	1/2
1/6		1/5
1/5	1/6	1/3

$$2 \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 F(j, k; m, n)$$

总和=2\*(1/6+1/4+1/2+1/6+1/5+1/5+1/6+1/3)=3.96



$$W = \begin{bmatrix} 0.042 & 0.063 & 0.126 \\ 0.042 & 0.50 & 0.051 \\ 0.051 & 0.042 & 0.083 \end{bmatrix}$$

$$G(j, k) = 0.042 \times 3 + 0.063 \times 5 + 0.126 \times 7 + 0.042 \times 3 + 0.500 \times 9 \\ + 0.051 \times 4 + 0.051 \times 4 + 0.042 \times 3 + 0.083 \times 6 \approx 7$$



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 4.2.2 空间域图像锐化

- 微分法
- 空间域高通滤波
- 定向检测法



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

- 突出边缘、轮廓或线状信息
  - 影像高频成分



## 第4章 图像增强



南京信息工程大学

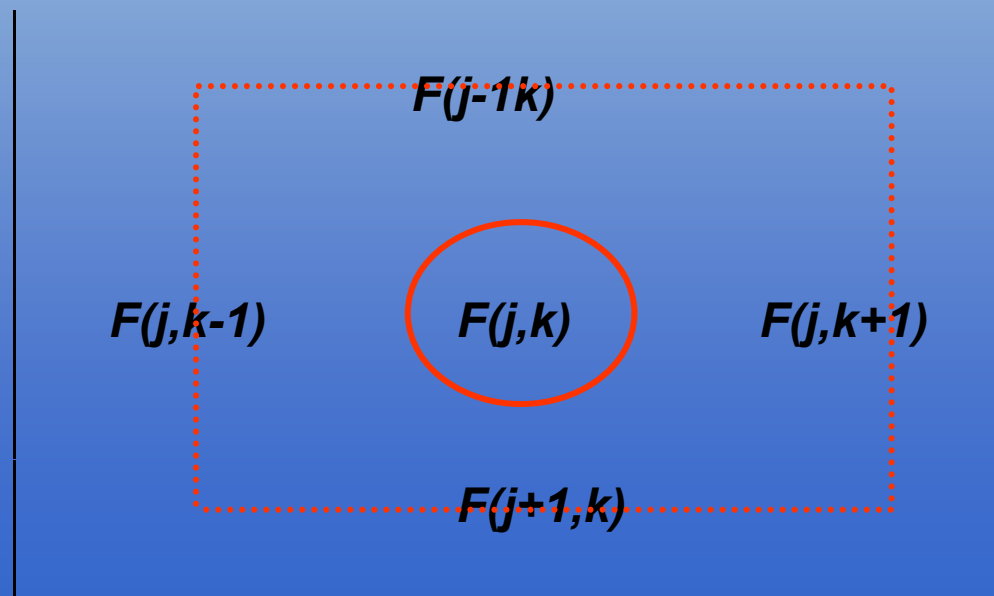
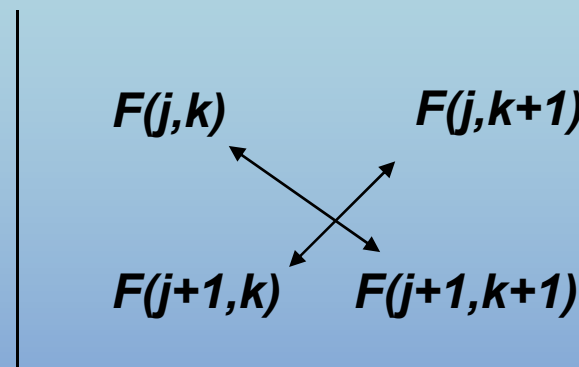
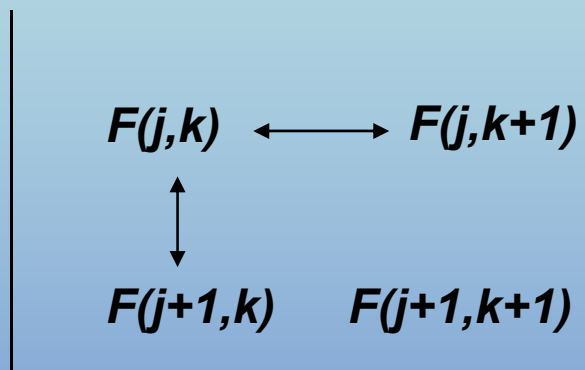
NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

# 一、微分法

- 计算像元之间的变化率
- 梯度法
- 拉普拉斯算子



- 离散图像梯度的计算





- 连续数学

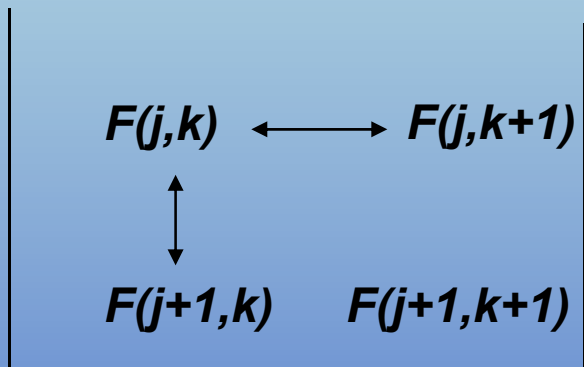
梯度为矢量:  $G[F(j, k)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial j} \\ \frac{\partial F}{\partial k} \end{bmatrix}$

梯度的幅度:  $G[F(j, k)] = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial j}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right)^2}$





- 离散图像梯度的计算
- 离散的图像用差分代替微分
  - 考虑像元与右侧、下侧像元的关系



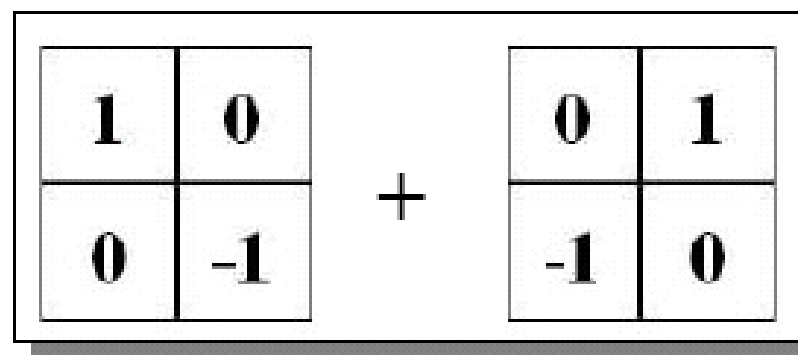
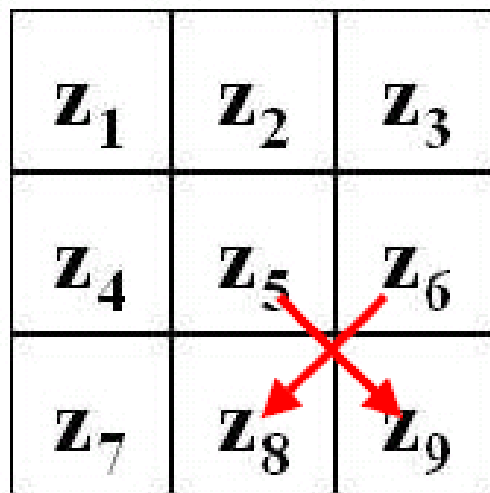
定义梯度  $G[F(j,k)]$

$$\sqrt{(F(j,k) - F(j+1,k))^2 + (F(j,k) - F(j,k+1))^2}$$



## ■ Robert滤波

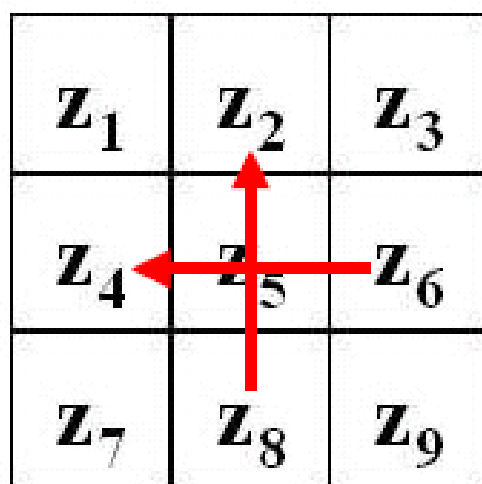
$$\nabla f \approx |z_5 - z_9| + |z_6 - z_8|$$





## ■ Prewitt滤波

$$\nabla f \approx |(z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)| + |(z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)|$$



-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

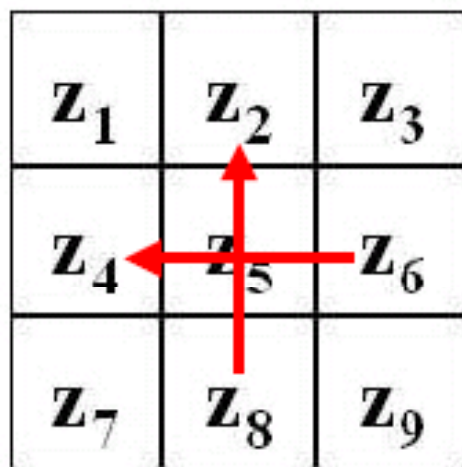
+

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1



## ■ Sobel滤波

$$\nabla f \approx |(z_7 + 2 \cdot z_8 + z_9) - (z_1 + 2 \cdot z_2 + z_3)| + |(z_3 + 2 \cdot z_6 + z_9) - (z_1 + 2 \cdot z_4 + z_7)|$$



-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

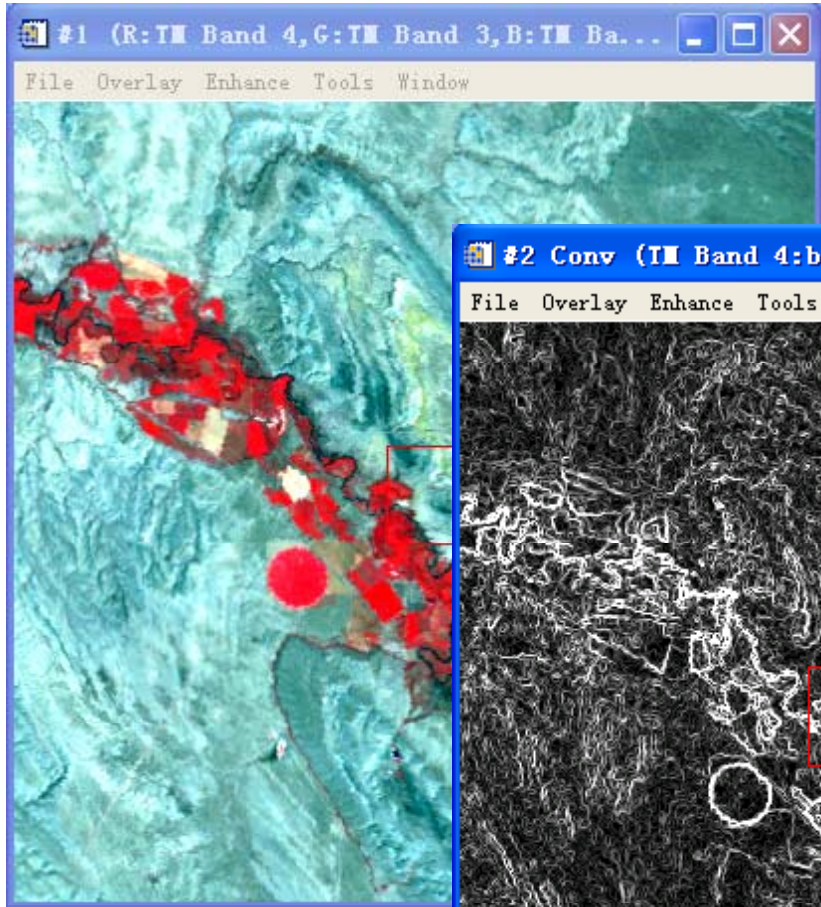
+

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

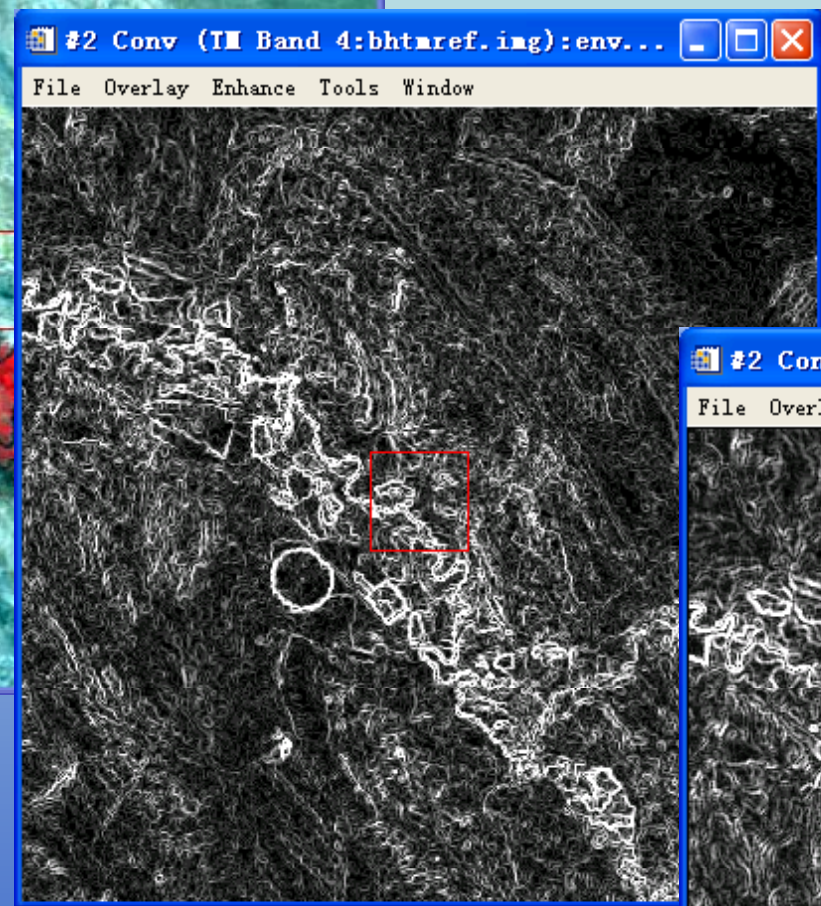


ANCE & TECHNOLOGY

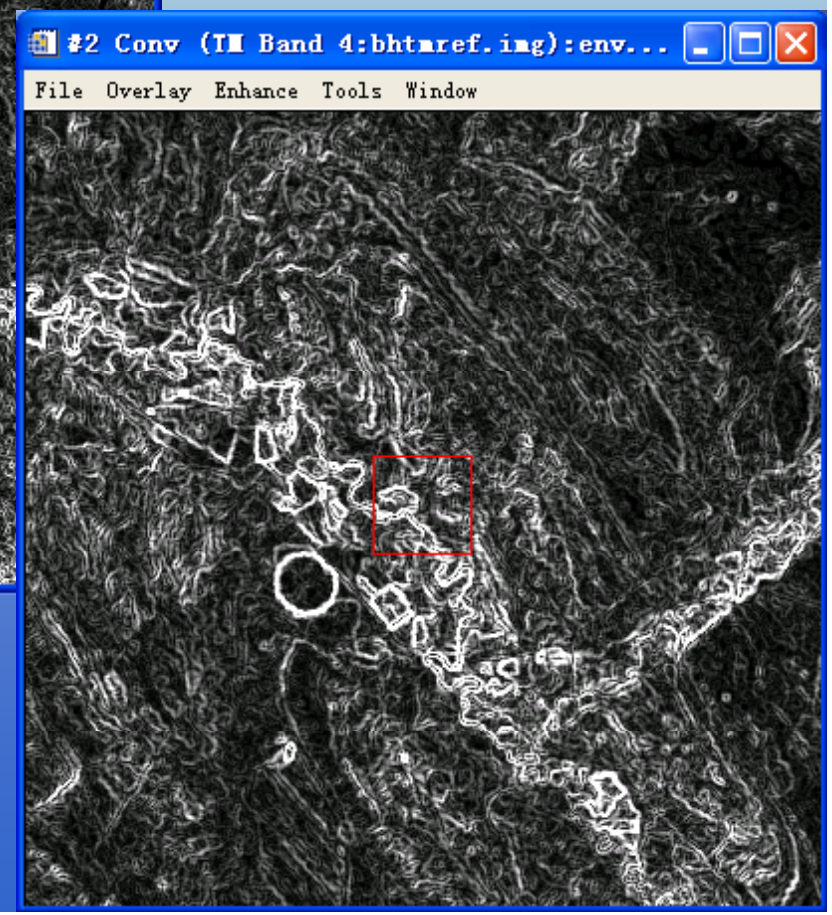
# Sobel算法



原始影像



Roberts算法





南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## • 2 拉普拉斯算子

- 连续数学
- 二次微分（二次偏导数）
- 用途
  - 边缘增强
  - 消除因扩散作用产生的模糊

第4章 图像增强

遥感学院



## ● 连续形式

梯度为矢量:

$$G[F(j, k)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial^2 j} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial^2 k} \end{bmatrix}$$

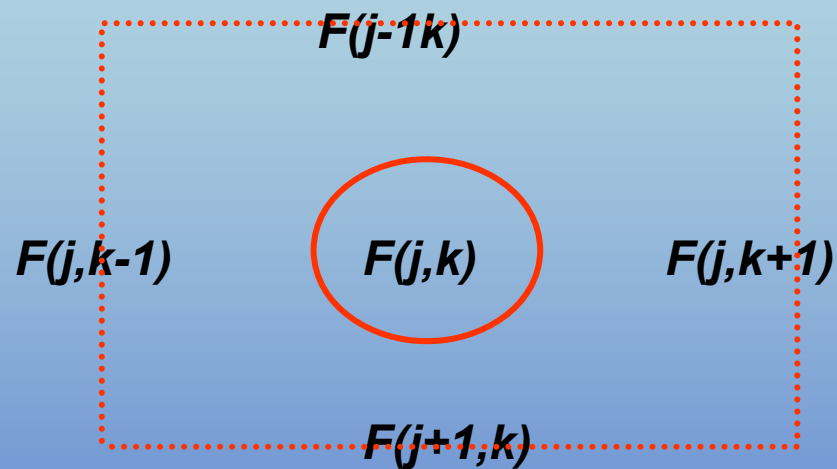
梯度的幅度:

$$G[F(j, k)] = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial^2 j}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial^2 k}\right)^2}$$



## ● 离散形式

- 考虑相邻的4个像元



$$\begin{aligned}\nabla^2 F(j, k) &= \{ [F(j+1, k) - F(j, k)] - [F(j, k) - F(j-1, k)] \} \\ &\quad + \{ [F(j, k+1) - F(j, k)] - [F(j, k) - F(j, k-1)] \} \\ &= F(j+1, k) + F(j-1, k) + F(j, k+1) + F(j, k-1) - 4F(j, k)\end{aligned}$$





## ● 矩阵的表示形式

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

$\nabla f \approx 4 \cdot z_5 - z_2 - z_4 - z_6 - z_8$

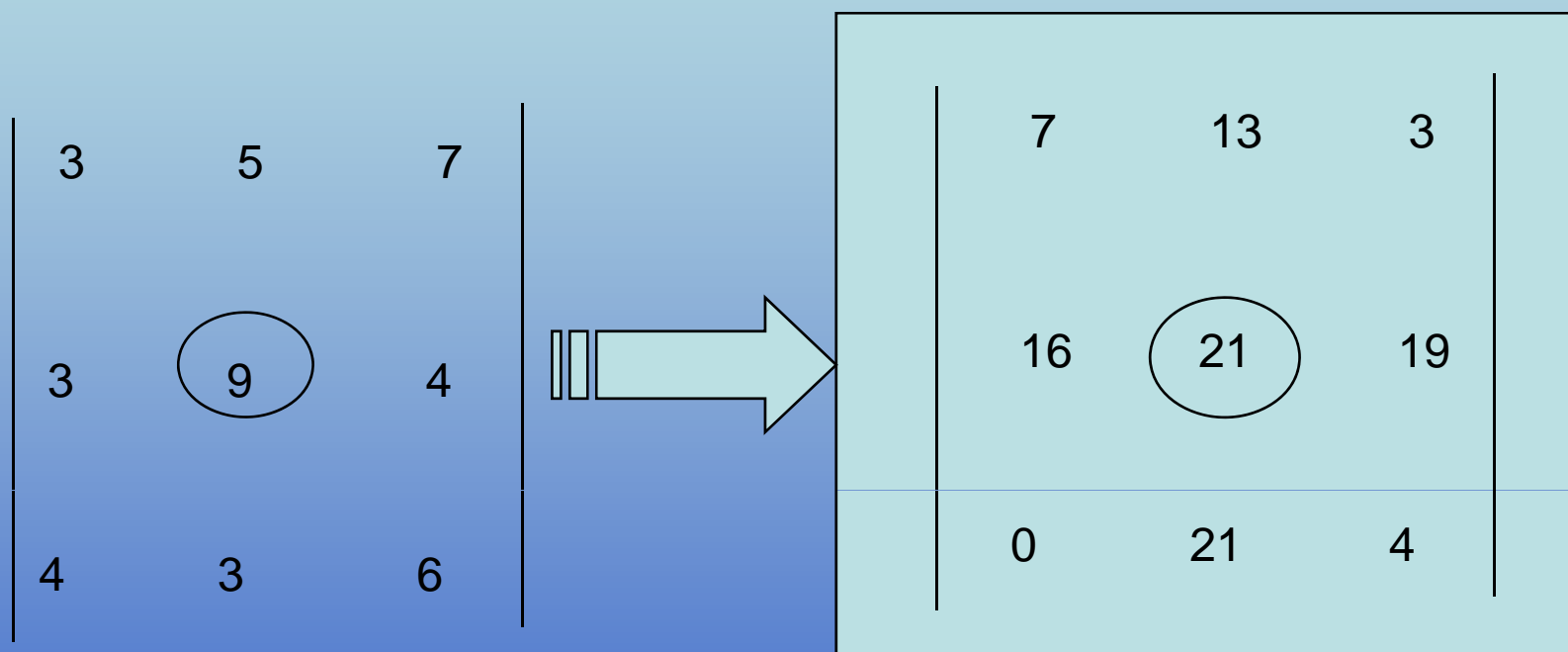
$z_1$	$z_2$	$z_3$
$z_4$	$z_5$	$z_6$
$z_7$	$z_8$	$z_9$

$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

Laplacian 算子是标量,一般取正值或绝对值。

Laplacian 算子锐化时,其锐化输出为

$$G(j, k) = F(j, k) - \nabla^2 F(j, k)$$

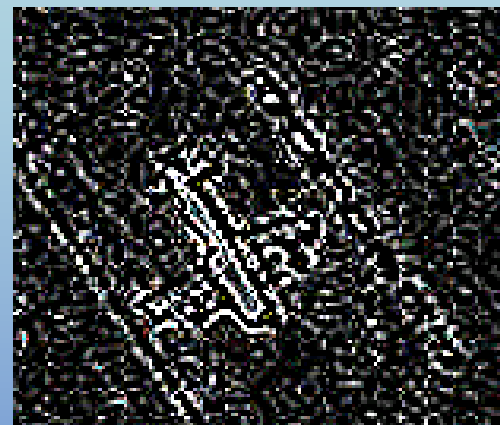




南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

# 实例



第4章 图像增强

遥感学院



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

# 原图

# 拉氏变换后



## 第4章 图像增强

遥感学院



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 二、高通滤波

- 图像边缘与高频分量对应
- 通过高频分量即可达到锐化的目的



建立在离散卷积基础上的空间域高通滤波关系式：

$$g(m_1, m_2) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} f(n_1, n_2) H(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1)$$

式中  $g(m_1, m_2)$  为锐化输出；

$f(n_1, n_2)$  为输入图像；

$H(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1)$  为冲激响应阵列(亦叫卷积阵列)。

几种常用的归一化冲激阵列如下：

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 19 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

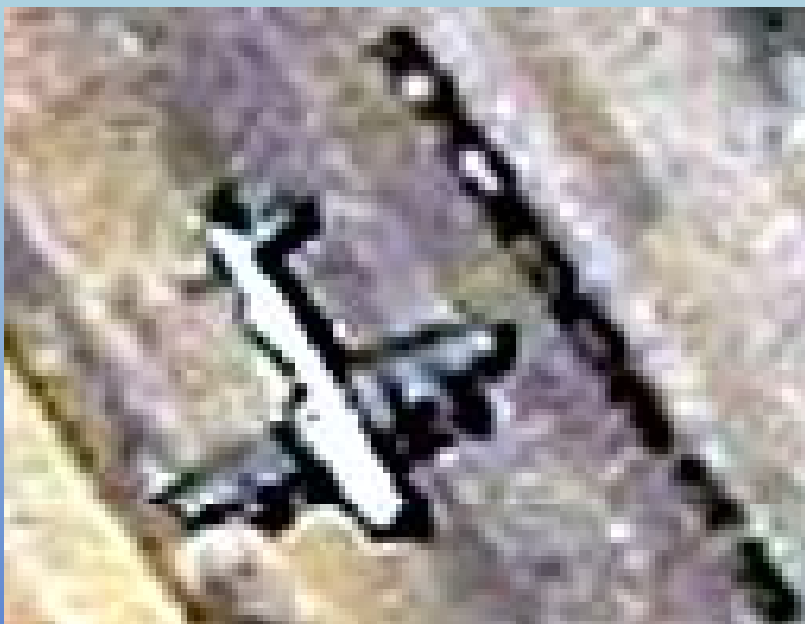
$$H_5 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## • 实例



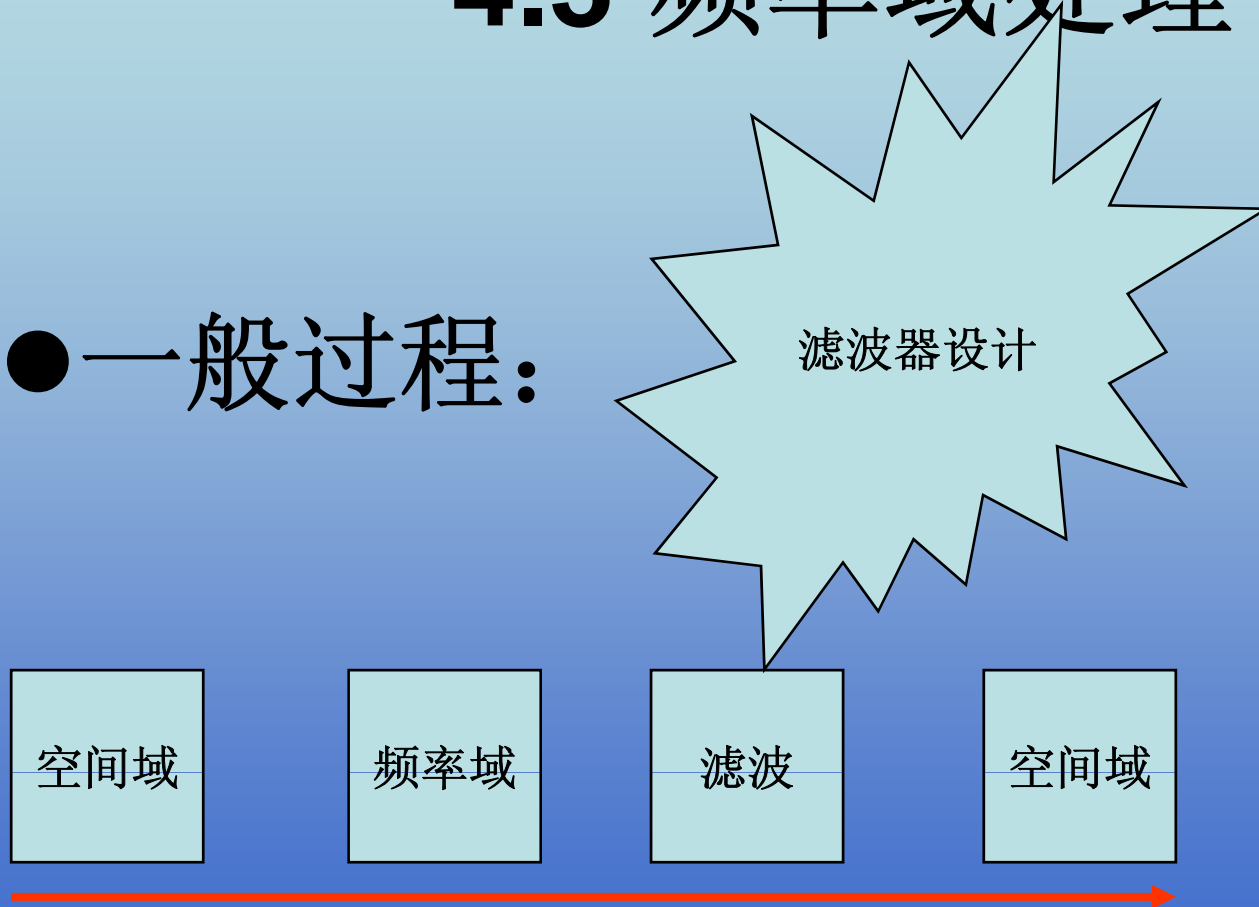
第4章 图像增强

遥感学院



## 4.3 频率域处理

● 一般过程:







# 一、分类

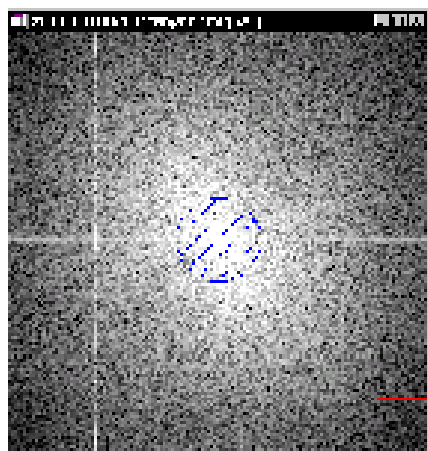
- 高通滤波（锐化）
- 低通滤波（平滑）
- 带通滤波（突出地物）
- 同态滤波（改善图像质量）



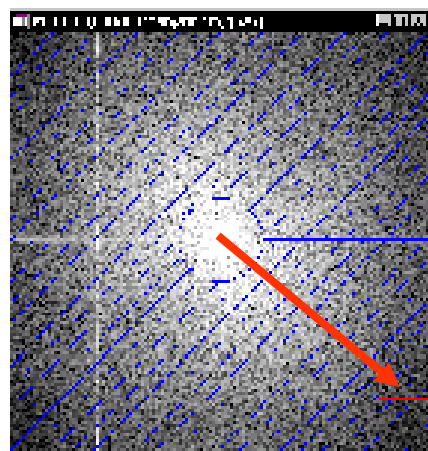
南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

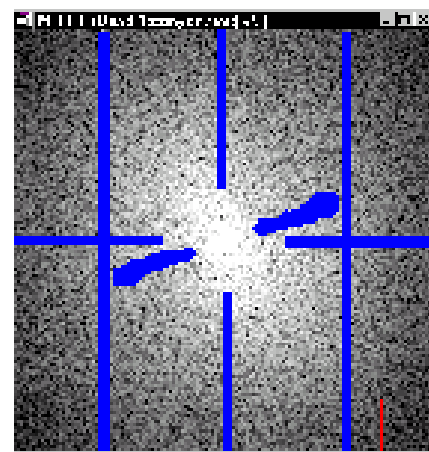
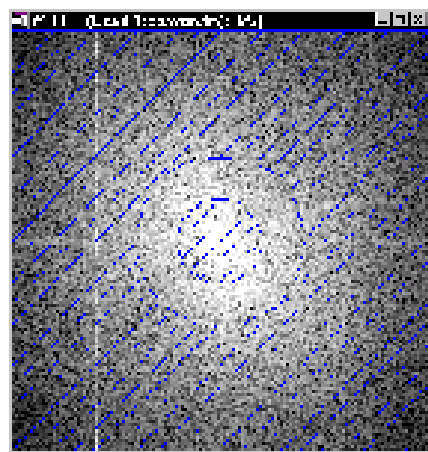
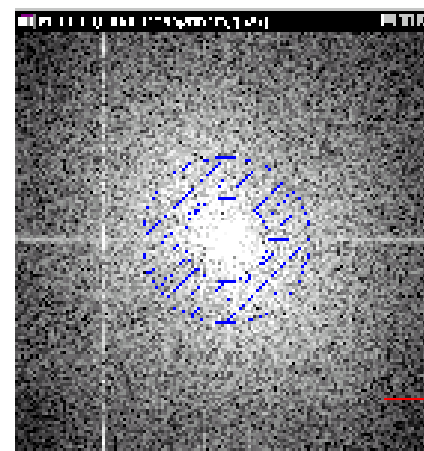
Low pass



High pass



Band pass



Band cut

define



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

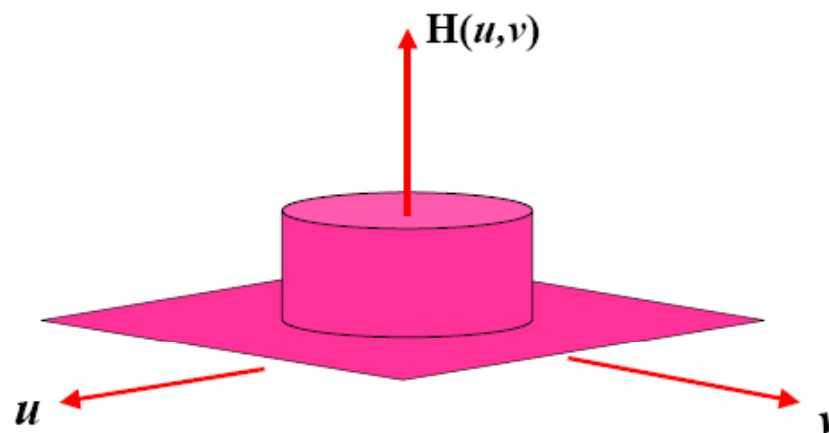
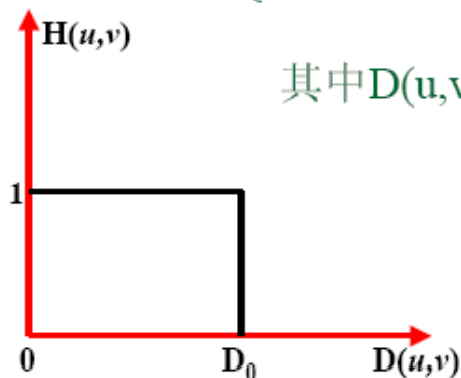
# • 1、理想滤波器

## • 理想低通滤波器：

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

其中 $D(u, v)$ 是从点 $(u, v)$ 到频率原点的距离

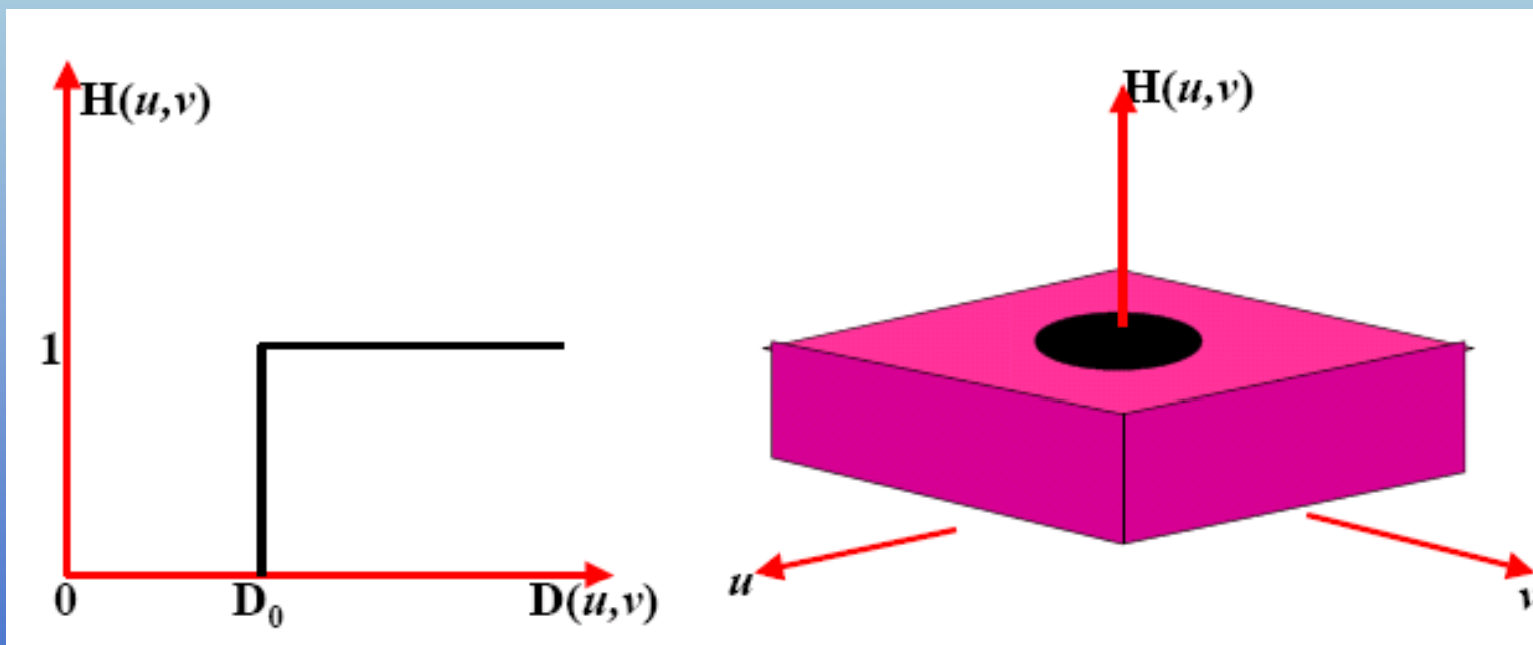
$$D(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2}$$



理想低通滤波器的三维视图

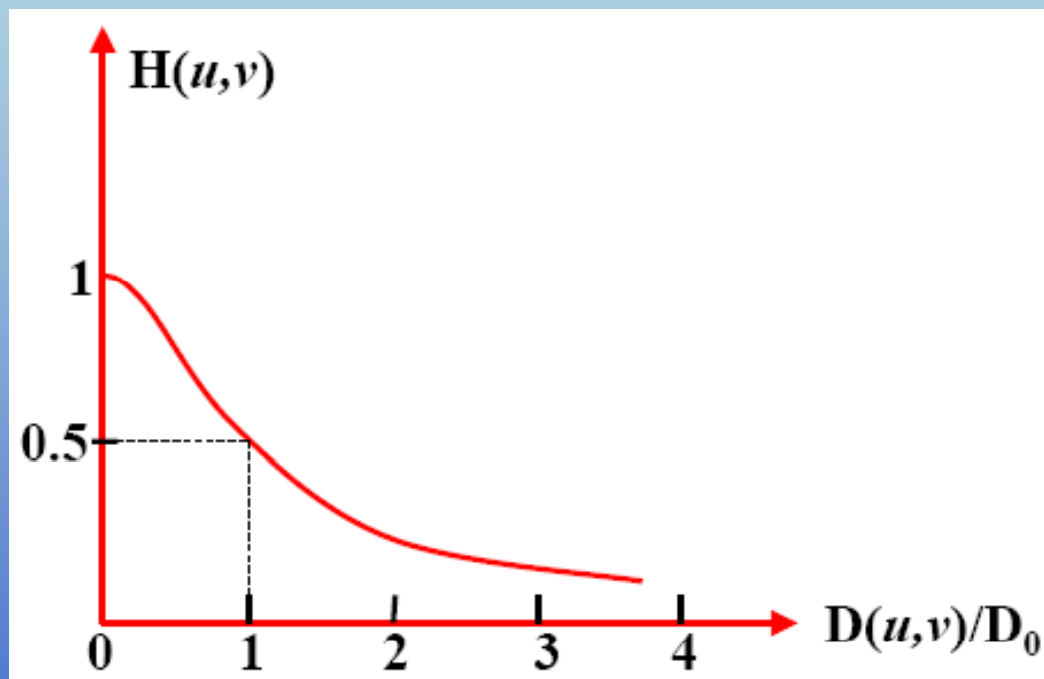


- 1、理想滤波器
- 理想高通滤波器：





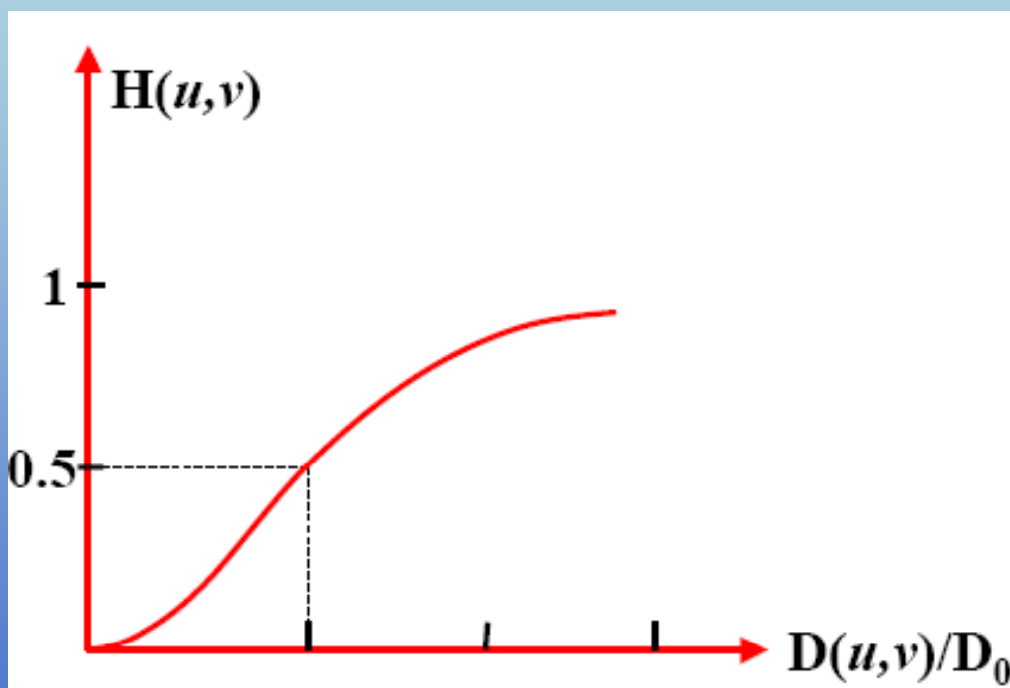
- **2、Butterworth滤波器**
- Butterworth低通滤波器：



□特点：连续衰减，大大降低图像边缘的模糊程度。



- **2、 Butterworth滤波器**
- Butterworth高通滤波器：



□特点：锐化效果较好，边缘抖动不明显。



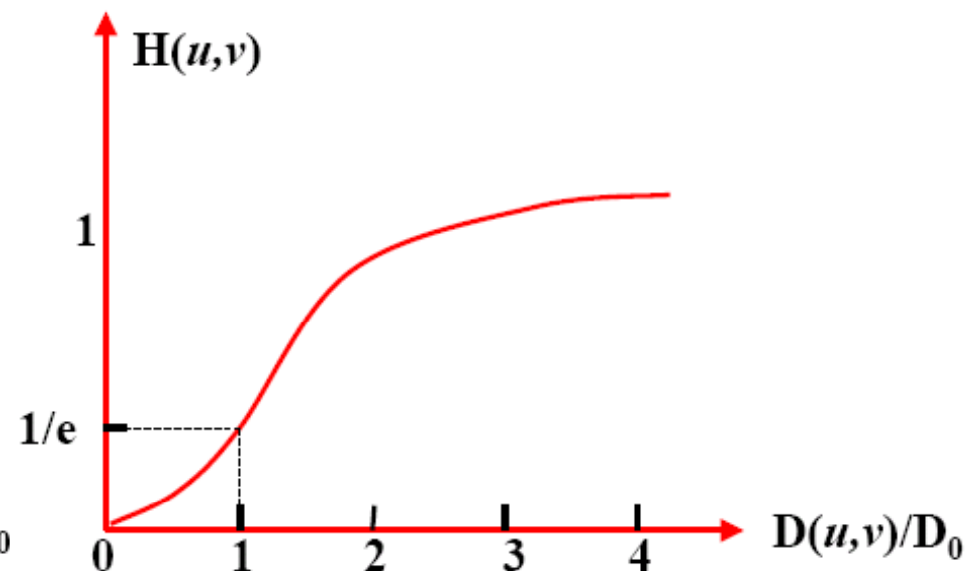
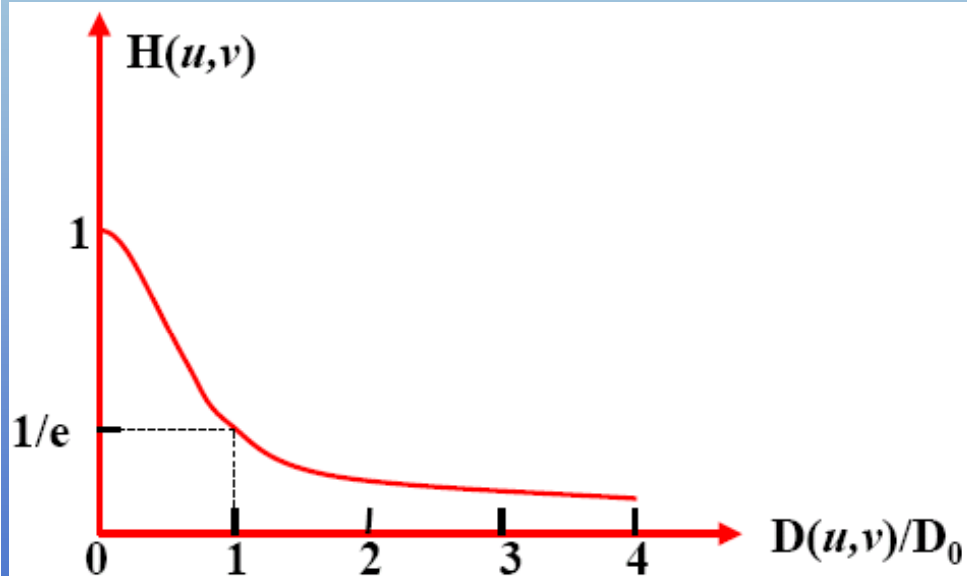
南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

- 3、指数滤波器

- 指数低通滤波器

- 指数高通滤波器



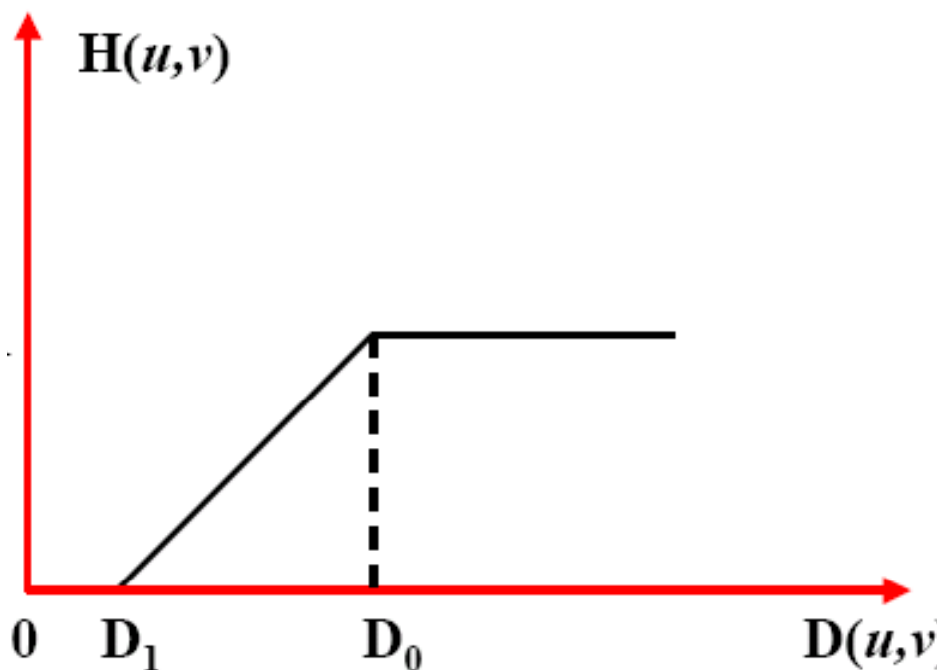
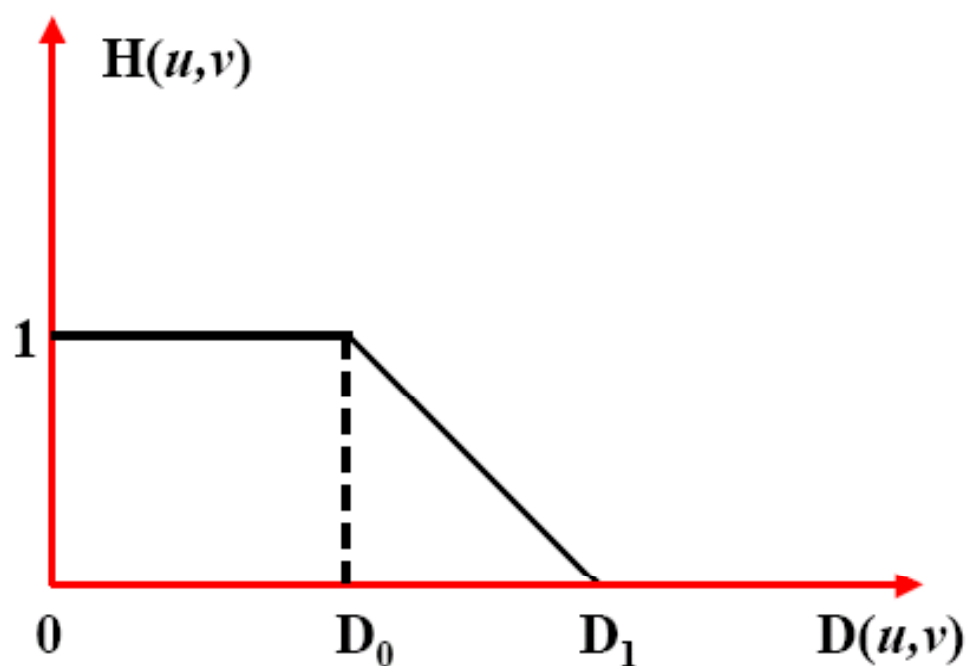


南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

- 4、梯形滤波器
- 梯形低通滤波器

- 梯形高通滤波器







- **5、同态滤波**

- 作用:

- 减少低频, 增加高频

- 原理:  $f(x, y) = i(x, y) * r(x, y)$

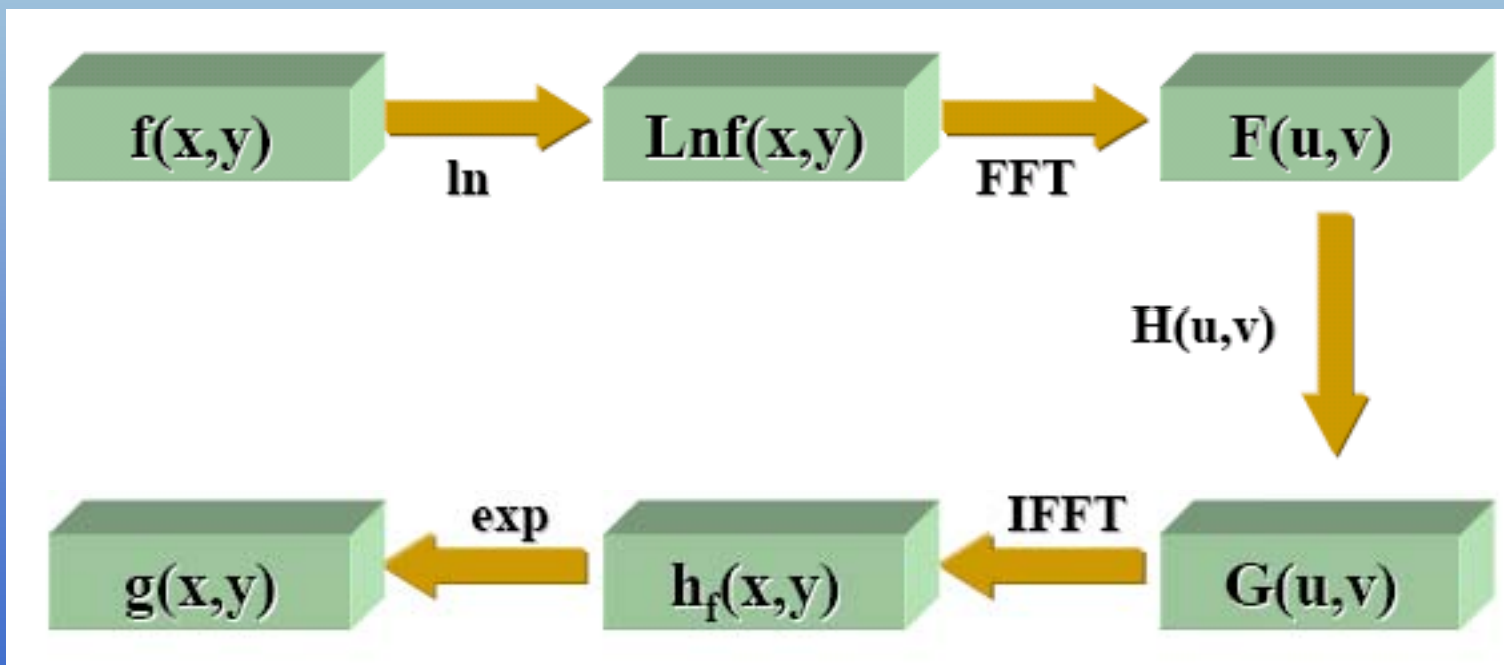
$i(x, y)$  : 照射分量

$r(x, y)$  : 反射率分量

取对数:  $\ln f(x, y) = \ln i(x, y) + \ln r(x, y)$



- 5、同态滤波
- 一般流程：





南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 4.4 彩色增强

- 真彩色合成
- 伪彩色合成
- 假彩色合成



# 1 真彩色合成

- 真彩色图像

近似或真实的反映地物本来颜色的图像

- TM图像

**3** 波段（红光），**2**-绿光，**1**-蓝光

**RGB (3, 2, 1)**



## 2 伪彩色合成

- 将一个波段或灰度图像转为彩色图像的过程
- 方法  
单波段密度分割

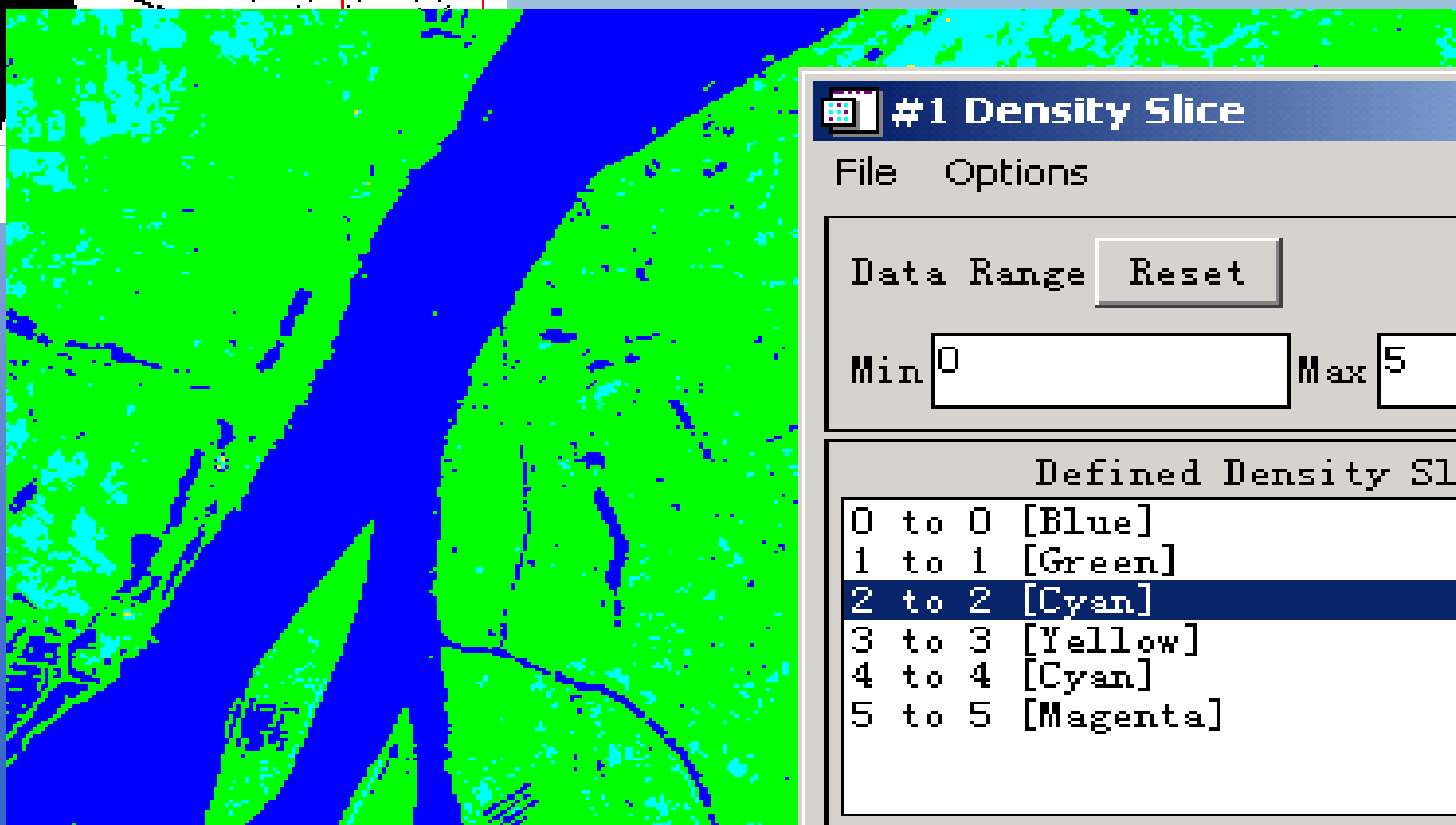
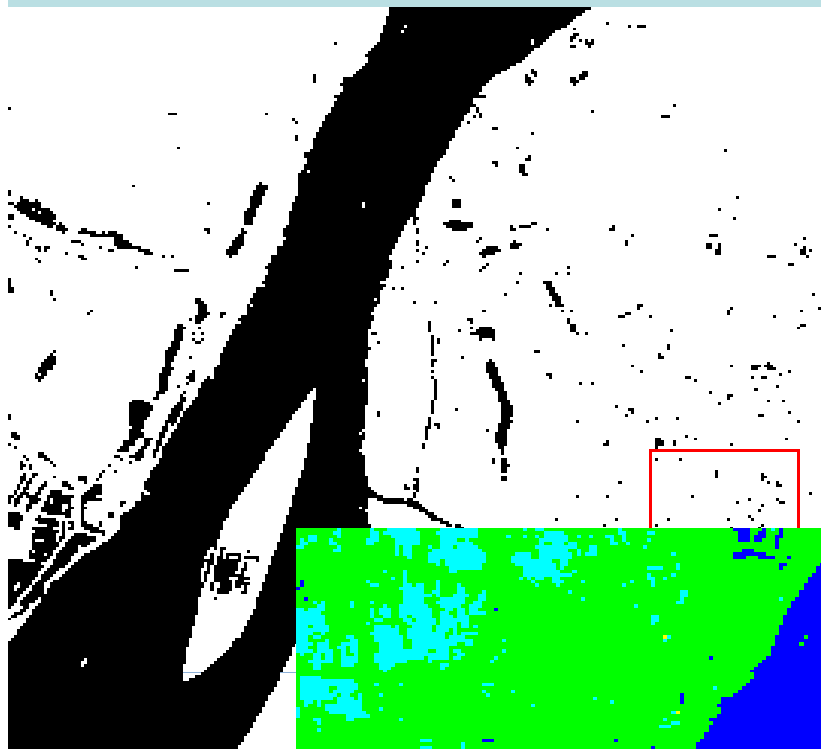


南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 密度分割

- 将灰度按照指定的间隔分割为不同的级，对新的密度分级分别赋予不同的颜色。



### #1 Density Slice

File Options

Data Range

Min  Max

#### Defined Density Slice :

0 to 0	[Blue]
1 to 1	[Green]
2 to 2	[Cyan]
3 to 3	[Yellow]
4 to 4	[Cyan]
5 to 5	[Magenta]



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 3 假彩色合成

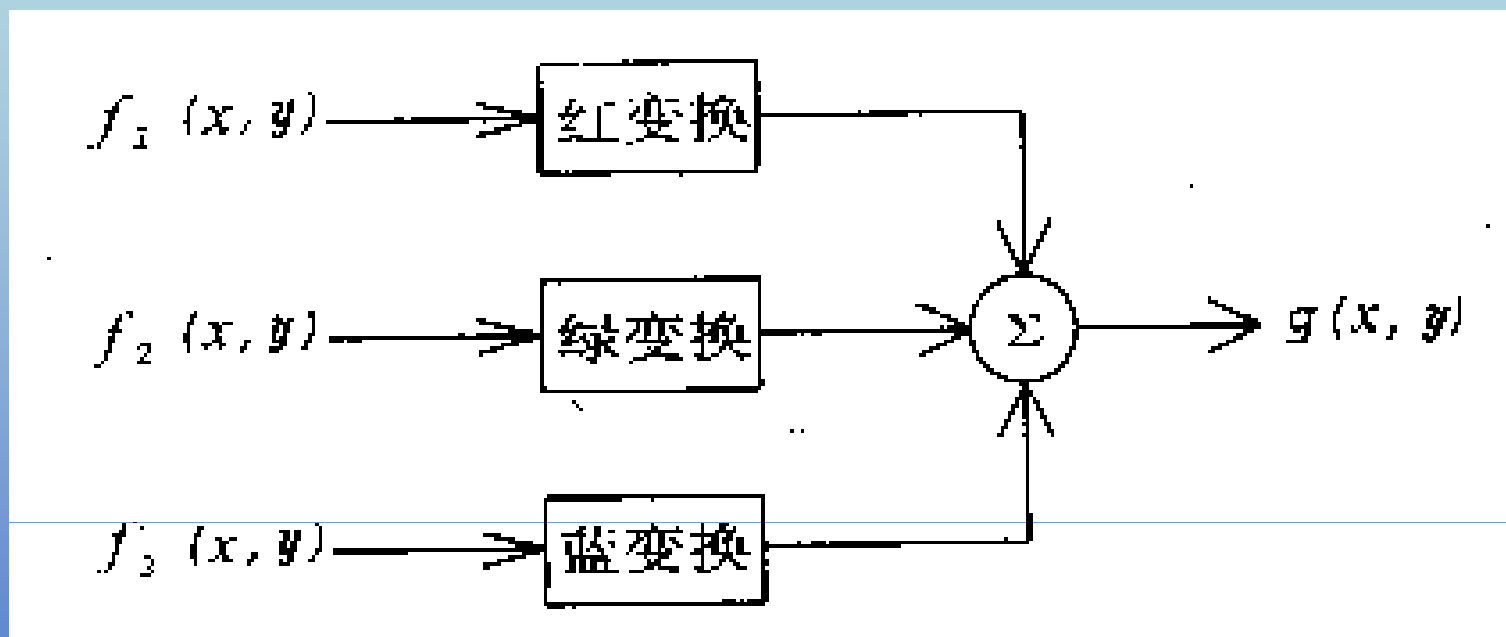
- 目的

综合不同波段的特征，突出研究对象的差异。





## 3.1 原理





## ●标准假彩色影像

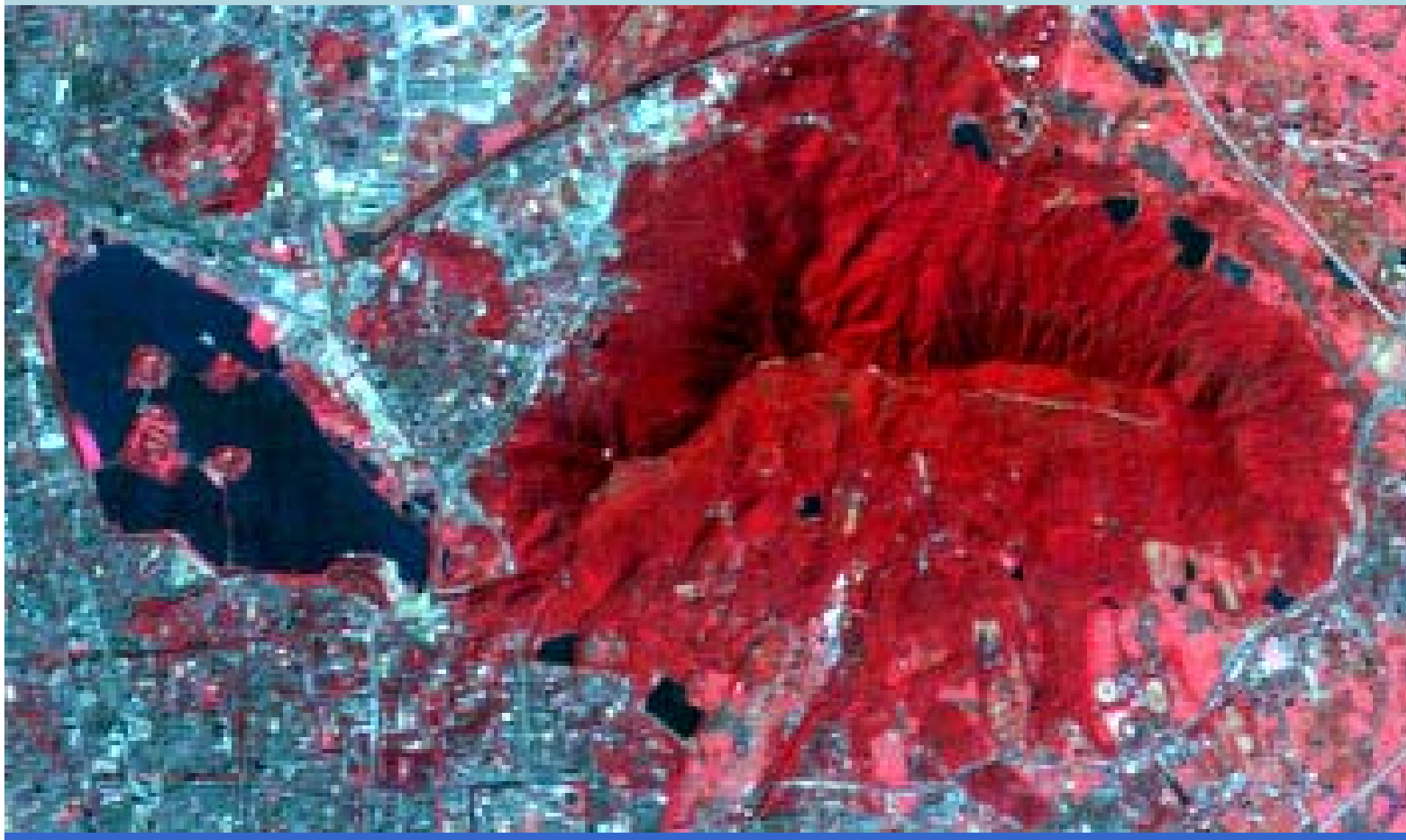
- 为突出显示影像的某种地物，可进行不同波段组合的合成，以选择最佳的合成组合方案。
- 陆地卫星（**Landsat**）多波段彩色合成影像，一般由**TM2**、**TM3**、**TM4**波段分别通过蓝、绿、红滤光系统合成，称为“标准假彩色图像”。植被显示红色；城镇一般为灰蓝色；水体呈蓝色，云、雪为白色。



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## ● TM图像4-3-2合成实例





南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 3.2 彩色合成方案选择原则

- 信息量最大
- 相关性最小
- 波段的差异最大



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 第5章 图像复原与重建

- 退化的概念和数学模型
- 代数恢复方法
- 频率域恢复方法
- 图像几何校正
- 图像重建方法

第3章 图像变换

遥感学院



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 5.1 退化概念和数学模型

- 退化概念
- 退化的数学模型



# 1、退化概念

图像在形成、记录、传输等过程中，由于受光学成像系统的相差、成像衍射、成像非线性、系统噪声等多种因素的影响，图像的质量都会有所下降，图像的这一降质过程称为图像的退化。



## 2、退化模型

- 连续退化模型：

- 一光学系统的输出可用下式表示：

$$g(x, y) = H[f(x, y)] = H \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a, b) \delta(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \right]$$

- 对于一个线性移不变的系统，则有

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

- 这时，对于包含加性白噪声的退化模型

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + \eta(x, y)$$





## 2、退化模型

- 离散退化模型：
- 线性不变系统的离散退化模型为

$$g_e(m, n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f_e(i, j) h_e(m-i, n-j) + \eta_e(m, n)$$

- 进一步用矩阵运算加以描述，即  $g = Ff + \eta$



## 2、退化模型

- 频域退化模型
- 由循环矩阵对角化结果形成

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \cdots (u = 0, 1, \cdots, M-1; v = 0, 1, \cdots, N-1)$$

- 也称为频域退化模型。
- 其中的  $F(u, v)$ ,  $H(u, v)$ ,  $N(u, v)$  和  $G(u, v)$  分别为  $f_e(m, n)$ ,  $h_e(m, n)$ ,  $\eta_e(m, n)$  和  $g_e(m, n)$  的离散傅立叶变换



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 5.2 代数恢复方法

- 无约束复原
- 约束最小二乘复原



## ● 无约束复原

由离散退化模型可得到  $\eta = g - Hf$

在对噪声项  $\eta$  没有先验知识的情况下，寻找一个估计  $\vec{f}$ ，可以等效地看作如下目标函数的求极值问题。

$$J(\hat{f}) = \left\| g - H\hat{f} \right\|^2$$

求极值的结果为

$$\hat{f} = H^{-1}g$$



## ● 约束最小二乘复原

令  $Q$  为的 线性算子，有约束最小二乘恢复就是要使得  $\|Q\hat{f}\|$  最小。

设  $\lambda$  为拉格朗日乘子，要寻找使下面的准则函数最小的  $\hat{f}$

$$J(\hat{f}) = \|Q\hat{f}\|^2 + \alpha(\|g - H\hat{f}\|^2 - \|\eta\|^2)$$

与无约束恢复相似，通过极值条件  $\frac{\partial J(\hat{f})}{\partial \hat{f}} = 0$  可得到

$$\hat{f} = (H^T H + \lambda Q^T Q)^{-1} H^T g$$



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 5.3 频率域恢复方法

- 逆滤波恢复法
- 维纳滤波复原方法



## ● 逆滤波恢复法

将循环矩阵 $\mathbf{H}$ 的对角化结果代入上面的无约束图像恢复公式，可得

$$\hat{f} = H^{-1}g = (WDW^{-1})^{-1}g = WD^{-1}W^{-1}g$$

上式两边都乘以  $W^{-1}$ ，得到

$$W^{-1}\hat{f} = D^{-1}W^{-1}g$$



## ● 逆滤波恢复法

根据关于循环矩阵对角化的讨论，上式中的各元素可写成如下形式：

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} = P(u, v)G(u, v) \quad (u, v = 0, 1, \dots, N-1)$$

上式表明，空间域的无约束恢复方法就转化为频域的滤波方法，而该滤波器相对于一般滤波器，其方向相反，故上式称为逆向滤波法， $P(u, v)$ 称为恢复滤波器：

$$P(u, v) = \frac{1}{H(u, v)}$$





## ● 维纳滤波复原方法

设  $R_f$  和  $R_\eta$  分别为图像和噪声的自相关矩阵，其定义为：

$$R_f = E(ff^T)$$

$$R_\eta = E(\eta\eta^T)$$

其中  $E(\cdot)$  表示数学期望运算。令  $Q^T Q = R_f^{-1} R_\eta$

则此时原始图像  $f$  在最小均方差准则下的最佳复原解即为

$$\hat{f} = (H^T H + \gamma R_f^{-1} R_\eta)^{-1} H^T g$$



- 维纳滤波复原方法

可以用循环块矩阵**R**表示为

$$R = \begin{bmatrix} R_0 & R_{M-1} & \cdots & R_1 \\ R_1 & R_0 & \cdots & R_2 \\ R_2 & R_1 & \cdots & R_3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{M-1} & R_{M-2} & \cdots & R_0 \end{bmatrix}_{M \times M}$$

利用**R**的特征向量组成一个**W**矩阵对其进行  
对角化，并对  $R_{ij}$  中各元素进行傅立叶变换，  
得到对应的对角矩阵**A**和**B**，可得

$$\hat{f} = (WD * DW^{-1} + \gamma WA^{-1} BW^{-1})^{-1} WD * W^{-1} g$$



## ● 维纳滤波复原方法

用  $S_f(u, v)$  和  $S_\eta(u, v)$  来表示 **A** 和 **B** 矩阵中的元素，  
从而此时 **f** 的频域最佳估计值表示为

$$F(u, v) = \left\{ \frac{1}{H(u, v)} * \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \gamma [S_\eta(u, v) / S_f(u, v)]} \right\} G(u, v)$$



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 5.4 图像几何校正

- 空间坐标变换
- 灰度值内插



## 概念

遥感影像几何校正是消除遥感影像几何畸变的过程。多种因素可以引起遥感影像几何位置上的变化，产生行列不均匀、像元大小不等和形状不规则等多种畸变。

- 静态误差：传感器本身误差
- 动态误差：传感器以外因素造成



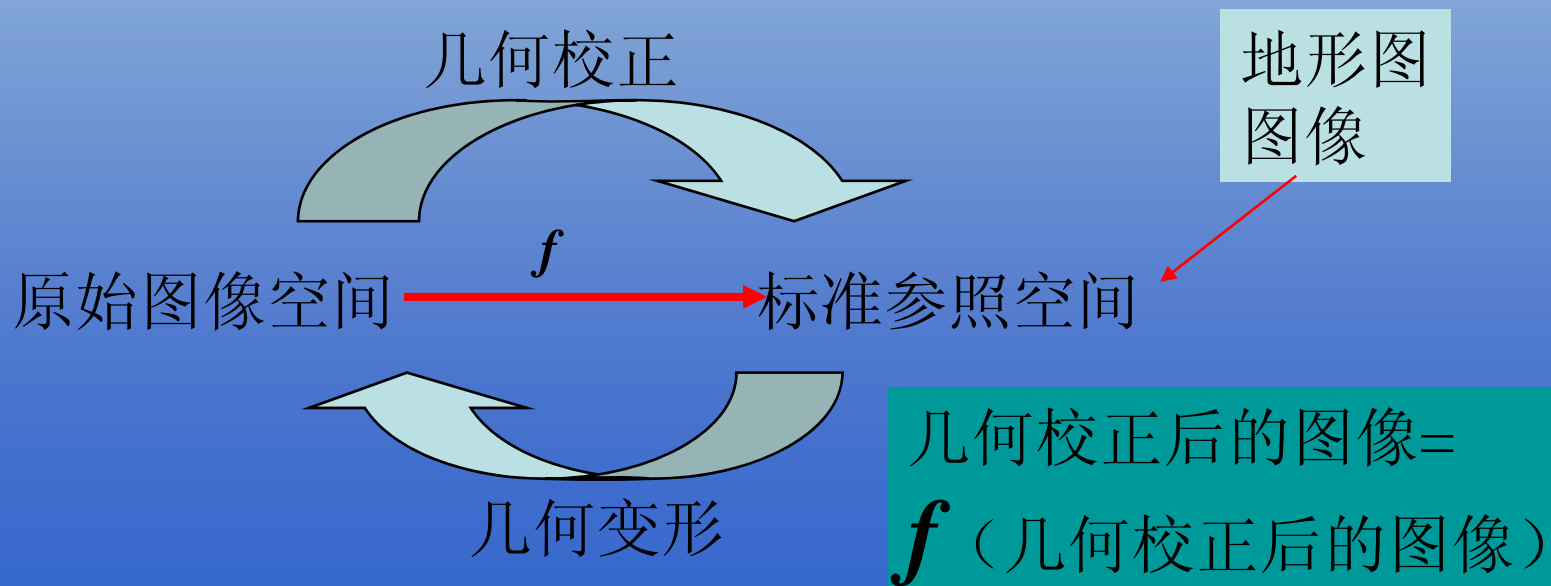
遥感图像几何校正包括两个环节：

- 一是像素坐标的变换，建立两图像像元点之间的对应关系，将图像坐标转变为地图或地面坐标；
- 二是对坐标变换后的像素亮度值进行重采样，求出原图所对应点的亮度。



## 几何精校正原理

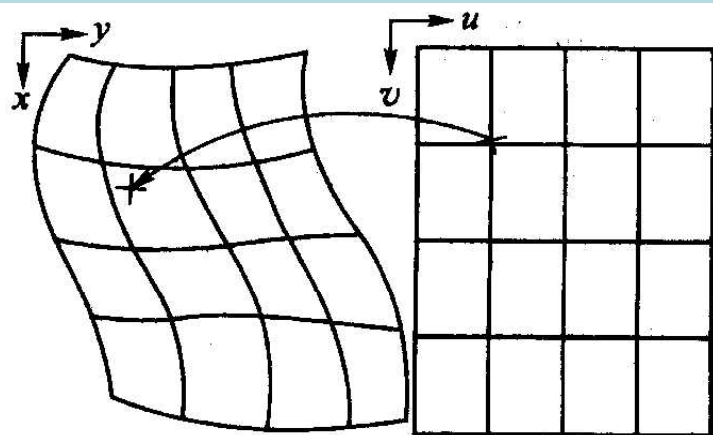
- 图象的几何变形可以看作是挤压、扭曲、缩放、偏移以及更高次基本变形的综合作用的结果





# 几何校正方法

## ● 空间变换和数据变换



(a) 校正前

(b) 校正后

几何校正

直接成图法

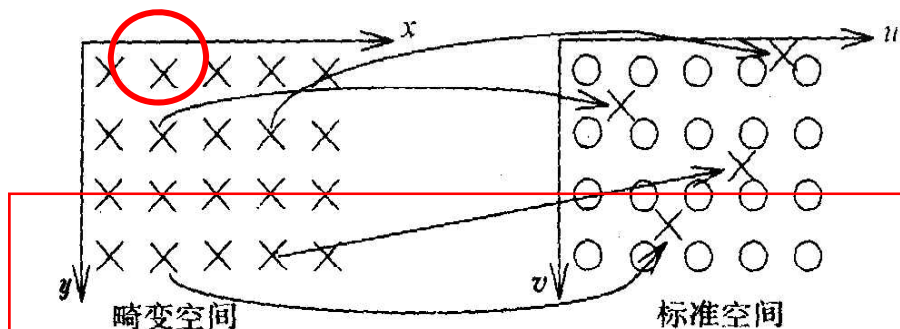
改变位置，不改变像元值

变换后为非规则数据

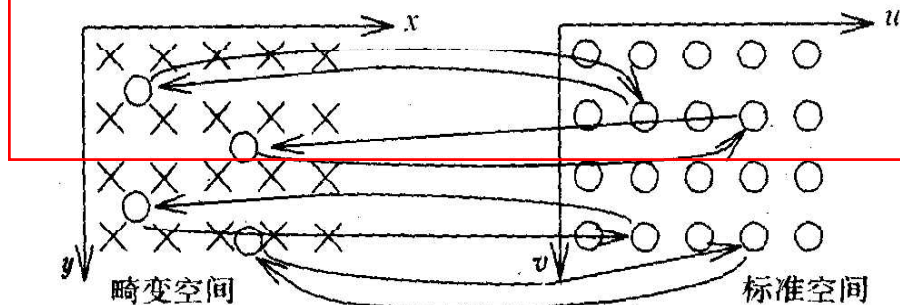
重采样法

改变位置和像元值

变换后为规则数据



(a) 直接成图法



(b) 重采样成图法





## 几何精校正

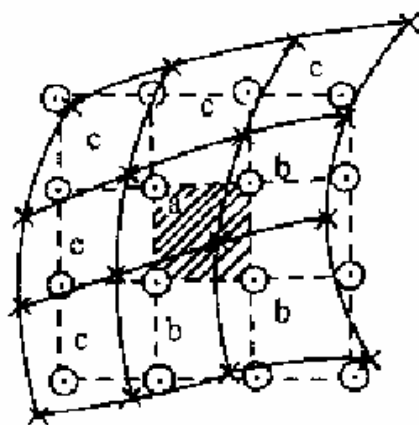
- 算法

利用图像坐标和地面坐标（另一图像坐标、地图坐标等）之间的数学关系，即输入图像和输出图像间的坐标转换关系实现。

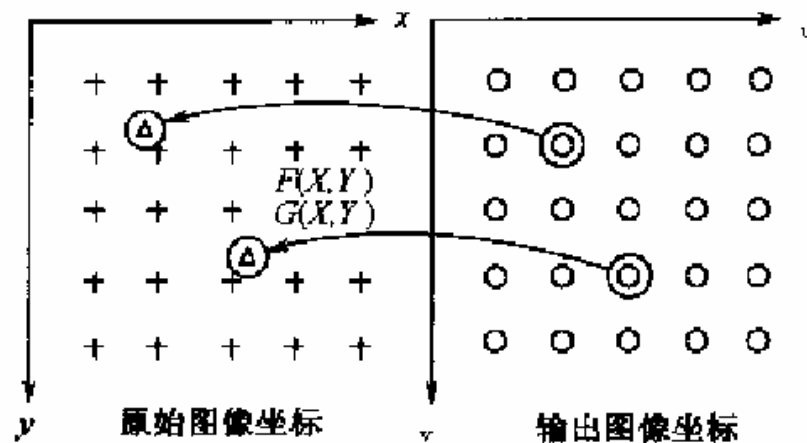
- 具体步骤
- 准备工作
- 选取地面控制点
- 确定地图投影
- 建立坐标变换函数
- 坐标计算
- 亮度值内插
- 精度评估



# 建立坐标变换函数



⊙ 输出图像数据  
× 原始图像数据



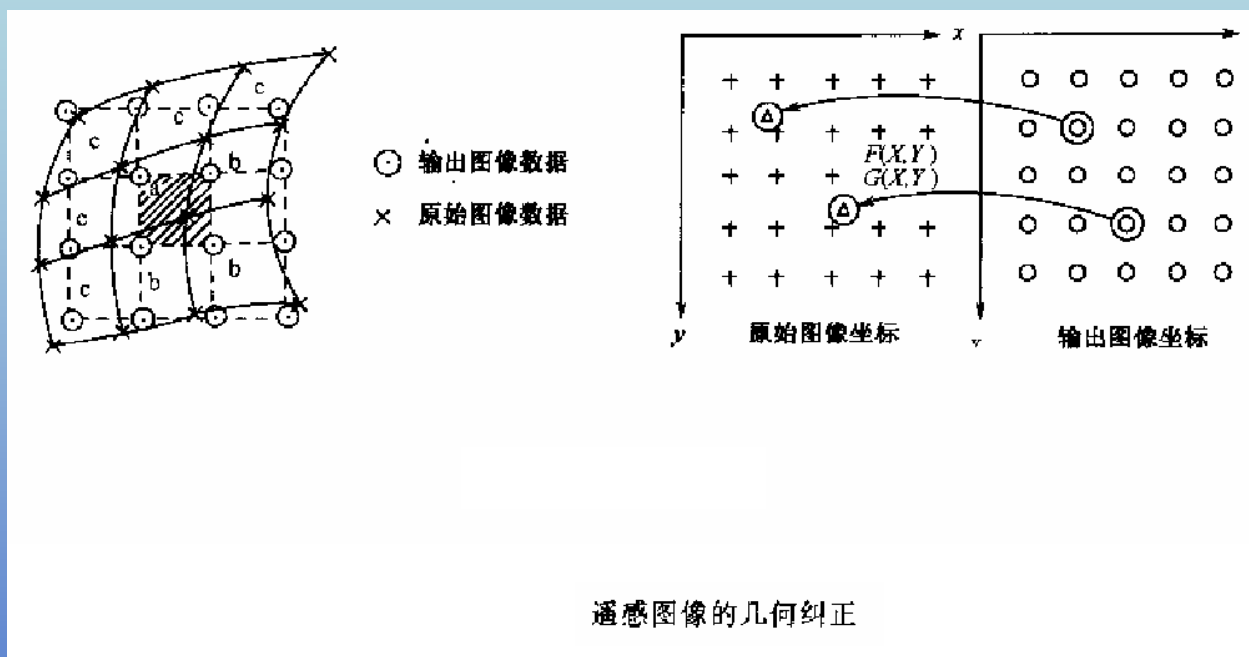
$$\begin{cases} x = f_x(u, v) \\ y = f_y(u, v) \end{cases}$$

$$x = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} a_{ij} u^i v^j; y = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} b_{ij} u^i v^j$$

遥感图像的几何纠正



# 坐标计算



$$x = a_{00} + a_{10}u + a_{01}v + a_{11}uv + a_{20}u^2 + a_{02}v^2$$

$$y = b_{00} + b_{10}u + b_{01}v + b_{11}uv + b_{20}u^2 + b_{02}v^2$$



## 亮度值的内插（重采样）

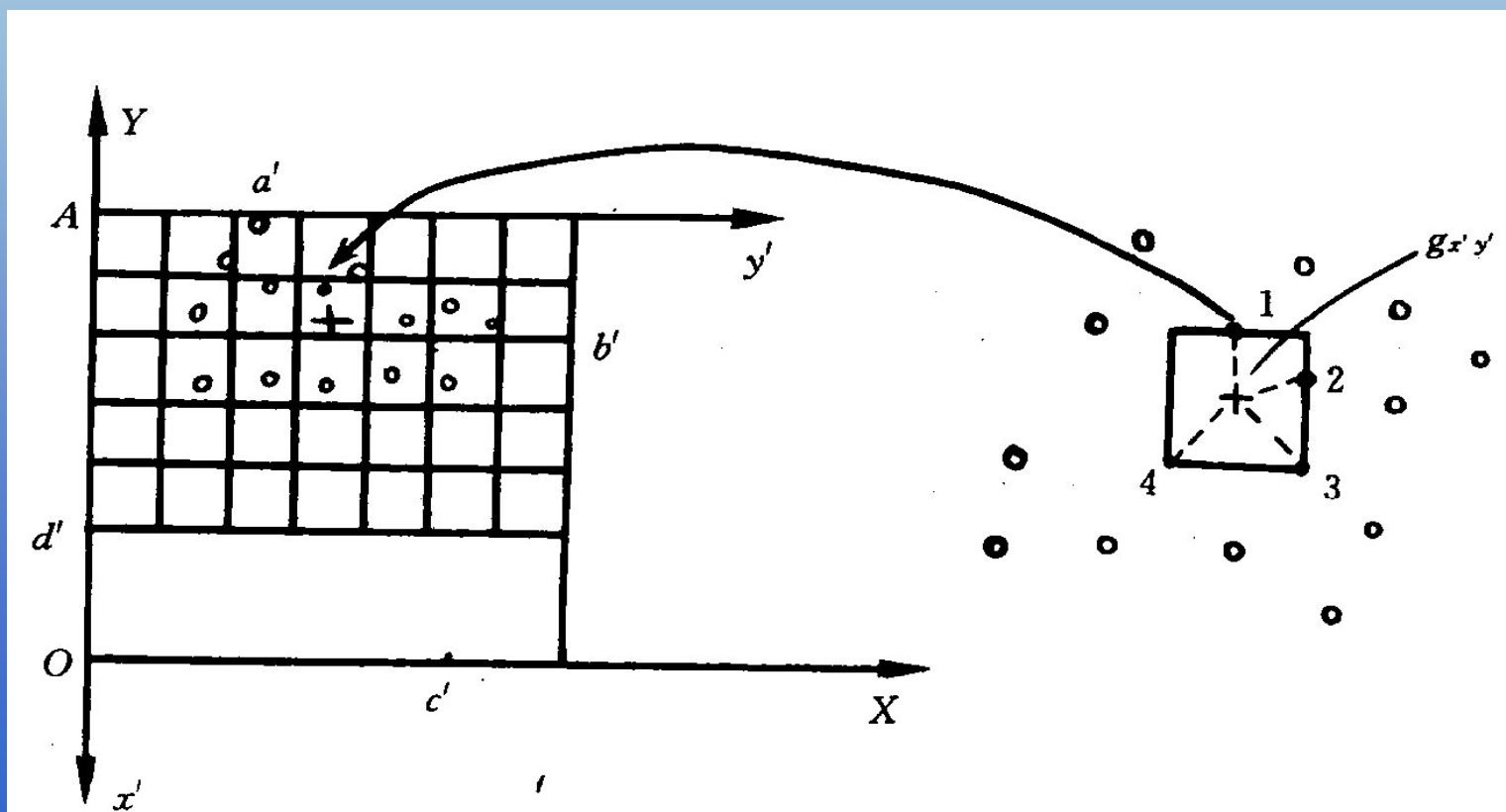
纠正后的新图像的每一个像元，根据变换函数，可以得到它在原始图像上的位置。如果求得的位置为整数，则该位置处的像元灰度就是新图像的灰度值。

如果位置不为整数，则有几种方法：

- 1) 最近邻法
- 2) 双线性内插法
- 3) 三次卷积法



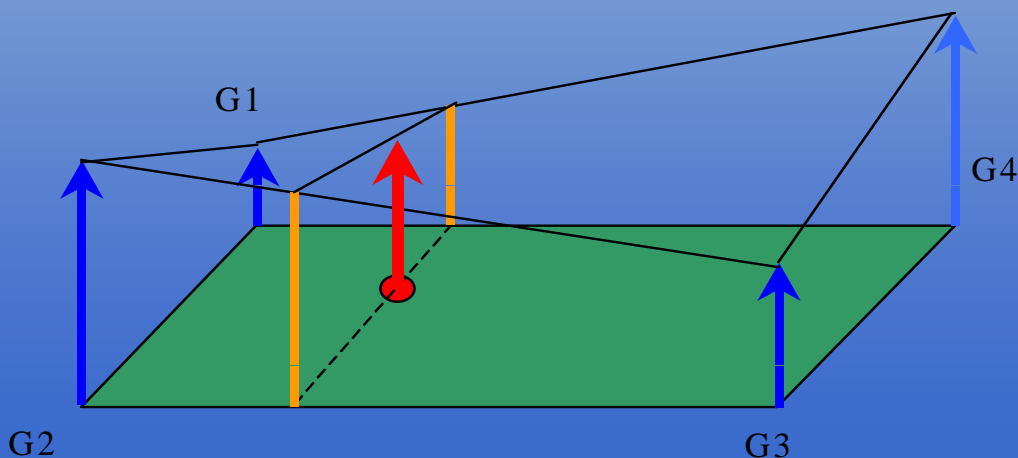
- 1) 最近邻法：距离实际位置最近的像元的灰度值作为输出图像像元的灰度值；





2) 双线性内插：以实际位置临近的4个像元值，确定输出像元的灰度值。公式为：

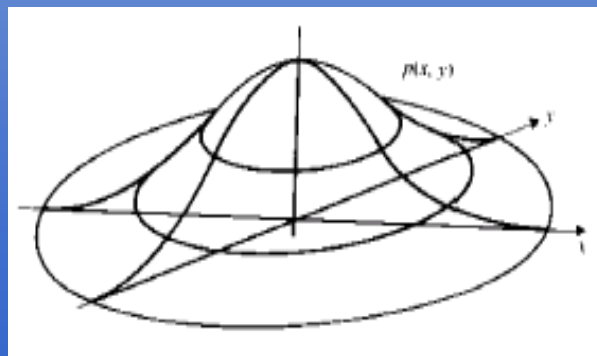
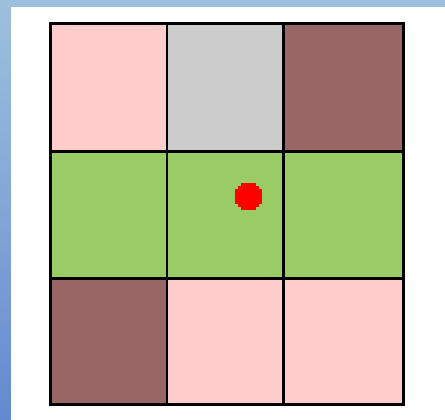
$$g(m, n) = \frac{p_1 g_1 + p_2 g_2 + p_3 g_3 + p_4 g_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4} = \frac{\sum_{i=1}^4 p_i g_i}{\sum_{i=1}^4 p_i}$$





3) 三次卷积法：以实际位置临近的16个像元值，确定输出像元的灰度值。公式为：

$$g(m, n) = \frac{\sum_{i=1}^{16} p_i g_i}{\sum_{i=1}^{16} p_i}$$



PSF

三次样条函数

sinc函数



## 重采样方法比较

方法	优点	缺点
最近邻法	计算量小	像元值不连续
双线性内插	精度提高	平滑效果,模糊了分界线
三次卷积法	较好的细节表现	计算量大 需要高精度的控制点





南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

## 5.5 图像重建

- 计算机断层技术概述
- 重建模型



南京信息工程大学

NANJING UNIVERSITY OF INFORMATION SCIENCE & TECHNOLOGY

# 计算机断层

将物体的每一片层完全隔离出来进行观察的无损检测技术，它通过透射测量检测得到数据。



# 重建模型

**1974年由Shepp and Logan**开发的傅立叶变换重建原理如下：一图像函数的二维函数的傅立叶变换为：

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy$$

该图像在X轴上投影傅立叶表达式恰与二维傅立叶变换的表达式一致。