★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

注意：本试卷中，$u(t)$ 和 $u[n]$ 分别为连续和离散时间单位阶跃信号；$\delta(t)$ 和 $\delta[n]$ 分别为连续和离散时间单位冲激信号。

一、(30 分)

已知一个因果 LTI 系统对激励为 $x_1(t)=u(t)$ 时完全响应为 $y_1(t)=2e^{-t}u(t)$；对激励为 $x_2(t)=\delta(t)$ 时的完全响应为 $y_2(t)=\delta(t)$，试求：

(a) (10 分) 该系统的单位冲激响应。

(b) (10 分) 该系统的零输入响应 $y_{zi}(t)$。

(c) (10 分) 该系统的单位阶跃响应。

二、(20 分)

已知一个因果系统的系统函数 $H(s)=\dfrac{s-1}{s+1}$。

(a) (5 分) 证明该系统为全通系统。

(b) (10 分) 设在输入 $x(t)$ 下的输出为 $y(t)=e^{-2t}u(t)$，求可能的输入信号 $x(t)$。

(c) (5 分) 求当输入为 $x_1(t)=e^{-3t}u(t)$ 时，系统的输出能量。

三、(20 分)

如图 1 所示系统中，已知子系统的单位冲激响应为 $h_1(t)=\dfrac{d\delta(t)}{dt}$，$h_2(t)=\dfrac{1}{\pi(t-2)}$。

(a) (10 分) 求出系统的频率响应 $H(j\omega)$，并画出幅度频率响应 $\left|H(j\omega)\right|$ 的图形。

(b) (10 分) 若 $x(t)=\dfrac{\sin \pi t}{\pi t}$，计算 $\int_{-\infty}^{\infty}\left|y(t)\right|^2 dt$ 的值。

提示：$\dfrac{1}{\pi t}\xrightarrow{FT}-j\,\mathrm{sgn}(\omega)$，其中 $\mathrm{sgn}(\omega)$ 为符号函数，即 $\mathrm{sgn}(\omega)=\begin{cases}1, & \omega>0\\ 0, & \omega=0\\ -1, & \omega<0\end{cases}$。

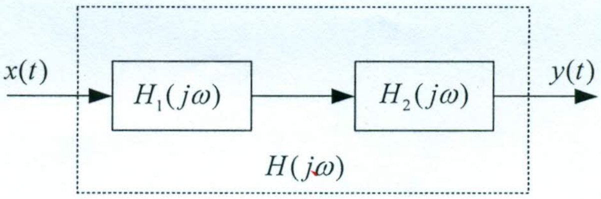


图 1

四、（30 分）

设 $S_1$ 是 LTI 系统，其系统函数为

$$H_1(z)=\frac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}},\quad |z|>0$$

单位冲激响应为 $h_1[n]$。

(a) (5 分) $S_1$ 是因果的吗？为什么？

(b) (15 分)设 $g[n]$ 是具有严格线性相位的因果 LTI 系统的单位冲激响应，即

$$G(e^{j\Omega})=G_r(\Omega)e^{-j\Omega\tau}$$

其中 $G_r(\Omega)$ 为 $\Omega$ 的实函数，$\tau$ 为某个常数。令 $g[n]=h_1[n]*h_2[n]$，给出一个 $h_2[n]$，使得 $g[n]$ 至少有 9 个非零值。

(c) (10 分) 令 $q[n]=h_1[n]*h_3[n]$，给出一个 $h_3[n]$，使 $q[n]=\delta[n]$。求 $h_3[n],\ n=0,1,\cdots,8$。

五、（20 分）

已知信号 $x(t)=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-nT}\delta(t-nT)$，$T>0$，

(a) (10 分) 求 $X(s)$ 的表达式及其收敛域。

(b) (10 分) 画出 $X(s)$ 的零极点图，并证明 $X(j\omega)$ 是周期的。

六、（30 分）

如图 2(a)所示系统中，采样信号 $p(t)$ 是一个正负符号交替出现的冲激串，如图 2(b)。输入信号 $x(t)$ 的傅里叶变换和系统的频率响应分别如图 2(c)和(d)所示。设 $\omega_m<\dfrac{\pi}{2\Delta}$，试回答下列问题：

10 (a) (10 分) 求 $p(t)$ 的傅里叶变换 $P(j\omega)$。

15 (b) (6 分) 画出 $x_p(t)$ 和 $y(t)$ 的频谱图。

5 (c) (7 分) 设计一个系统，实现由 $x_p(t)$ 重建 $x(t)$。

(d) (7 分) 设计一个系统，实现由 $y(t)$ 重建 $x(t)$。

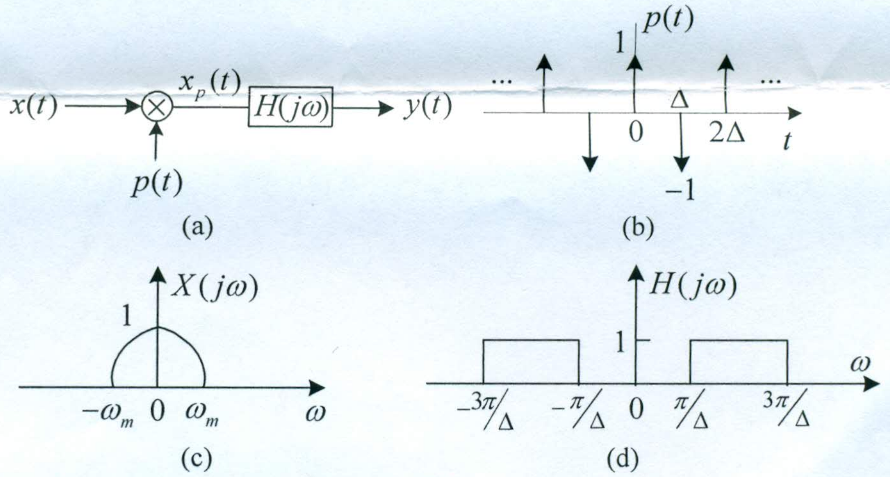


图 2